

Lentilles minces, images et vision

COURS • P06 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	6
Vers le PASS	7
Exercices	7
Corrigés	8

Ce que tu dois savoir faire

- Reconnaître une lentille mince convergente et décrire son centre optique, son axe optique, ses foyers.
- Définir la distance focale et la vergence, et passer de l'une à l'autre en unités SI.
- Tracer la marche des trois rayons particuliers à travers une lentille convergente.
- Construire graphiquement l'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe, et dire si elle est réelle ou virtuelle, droite ou renversée, agrandie ou réduite.
- Utiliser les mesures algébriques et appliquer la relation de conjugaison pour déterminer la position d'une image ou d'un objet.
- Définir et calculer le grandissement, puis en déduire la taille et le sens de l'image.
- Déterminer expérimentalement la distance focale d'une lentille sur un banc d'optique.
- Décrire le modèle réduit de l'œil et le comparer à un appareil photographique.
- Expliquer l'accommodation et calculer la vergence de l'œil pour un objet à distance donnée.

Cours

1. La lentille mince convergente

Une **lentille** est un milieu transparent (verre, plastique) limité par deux faces dont l'une au moins est courbe. Elle dévie la lumière par réfraction sur ses deux faces. Une lentille est dite **mince** lorsque son épaisseur au centre est petite devant les rayons de courbure de ses faces ; on la représente alors par un simple segment.

Une lentille **convergente** est plus épaisse au centre qu'aux bords. Elle fait converger un faisceau de lumière parallèle. On la schématise par un segment terminé par deux pointes de flèche tournées vers

l'extérieur. Une lentille **divergente**, plus mince au centre qu'aux bords, fait diverger un faisceau parallèle ; elle n'est pas étudiée en détail dans ce chapitre.

Éléments caractéristiques :

- le **centre optique** O, au milieu de la lentille ;
- l'**axe optique**, droite perpendiculaire à la lentille passant par O ;
- le **foyer image** F', point de l'axe où convergent, après la lentille, les rayons arrivant parallèlement à l'axe ;
- le **foyer objet** F, symétrique de F' par rapport à O : un rayon passant par F ressort parallèle à l'axe.

On travaille dans les **conditions de Gauss** : rayons peu inclinés sur l'axe et passant près du centre de la lentille. Dans ces conditions, l'image d'un point est un point (on dit que la lentille est stigmatique) et les résultats ci-dessous sont valables.

2. Distance focale et vergence

On oriente l'axe optique dans le sens de propagation de la lumière, en général de gauche à droite. Les distances sur l'axe sont des **mesures algébriques** : on note OA la mesure algébrique du segment allant de O à A, positive si A est après O dans le sens de la lumière, négative sinon. De même, perpendiculairement à l'axe, on oriente vers le haut : une hauteur AB positive correspond à un objet dirigé vers le haut.

La **distance focale image** est $f' = OF'$. Pour une lentille convergente, F' est après la lentille : $f' > 0$. On a aussi $OF = -f'$.

La **vergence** C d'une lentille est l'inverse de sa distance focale :

$$C = 1 / f'$$

avec f' en mètres (m) et C en **dioptries** (symbole δ), une dioptrie valant 1 m^{-1} . Une lentille convergente a une vergence positive. Plus la vergence est grande, plus la distance focale est courte, plus la lentille fait converger fortement la lumière (ses faces sont plus bombées).

Exemples : une lentille de distance focale 20 cm a une vergence $C = 1 / 0,20 = 5,0 \delta$; une lentille de 10 δ a une distance focale $f' = 1 / 10 = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$.

Propriété utile : deux lentilles minces **accollées** (centres confondus) se comportent comme une lentille unique de vergence égale à la somme des vergences. C'est ce principe qu'on utilise lorsqu'un verre correcteur s'ajoute au système optique de l'œil.

3. Les trois rayons particuliers

Trois rayons ont une marche connue sans calcul :

1. Un rayon passant par le **centre optique** O n'est pas dévié.
2. Un rayon incident **parallèle à l'axe optique** ressort en passant par le **foyer image** F'.
3. Un rayon incident passant par le **foyer objet** F ressort **parallèle à l'axe optique**.

Plus généralement, des rayons incidents parallèles entre eux, mais inclinés par rapport à l'axe, convergent en un point du **plan focal image** (plan perpendiculaire à l'axe passant par F'). On trouve ce point en traçant celui de ces rayons qui passe par O : il n'est pas dévié et coupe le plan focal image au point cherché.

