

Énergie mécanique : travail, énergie cinétique et potentielle

COURS • P03 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	10

Ce que tu dois savoir faire

- Calculer l'énergie cinétique d'un système modélisé par un point matériel.
- Calculer le travail d'une force constante sur un déplacement rectiligne, à l'aide du produit scalaire, et dire s'il est moteur, résistant ou nul.
- Établir l'expression du travail du poids et montrer qu'il ne dépend pas du chemin suivi.
- Calculer le travail d'une force de frottement de valeur constante et montrer qu'il dépend du chemin suivi.
- Distinguer forces conservatives et forces non conservatives.
- Énoncer et utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer une vitesse, une hauteur, une distance ou une force.
- Exprimer et calculer l'énergie potentielle de pesanteur, en précisant l'origine choisie.
- Définir l'énergie mécanique et utiliser sa conservation lorsque seules des forces conservatives travaillent.
- Relier la variation de l'énergie mécanique au travail des forces non conservatives et interpréter la dissipation d'énergie.
- Exploiter des courbes ou des tableaux d'énergies (cinétique, potentielle, mécanique) en fonction du temps ou de la position.

Cours

1. L'énergie cinétique

Un objet en mouvement possède une énergie liée à sa vitesse : l'**énergie cinétique**. Pour un système de masse m , modélisé par un point matériel de vitesse v dans un référentiel donné :

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$

- E_c en joules (J), m en kilogrammes (kg), v en mètres par seconde ($m \cdot s^{-1}$) ; $1 J = 1 kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$.
- E_c est toujours positive ou nulle, et nulle seulement pour un objet immobile.
- Elle dépend du référentiel, comme la vitesse.
- Elle est proportionnelle au **carré** de la vitesse : doubler la vitesse multiplie l'énergie cinétique par 4. C'est la raison physique pour laquelle la distance de freinage d'une voiture augmente beaucoup plus vite que sa vitesse.

Exemple court : une voiture de 1 200 kg roulant à $90 km \cdot h^{-1}$ (soit $25 m \cdot s^{-1}$) a une énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} \times 1\,200 \times 25^2 = 3,75 \times 10^5 J$.

2. Le travail d'une force constante

Une force qui s'exerce sur un système en mouvement peut lui fournir de l'énergie, ou lui en prendre. Le **travail** mesure ce transfert d'énergie.

Le travail d'une force **constante** $\vec{F}$ (même direction, même sens, même valeur) dont le point d'application se déplace en ligne droite de A à B est le produit scalaire :

$$W(\vec{AB})(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$$

- W en joules (J), F en newtons (N), AB en mètres (m) ;
- α est l'angle entre le vecteur force $\vec{F}$ et le vecteur déplacement $\vec{AB}$.

Le signe du travail se lit sur $\cos \alpha$:

Angle α	$\cos \alpha$	Travail	Effet sur le mouvement
$0 \leq \alpha < 90^\circ$	positif	moteur ($W > 0$)	la force favorise le déplacement
$\alpha = 90^\circ$	nul	nul ($W = 0$)	la force ne travaille pas
$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$	négatif	résistant ($W < 0$)	la force s'oppose au déplacement

Conséquences importantes :

- une force perpendiculaire au déplacement ne travaille pas. C'est le cas de la réaction normale d'un support fixe, et de la tension d'un fil de pendule (toujours perpendiculaire à la trajectoire circulaire) ;
- une force qui ne déplace pas son point d'application ne travaille pas : porter un sac immobile ne fait pas travailler la force exercée sur le sac, même si l'on se fatigue.

Coordonnées. Si $\vec{F} \rightarrow (F_x ; F_y)$ et $\vec{AB} \rightarrow (x_B - x_A ; y_B - y_A)$, alors $W = F_x \times (x_B - x_A) + F_y \times (y_B - y_A)$. Cette forme évite de chercher l'angle.