Les trois rayons particuliers

passant par O : non dévié

parallèle à l'axe : ressort par F'

passant par F : ressort parallèle à l'axe

Repères complémentaires, sans séquence causale

4. Construire l'image d'un objet

On considère un objet plan AB perpendiculaire à l'axe, avec A sur l'axe. Pour trouver l'image B' du point B, il suffit de tracer **deux** des trois rayons particuliers issus de B : l'image B' est à leur intersection après la lentille (ou à l'intersection de leurs prolongements, voir plus bas). L'image A' de A est sur l'axe, à la verticale de B' : l'image A'B' est elle aussi perpendiculaire à l'axe.

Vocabulaire :

- une image est **réelle** lorsque les rayons qui en sortent se croisent effectivement après la lentille ; on peut la recueillir sur un écran ;
- une image est **virtuelle** lorsque ce sont les prolongements des rayons émergents (vers l'arrière) qui se croisent ; on ne peut pas la recueillir sur un écran, mais l'œil la voit en regardant à travers la lentille.

Selon la position de l'objet réel par rapport à la lentille convergente, on obtient les situations suivantes.

Position de l'objet AB	Image A'B'	Usage
Très loin (à l'infini)	réelle, dans le plan focal image	objectif d'appareil photo, œil
Au-delà de $2f'$ avant O	réelle, renversée, plus petite, entre F' et $2f'$	appareil photo
À $2f'$ avant O	réelle, renversée, même taille, à $2f'$ après O	
Entre $2f'$ et F	réelle, renversée, agrandie, au-delà de $2f'$	projecteur
Dans le plan focal objet (en F)	rejetée à l'infini	loupe utilisée sans fatigue
Entre F et O	virtuelle, droite, agrandie, du même côté que l'objet	loupe

Pour une lentille convergente et un objet réel : image réelle donc renversée, ou image virtuelle donc droite et agrandie. L'image est virtuelle seulement si l'objet est entre le foyer objet et la lentille.

Le cas de l'objet placé entre F et O est celui de la **loupe** : les rayons issus de B divergent encore après la lentille, mais moins ; l'œil les interprète comme venant d'un point B' plus éloigné et plus haut, d'où une image agrandie.

5. Relation de conjugaison et grandissement

Les positions de l'objet et de l'image sont liées par la **relation de conjugaison** de Descartes, valable pour une lentille mince dans les conditions de Gauss :

$$1/OA' - 1/OA = 1/OF' = C$$

Toutes les grandeurs sont algébriques, exprimées en mètres si l'on veut C en dioptries. Pour un objet réel placé avant la lentille, **OA est négatif**.

Le **grandissement** γ (gamma) compare la taille et le sens de l'image à ceux de l'objet :

$$\gamma = A'B' / AB = OA' / OA$$

γ est sans unité. Interprétation :

- $\gamma < 0$: image **renversée** ; $\gamma > 0$: image **droite** ;
- $|\gamma| > 1$: image **agrandie** ; $|\gamma| < 1$: image **réduite**.

Justification du grandissement. Le rayon issu de B passant par O n'est pas dévié et passe par B'. Les triangles OAB et OA'B' sont alors semblables (deux angles droits en A et A', angles opposés par le sommet en O), d'où $A'B' / AB = OA' / OA$, les signes rendant compte du renversement.

Cohérence avec la construction. Si l'objet est en A tel que $OA = -2f'$, la relation donne $1/OA' = 1/f' - 1/(2f') = 1/(2f')$, donc $OA' = 2f'$ et $\gamma = 2f' / (-2f') = -1$: image renversée de même taille, conformément au tableau. Si OA tend vers moins l'infini, $1/OA$ tend vers 0 et OA' tend vers f' : l'image se forme dans le plan focal image.

Méthode de calcul. On isole $1/OA' = 1/OF' + 1/OA$, on calcule numériquement, puis on prend l'inverse. Un résultat $OA' > 0$ indique une image réelle (après la lentille) ; $OA' < 0$ indique une image virtuelle (avant la lentille, du côté de l'objet).

6. Mesurer une distance focale

Méthode rapide. On forme sur un écran l'image d'un objet très éloigné (une fenêtre au fond de la salle) : l'écran est alors dans le plan focal image et la distance lentille-écran vaut f' .