Exemple court : on tire une valise avec une force de 50 N inclinée de 30° par rapport à l'horizontale, sur 200 m en ligne droite horizontale. $W = 50 \times 200 \times \cos 30^\circ = 8,66 \times 10^3 J$ (travail moteur).

3. Travail du poids et travail d'un frottement

Travail du poids. Le poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$ est constant au voisinage de la Terre. Avec un axe (Oz) vertical orienté vers le haut, $\vec{P}$ a pour coordonnées (0 ; -m g) et $\vec{AB}$ a pour composante verticale ($z_B - z_A$).
D'où :

$$W(\vec{AB})(\vec{P}) = -m \times g \times (z_B - z_A) = m \times g \times (z_A - z_B)$$

- Si l'objet **descend** ($z_A > z_B$), le travail du poids est **moteur**.
- S'il **monte** ($z_B > z_A$), il est **résistant**.
- Le résultat ne dépend que des altitudes de départ et d'arrivée, **pas du chemin suivi** : un skieur qui descend 300 m de dénivelé par une piste directe ou par une piste en lacets reçoit le même travail de son poids.

Travail d'une force de frottement de valeur constante. Une force de frottement $\vec{f}$ est à chaque instant opposée au déplacement ($\alpha = 180^\circ$, $\cos \alpha = -1$). Sur un trajet rectiligne de longueur AB, puis par extension sur un trajet quelconque de longueur L où elle garde la même valeur :

$$W(\vec{f}) = -f \times L$$

Le travail est toujours **résistant** et **dépend du chemin suivi** : plus le trajet est long, plus il est négatif. Entre les mêmes points A et B, une piste en lacets fait perdre plus d'énergie par frottement qu'une piste directe.

Travail d'une force électrique constante. Dans le champ uniforme $\vec{E}$ entre deux plaques, une charge q subit $\vec{F} = q \times \vec{E}$, constante. Pour un déplacement de la plaque de départ à l'autre plaque, parallèlement au champ, sur la distance d : $W = q \times E \times d = q \times U$, où U est la tension entre le point de départ et le point d'arrivée. Comme pour le poids, ce travail ne dépend que des positions de départ et d'arrivée.

4. Forces conservatives et non conservatives

Une force est **conservative** si son travail entre deux points ne dépend pas du chemin suivi, mais seulement des positions de départ et d'arrivée. Une force est **non conservative** dans le cas contraire.

Force	Conservative ?	Remarque
Poids	oui	$W = m g (z_A - z_B)$
Force électrique dans un champ uniforme	oui	$W = q \times U$
Frottements (solides ou fluides)	non	$W < 0$, dépend de la longueur du trajet
Force motrice d'un moteur, poussée d'un muscle	non	dépend de la façon dont on l'exerce
Réaction normale d'un support fixe, tension d'un fil de pendule	ne travaillent pas	perpendiculaires au déplacement

À chaque force conservative on associe une **énergie potentielle** : une énergie « stockée » par le système du fait de sa position, que la force conservative peut restituer. Le travail d'une force conservative est égal à l'**opposé de la variation** de l'énergie potentielle associée.

5. Le théorème de l'énergie cinétique

Énoncé. Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système modélisé par un point matériel, entre deux positions A et B, est égale à la somme des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au système entre A et B :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \sum W(AB)(F \rightarrow \square)$$

Ce théorème prolonge le chapitre précédent : les forces dont le travail est moteur font gagner de la vitesse, celles dont le travail est résistant en font perdre, celles qui ne travaillent pas ne changent pas la valeur de la vitesse (même si elles peuvent changer sa direction).

Méthode d'utilisation.

- 1) Définir le système et le référentiel (galiléen).
- 2) Faire le bilan des forces.
- 3) Exprimer le travail de chacune entre A et B.
- 4) Écrire $\Delta E_c =$ somme des travaux et isoler l'inconnue (vitesse, distance, hauteur ou force).

Le théorème est particulièrement efficace parce qu'il ne demande que les états de départ et d'arrivée, sans suivre le mouvement en détail.

Utiliser le théorème de l'énergie cinétique

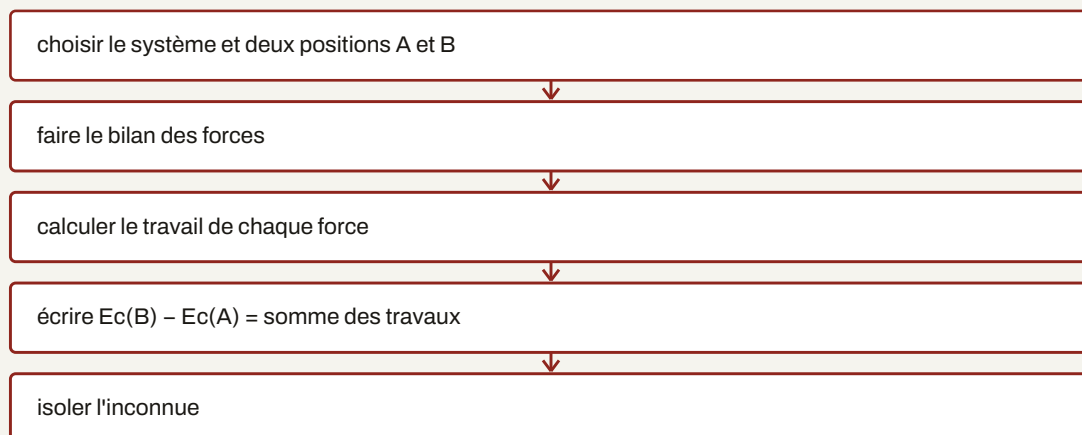


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Exemple court : une balle de 0,50 kg est lâchée sans vitesse d'une hauteur $h = 5,0$ m. Les frottements sont négligés. Seul le poids travaille : $\frac{1}{2} m v^2 - 0 = m g h$, donc $v = \sqrt{2 g h} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 5,0} = 9,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La masse se simplifie : tous les objets lâchés de la même hauteur atteignent le sol à la même vitesse quand les frottements sont négligeables.

6. L'énergie potentielle de pesanteur

Le poids est conservatif ; l'énergie potentielle qui lui est associée est l'**énergie potentielle de pesanteur** :

$$E_{pp} = m \times g \times z$$

- E_{pp} en joules (J), z l'altitude en mètres, mesurée sur un axe vertical **orienté vers le haut** ;

- l'origine des altitudes ($z = 0$) est **choisie** librement : sol, table, point le plus bas de la trajectoire. Epp vaut 0 à cette origine et peut être négative en dessous.

Seules les **variations** d'énergie potentielle ont un sens physique : $\Delta E_{pp} = m g (z_B - z_A)$, indépendante du choix de l'origine. On vérifie la relation annoncée :

$$W(AB)(P \rightarrow) = m g (z_A - z_B) = -\Delta E_{pp}$$

Quand un objet descend, son énergie potentielle diminue et le poids fournit un travail moteur ; quand il monte, Epp augmente et le travail du poids est résistant. L'expression $m g z$ n'est valable que si le champ de pesanteur est uniforme, donc pour des dénivelés faibles devant le rayon terrestre (quelques kilomètres au plus).

7. L'énergie mécanique et sa conservation

L'**énergie mécanique** d'un système est la somme de son énergie cinétique et de ses énergies potentielles. Dans le champ de pesanteur :

$$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$$

Démonstration de la conservation. Séparons les forces en forces conservatives (ici le poids) et non conservatives. Le théorème de l'énergie cinétique donne :

$$\Delta E_c = W(P \rightarrow) + W(\text{forces non conservatives}) = -\Delta E_{pp} + W(nc)$$

donc $\Delta E_c + \Delta E_{pp} = W(nc)$, c'est-à-dire :

$$\Delta E_m = W(AB)(\text{forces non conservatives})$$

Si les forces non conservatives ne travaillent pas (absentes, ou perpendiculaires au déplacement), l'énergie mécanique se **conserve** : $E_m(A) = E_m(B)$. L'énergie cinétique et l'énergie potentielle s'échangent, leur somme reste constante.