Méthode par la relation de conjugaison. Sur un banc d'optique, on place un objet lumineux, la lentille et un écran. Pour plusieurs positions de l'objet, on cherche la position de l'écran où l'image est nette et on relève OA et OA'. On trace $1/OA'$ en fonction de $1/OA$: on obtient une droite de coefficient directeur 1 et d'ordonnée à l'origine $1/OF' = C$. C'est une vérification expérimentale de la relation de conjugaison.

Autocollimation. On accole un miroir plan derrière la lentille et on déplace la lentille jusqu'à ce que l'image de l'objet se forme nette dans le plan même de l'objet : l'objet est alors dans le plan focal objet.

7. Le modèle de l'œil

L'œil est un système optique complexe (cornée, humeur aqueuse, cristallin, humeur vitrée). On le modélise par l'**œil réduit**, formé de trois éléments :

Œil réel	Modèle réduit	Appareil photographique
Iris (et pupille)	diaphragme	diaphragme
Cristallin et milieux transparents	lentille mince convergente de vergence variable	objectif (lentille convergente de vergence fixe)
Rétine	écran	capteur

Dans le modèle, la distance entre la lentille et l'écran est **fixe**, de l'ordre de 17 mm. L'iris règle la quantité de lumière qui entre, comme le diaphragme d'un appareil photo. L'image d'un objet sur la rétine est **réelle et renversée** ; le cerveau rétablit le sens de la perception.

Accommodation. Pour qu'un objet soit vu net, son image doit se former sur la rétine, donc OA' doit valoir la distance lentille-rétine d . D'après la relation de conjugaison, $1/d - 1/OA = C$. Quand l'objet se rapproche, $|OA|$ diminue, $-1/OA$ augmente, donc la **vergence C doit augmenter**. L'œil y parvient grâce aux muscles ciliaires qui bombent le cristallin : c'est l'**accommodation**.

Pour un œil normal (dit emmétrope), dans le modèle $d = 17 \text{ mm}$:

- au repos, l'œil voit net à l'infini : $C_{\min} = 1/d = 1/0,017 \approx 58,8 \text{ } \delta$; le point vu net sans accommoder est le **punctum remotum** (PR), à l'infini ;
- en accommodant au maximum, il voit net un objet au **punctum proximum** (PP), conventionnellement à 25 cm : $C_{\max} = 1/0,017 - 1/(-0,25) = 58,8 + 4,0 = 62,8 \text{ } \delta$.

L'écart $C_{\max} - C_{\min}$ (ici $4,0 \text{ } \delta$) est l'**amplitude d'accommodation**. Avec l'âge, le cristallin perd de sa souplesse, l'amplitude d'accommodation diminue et le punctum proximum s'éloigne.

Comparaison avec l'appareil photo. Pour faire la mise au point sur des objets à différentes distances, l'appareil photographique ne change pas la vergence de son objectif : il **déplace l'objectif** par rapport au capteur (la distance OA' varie). L'œil fait l'inverse : la distance lentille-rétine est fixe, et c'est la **vergence** qui varie.

Comment l'œil voit net un objet proche

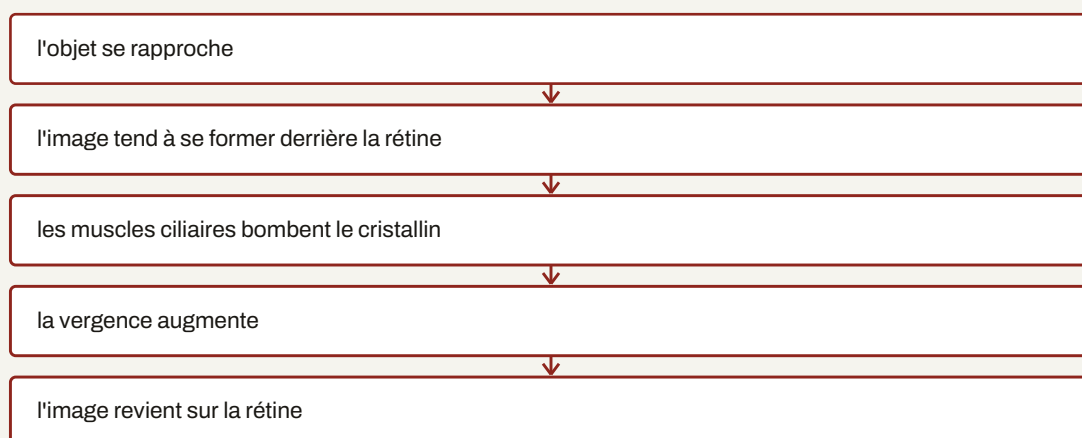


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Exemples résolus

Exemple 1 : image donnée par une lentille convergente

Énoncé. Un objet AB de hauteur 1,0 cm est placé perpendiculairement à l'axe d'une lentille convergente de distance focale $f' = 5,0$ cm, avec $OA = -15,0$ cm. a) Déterminer la position de l'image. b) Calculer le grandissement et la taille de l'image. c) Caractériser l'image et vérifier la cohérence avec la construction.

Résolution. a) Relation de conjugaison : $1/OA' = 1/OF' + 1/OA = 1/5,0 + 1/(-15,0) = 3/15 - 1/15 = 2/15$ cm⁻¹. Donc $OA' = 7,5$ cm. L'image est 7,5 cm après la lentille. b) $\gamma = OA' / OA = 7,5 / (-15,0) = -0,50$. $A'B' = \gamma \times AB = -0,50 \times 1,0 = -0,50$ cm. c) $OA' > 0$: l'image est **réelle** ; $\gamma < 0$: **renversée** ; $|\gamma| < 1$: **réduite** (deux fois plus petite). L'objet est au-delà de $2f' = 10$ cm, l'image doit être entre F' et $2f'$, c'est-à-dire entre 5,0 cm et 10 cm : 7,5 cm convient.

Exemple 2 : la loupe

Énoncé. Une loupe est une lentille convergente de vergence 12,5 δ. On observe un timbre de 2,0 cm de large placé à 5,0 cm de la loupe. a) Calculer la distance focale. b) Déterminer la position et la nature de l'image. c) Calculer sa taille.

Résolution. a) $f' = 1 / C = 1 / 12,5 = 0,080$ m = **8,0 cm**. b) $OA = -5,0$ cm : l'objet est entre F (à -8,0 cm) et O , on attend une image virtuelle. $1/OA' = 1/8,0 + 1/(-5,0) = 0,125 - 0,200 = -0,075$ cm⁻¹, donc $OA' = -1 / 0,075 = -13$ cm (-13,3 cm). $OA' < 0$: l'image est **virtuelle**, située du même côté que l'objet, à 13 cm de la loupe. c) $\gamma = OA' / OA = (-13,3) / (-5,0) = 2,7$. L'image est **droite** et agrandie ; sa largeur vaut $2,7 \times 2,0 = 5,3$ cm.

Exemple 3 : vergence de l'œil

Énoncé. On modélise l'œil par une lentille convergente placée à 17 mm de la rétine. a) Calculer la vergence de l'œil qui regarde une étoile. b) Calculer sa vergence pour lire un livre à 25 cm. c) Une personne de 1,80 m se tient à 10 m : quelle est la hauteur de son image sur la rétine ?

Résolution. a) L'étoile est à l'infini : $1/OA = 0$, et l'image doit être sur la rétine, $OA' = 0,017$ m. $C = 1/OA' = 1 / 0,017 = 58,8$ δ. b) $OA = -0,25$ m et $OA' = 0,017$ m : $C = 1/0,017 - 1/(-0,25) = 58,8 + 4,0 = 62,8$ δ. L'œil a accommodé : sa vergence a augmenté de 4,0 δ. c) $\gamma = OA' / OA = 0,017 / (-10) = -1,7 \times 10^{-3}$. $A'B' = \gamma \times AB = -1,7 \times 10^{-3} \times 1,80 = -3,1 \times 10^{-3}$ m. L'image mesure **3,1 mm** et elle est renversée.

Méthodes et pièges

- Méthode type : fais d'abord un schéma au brouillon avec l'axe orienté dans le sens de la lumière, place O , F , F' et l'objet, puis applique la relation de conjugaison avec les signes.
- Un objet réel placé avant la lentille a toujours $OA < 0$. Oublier ce signe moins est l'erreur la plus fréquente.
- Calcule d'abord $1/OA'$ puis prends l'inverse : ne prends pas l'inverse terme à terme ($1/(a + b)$ n'est pas $1/a + 1/b$).
- Pour une vergence en dioptries, toutes les distances doivent être en mètres.
- Le signe de γ donne le sens de l'image, sa valeur absolue la taille relative ; une image réelle donnée par une lentille convergente d'un objet réel est toujours renversée.

- Pour construire une image, deux rayons particuliers suffisent ; le troisième sert de vérification. Ne trace pas un rayon « parallèle à l'axe qui passe par F » : il ressort par F', pas par F.
- Dans l'œil, c'est la vergence qui varie et la distance lentille-rétine qui reste fixe ; dans l'appareil photo, c'est l'inverse.
- Ne confonds pas foyer objet F (avant la lentille) et foyer image F' (après la lentille).

Vers le PASS

En PASS, l'optique géométrique est reprise de façon plus générale : lois de Snell-Descartes de la réfraction, dioptries sphériques, lentilles divergentes, association de plusieurs lentilles, puis instruments (loupe, microscope). La relation de conjugaison et la notion de vergence servent directement à l'étude de l'œil comme système optique et de ses défauts : myopie (œil trop convergent, punctum remotum à distance finie), hypermétropie (œil pas assez convergent), presbytie (perte d'amplitude d'accommodation), et à leur correction par des verres de vergence choisie, que l'on calcule en additionnant les vergences. Les exercices de concours demandent souvent un calcul de vergence, de position de punctum remotum ou de grandissement, avec des distances à convertir en mètres et des signes à maîtriser.

Suite en PASS : Optique géométrique : réfraction, lentilles et instruments

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Calcule la vergence d'une lentille de distance focale 20 cm, puis la distance focale de lentilles de vergence 2,5 δ et 50 δ.
2. Un objet est placé à $OA = -30$ cm d'une lentille convergente de distance focale 10 cm. Calcule la position de l'image et le grandissement.
3. Une lentille donne d'un objet de hauteur 2,0 cm une image avec un grandissement $\gamma = -3,0$. Calcule la taille algébrique de l'image et décris-la.
4. Une lentille convergente a une distance focale de 4,0 cm. Pour chacune des positions de l'objet $OA = -10$ cm, $-6,0$ cm, $-4,0$ cm et $-2,0$ cm, détermine la position de l'image (si elle existe) et indique si elle est réelle ou virtuelle, droite ou renversée.
5. Complète : a) un rayon passant par le centre optique ... ; b) un rayon incident parallèle à l'axe ressort en passant par ... ; c) un rayon incident passant par le foyer objet ressort ... ; d) une image que l'on peut recueillir sur un écran est dite

Niveau 2 : type bac

6. Un projecteur forme sur un écran situé à 3,0 m de son objectif l'image nette d'une diapositive de 24 mm de haut. L'image mesure 1,20 m de haut.
a) Calcule le grandissement, sachant que l'image est renversée. b) Déduis-en la position de la diapositive par rapport à l'objectif. c) Calcule la distance focale et la vergence de l'objectif. d) Pourquoi place-t-on la diapositive à l'envers dans le projecteur ?
7. Sur un banc d'optique, on mesure pour une même lentille les positions suivantes (en cm) : $OA = -20,0$ et $OA' = 33,3$; $OA = -25,0$ et $OA' = 25,0$; $OA = -40,0$ et $OA' = 18,2$; $OA = -50,0$ et $OA' = 16,7$.

- a) Calcule $1/OA$ et $1/OA'$ en m^{-1} pour chaque mesure. b) Montre que ces mesures vérifient la relation de conjugaison. c) Déduis-en la vergence et la distance focale de la lentille.
8. L'objectif d'un appareil photo est modélisé par une lentille convergente de distance focale 50 mm. Le capteur mesure 24 mm $\times$ 36 mm.
- a) L'appareil est réglé sur l'infini. À quelle distance de l'objectif est le capteur ? b) On photographie une personne de 1,70 m située à 2,0 m. De combien et dans quel sens faut-il déplacer l'objectif par rapport au capteur pour que l'image soit nette ? c) Calcule la hauteur de l'image de la personne. d) La personne tient-elle entière sur la photo, en orientation verticale ?
9. On modélise l'œil par une lentille convergente située à 17 mm de la rétine.
- a) Calcule la vergence de l'œil normal au repos. b) Le punctum proximum d'un jeune adulte est à 25 cm. Calcule la vergence maximale et l'amplitude d'accommodation. c) Le punctum proximum d'une personne âgée est à 1,0 m, son punctum remotum à l'infini. Calcule sa vergence maximale et son amplitude d'accommodation. d) Explique pourquoi cette personne éloigne son journal pour le lire.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Un objet lumineux et un écran sont fixés à une distance D l'un de l'autre. On cherche à placer entre eux une lentille convergente de distance focale f' pour obtenir une image nette sur l'écran. On note $x = -OA > 0$ la distance objet-lentille.
- a) Montre que x vérifie l'équation $x^2 - D \cdot x + D \cdot f' = 0$. b) Déduis-en qu'une image nette n'est possible que si $D \geq 4f'$. c) Avec $f' = 10$ cm et $D = 50$ cm, calcule les deux positions possibles de la lentille et le grandissement dans chaque cas. d) Est-ce possible avec $D = 30$ cm ?
11. Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie ou fausse en justifiant.
- A. L'image d'un arbre sur la rétine est renversée. B. Quand un objet se rapproche de l'œil, la vergence de l'œil doit augmenter pour qu'il reste net. C. L'œil fait la mise au point en déplaçant le cristallin par rapport à la rétine. D. Un œil dont la vergence au repos vaut 60 δ , avec une rétine à 17 mm, voit net à l'infini sans accommoder. E. Dans le cas de D, l'œil voit net sans accommoder un objet situé à environ 85 cm.
12. On observe un insecte de 1,0 mm de long à travers une loupe de vergence 20 δ .
- a) Calcule la distance focale de la loupe. b) L'insecte est placé à 4,0 cm de la loupe. Détermine la position, la nature et la taille de l'image. c) Où faut-il placer l'insecte pour que l'image soit rejetée à l'infini, ce qui permet de l'observer sans accommoder ?
13. On forme l'image du Soleil avec une lentille convergente de distance focale 1,0 m. Le Soleil a un diamètre de $1,39 \times 10^9$ m et se trouve à $1,50 \times 10^{11}$ m de la Terre.
- a) Où se forme l'image du Soleil ? Justifie. b) En utilisant le rayon issu du bord du Soleil qui passe par le centre optique, calcule le diamètre de l'image. c) Retrouve ce résultat avec la formule du grandissement. d) Comment varie le diamètre de l'image si l'on utilise une lentille de vergence 2,0 δ ?

Corrigés

1. $C = 1/f'$ avec f' en mètres. $f' = 20$ cm = 0,20 m : $C = 1/0,20 = 5,0 \delta$. $C = 2,5 \delta$: $f' = 1/2,5 = 0,40$ m (40 cm). $C = 50 \delta$: $f' = 1/50 = 0,020$ m (2,0 cm).
2. $1/OA' = 1/OF' + 1/OA = 1/10 + 1/(-30) = 3/30 - 1/30 = 2/30$ cm $^{-1}$, donc $OA' = 15$ cm : image réelle 15 cm après la lentille. $\gamma = OA'/OA = 15/(-30) = -0,50$: image renversée, deux fois plus petite.

3. $A'B' = \gamma \times AB = -3,0 \times 2,0 = -6,0 \text{ cm}$. L'image est **renversée** ($\gamma < 0$) et **agrandie** trois fois ($|\gamma| = 3,0$), elle mesure 6,0 cm. Pour une lentille convergente et un objet réel, une image renversée est réelle.

4. On utilise $1/OA' = 1/4,0 + 1/OA$ (en cm^{-1}).

$OA = -10 \text{ cm}$: $1/OA' = 0,250 - 0,100 = 0,150$, $OA' = 6,7 \text{ cm}$, $\gamma = 6,7 / (-10) = -0,67$: réelle, renversée, réduite. $OA = -6,0 \text{ cm}$: $1/OA' = 0,250 - 0,167 = 0,0833$, $OA' = 12 \text{ cm}$, $\gamma = 12 / (-6,0) = -2,0$: réelle, renversée, agrandie. $OA = -4,0 \text{ cm}$: $1/OA' = 0,250 - 0,250 = 0$: l'objet est au foyer objet, l'image est **rejetée à l'infini**. $OA = -2,0 \text{ cm}$: $1/OA' = 0,250 - 0,500 = -0,250$, $OA' = -4,0 \text{ cm}$, $\gamma = (-4,0) / (-2,0) = 2,0$: virtuelle, droite, agrandie (fonctionnement en loupe).

5. a) ... **n'est pas dévié** ; b) ... **le foyer image F'** ; c) ... **parallèle à l'axe optique** ; d) ... **réelle**.

6. a) $\gamma = A'B' / AB$. L'image est renversée, donc $\gamma < 0$: $\gamma = -1,20 / 0,024 = -50$.

b) $OA' = 3,0 \text{ m}$ (écran après l'objectif). $OA = OA' / \gamma = 3,0 / (-50) = -0,060 \text{ m}$: la diapositive est à 6,0 cm avant l'objectif. c) $C = 1/OA' - 1/OA = 1/3,0 - 1/(-0,060) = 0,33 + 16,67 = 17,0 \text{ δ}$. $f' = 1 / 17,0 = 0,059 \text{ m}$ (5,9 cm). On vérifie que la diapositive est entre F et 2F, cas d'une image réelle agrandie : $5,9 \text{ cm} < 6,0 \text{ cm} < 11,8 \text{ cm}$. d) L'image donnée est **renversée** par rapport à l'objet. Pour que l'image soit à l'endroit sur l'écran, il faut placer la diapositive à l'envers.

7. a) En convertissant en mètres :

$OA = -0,200 \text{ m}$: $1/OA = -5,00 \text{ m}^{-1}$; $OA' = 0,333 \text{ m}$: $1/OA' = 3,00 \text{ m}^{-1}$. $OA = -0,250 \text{ m}$: $1/OA = -4,00 \text{ m}^{-1}$; $OA' = 0,250 \text{ m}$: $1/OA' = 4,00 \text{ m}^{-1}$. $OA = -0,400 \text{ m}$: $1/OA = -2,50 \text{ m}^{-1}$; $OA' = 0,182 \text{ m}$: $1/OA' = 5,49 \text{ m}^{-1}$. $OA = -0,500 \text{ m}$: $1/OA = -2,00 \text{ m}^{-1}$; $OA' = 0,167 \text{ m}$: $1/OA' = 5,99 \text{ m}^{-1}$. b) On calcule $1/OA' - 1/OA$: $3,00 + 5,00 = 8,00$; $4,00 + 4,00 = 8,00$; $5,49 + 2,50 = 7,99$; $5,99 + 2,00 = 7,99$. La différence est **constante** (aux arrondis près) : les points $(1/OA ; 1/OA')$ sont alignés sur une droite de pente 1, ce que prévoit la relation de conjugaison. c) La constante est la vergence : $C = 8,0 \text{ δ}$, d'où $f' = 1 / 8,0 = 0,125 \text{ m}$ (12,5 cm).

8. a) L'image d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal image : le capteur est à **50 mm** de l'objectif.

b) $OA = -2,0 \text{ m}$, $f' = 0,050 \text{ m}$. $1/OA' = 1/0,050 + 1/(-2,0) = 20,0 - 0,50 = 19,5 \text{ m}^{-1}$, $OA' = 1 / 19,5 = 0,0513 \text{ m} = 51,3 \text{ mm}$. Il faut **éloigner l'objectif du capteur de 1,3 mm** ($51,3 - 50,0$). c) $\gamma = OA' / OA = 0,0513 / (-2,0) = -0,0256$. $A'B' = -0,0256 \times 1,70 = -0,0436 \text{ m}$: l'image mesure **4,4 cm** (renversée). d) En orientation verticale, le capteur offre 36 mm de hauteur. $44 \text{ mm} > 36 \text{ mm}$: **la personne ne tient pas entière** ; il faut reculer.

9. a) Au repos, l'œil normal voit net à l'infini : $C_{\text{min}} = 1 / 0,017 = 58,8 \text{ δ}$.

b) $OA = -0,25 \text{ m}$: $C_{\text{max}} = 1/0,017 - 1/(-0,25) = 58,8 + 4,0 = 62,8 \text{ δ}$. Amplitude : $62,8 - 58,8 = 4,0 \text{ δ}$. c) $OA = -1,0 \text{ m}$: $C_{\text{max}} = 58,8 + 1/1,0 = 59,8 \text{ δ}$. Amplitude : $59,8 - 58,8 = 1,0 \text{ δ}$. d) Sa vergence ne peut pas dépasser $59,8 \text{ δ}$: un objet plus proche que 1,0 m donnerait une image derrière la rétine, donc floue. Elle **éloigne le journal** au-delà de 1,0 m pour le voir net.

10. a) L'objet est en A avec $OA = -x$, l'écran à la distance D de l'objet, donc $OA' = D - x$. La relation de conjugaison donne $1/(D - x) - 1/(-x) = 1/f'$, soit $1/(D - x) + 1/x = 1/f'$. En réduisant au même dénominateur : $(x + D - x) / (x(D - x)) = 1/f'$, donc $D \cdot f' = x(D - x) = D \cdot x - x^2$, d'où $x^2 - D \cdot x + D \cdot f' = 0$.

b) Cette équation du second degré a des solutions réelles si et seulement si son discriminant est positif ou nul : $\Delta = D^2 - 4D \cdot f' = D(D - 4f') \geq 0$. Comme $D > 0$, il faut $D \geq 4f'$. c) $x^2 - 50x + 500 = 0$ (en cm). $\Delta = 2500 - 2000 = 500$, $\sqrt{500} = 22,4$. $x_1 = (50 + 22,4) / 2 = 36,2 \text{ cm}$ et $x_2 = (50 - 22,4) / 2 = 13,8 \text{ cm}$. Lentille à 36,2 cm de l'objet : $OA' = 50 - 36,2 = 13,8 \text{ cm}$, $\gamma = 13,8 / (-36,2) = -0,38$ (image réduite). Lentille à 13,8 cm de l'objet : $OA' = 50 - 13,8 = 36,2 \text{ cm}$, $\gamma = 36,2 / (-13,8) = -2,6$ (image agrandie). Les deux positions sont symétriques : on échange les rôles de x et $D - x$. d) $4f' = 40 \text{ cm} > 30 \text{ cm}$: la condition $D \geq 4f'$ n'est pas

remplie, **aucune position** ne donne d'image nette sur l'écran.

11. A. **Vrai** : l'image d'un objet réel lointain par une lentille convergente est réelle et renversée.

B. **Vrai** : d'après $C = 1/d - 1/OA$, quand $|OA|$ diminue, $-1/OA = 1/|OA|$ augmente, donc C augmente. C.

Faux : dans l'œil, la distance cristallin-rétine est fixe ; c'est la vergence qui change (accommodation).

Le déplacement de l'objectif est le procédé de l'appareil photo. D. **Faux** : au repos, l'image d'un objet à l'infini se forme au foyer image, à $f' = 1/60 = 0,0167 \text{ m} = 16,7 \text{ mm}$, donc **avant** la rétine (17 mm). L'image sur la rétine est floue : cet œil est trop convergent (c'est un œil myope). E. **Vrai** : l'objet vu net sans accommoder ($C = 60 \text{ } \delta$) vérifie $1/OA = 1/0,017 - 60 = 58,8 - 60 = -1,2 \text{ m}^{-1}$ (-1,18 en gardant les décimales), soit $OA = -0,85 \text{ m}$. Le punctum remotum est à **85 cm**.

12. a) $f' = 1 / 20 = \mathbf{0,050 \text{ m}}$ (5,0 cm).

b) $OA = -0,040 \text{ m}$. $1/OA' = 20 + 1/(-0,040) = 20 - 25 = -5,0 \text{ m}^{-1}$, donc $OA' = \mathbf{-0,20 \text{ m}}$. L'image est **virtuelle**, à 20 cm de la loupe du côté de l'insecte. $\gamma = (-0,20) / (-0,040) = \mathbf{5,0}$: image droite, de longueur $5,0 \times 1,0 = \mathbf{5,0 \text{ mm}}$. c) L'image est à l'infini quand l'objet est dans le plan focal objet : il faut placer l'insecte à **5,0 cm** de la loupe ($OA = -f'$).

13. a) Le Soleil est très éloigné devant la distance focale : on le considère à l'infini. Son image se forme dans le **plan focal image**, à 1,0 m de la lentille.

b) Le rayon issu du bord du Soleil passant par O n'est pas dévié. Par les triangles semblables : diamètre de l'image / $f' =$ diamètre du Soleil / distance Terre-Soleil. Diamètre de l'image = $1,0 \times 1,39 \times 10^9 / (1,50 \times 10^{11}) = \mathbf{9,3 \times 10^{-3} \text{ m}}$, soit 9,3 mm. c) $OA = -1,50 \times 10^{11} \text{ m}$ et $OA' \approx f' = 1,0 \text{ m}$. $\gamma = OA' / OA = 1,0 / (-1,50 \times 10^{11}) = -6,7 \times 10^{-12}$. $A'B' = -6,7 \times 10^{-12} \times 1,39 \times 10^9 = -9,3 \times 10^{-3} \text{ m}$: on retrouve **9,3 mm** (image renversée).

d) Une vergence de $2,0 \text{ } \delta$ donne $f' = 0,50 \text{ m}$. Le diamètre de l'image est proportionnel à f' : il est **divisé par deux**, soit environ 4,6 mm.