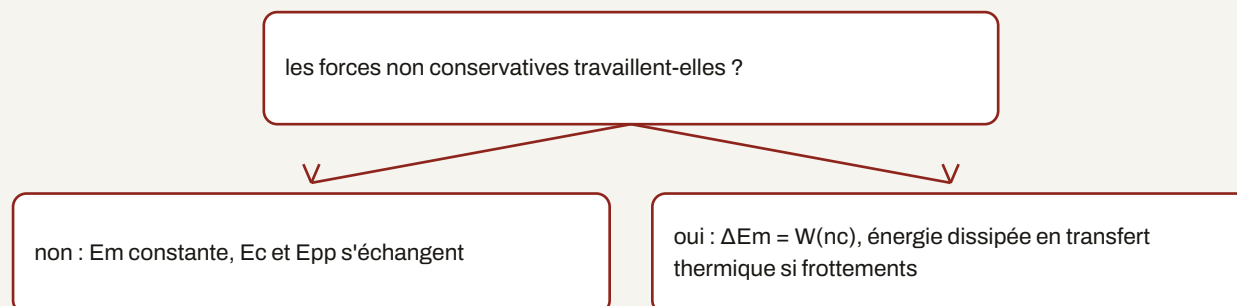
Exemples de conservation : chute libre, pendule sans frottement (la tension du fil ne travaille pas), glissade sur un toboggan parfaitement lisse. Sur un graphique en fonction du temps, la courbe de E_m est alors une droite horizontale, et les courbes de E_c et E_{pp} sont symétriques l'une de l'autre par rapport à la moitié de E_m .

Le raisonnement par conservation est souvent le plus rapide : au point le plus haut d'un pendule, $E_c = 0$ et E_{pp} est maximale ; au point le plus bas, E_{pp} est minimale et E_c maximale.

8. Non-conservation et dissipation

Quand des frottements travaillent, $W(nc) < 0$ et l'énergie mécanique **diminue** : $\Delta E_m = W(f \rightarrow) = -f \times L$. Cette énergie n'est pas détruite : elle est **dissipée**, principalement sous forme de transfert thermique vers l'environnement (échauffement des surfaces en contact, de l'air) et parfois sous forme sonore. L'énergie totale se conserve toujours ; c'est l'énergie **mécanique** qui ne se conserve pas.

Bilan d'énergie mécanique



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

Une force non conservative peut aussi **augmenter** l'énergie mécanique : la force motrice d'un moteur ou la poussée musculaire d'un sauteur fournissent un travail positif.

Mesurer une force de frottement moyenne. Si l'on connaît E_m au départ et à l'arrivée, ainsi que la longueur L du trajet, la valeur moyenne de la force de frottement est $f = (E_m(A) - E_m(B)) / L$. C'est l'objet de l'exemple résolu 2.

Puissance. La rapidité d'un transfert d'énergie se mesure par la puissance $P = W / \Delta t$ (en watts, W ; $1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$). Un moteur qui fournit $1,0 \times 10^4 \text{ J}$ en $5,0 \text{ s}$ a une puissance moyenne de $2,0 \times 10^3 \text{ W}$. Cette notion est développée au chapitre sur l'énergie électrique.

Exemples résolus

Exemple 1 : vitesse au bas d'un toboggan aquatique

Énoncé. Un baigneur de masse $m = 60 \text{ kg}$ part sans vitesse du haut d'un toboggan, à l'altitude $z_A = 6,0 \text{ m}$ au-dessus de l'eau. Il arrive en B, au ras de l'eau ($z_B = 0$). Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. a) En négligeant les frottements, calcule sa vitesse en B. b) Sa vitesse mesurée en B vaut $9,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcule l'énergie dissipée.

Résolution. a) Système : le baigneur ; référentiel terrestre. Forces : le poids (conservatif) et la réaction du toboggan, perpendiculaire au déplacement en l'absence de frottement, donc de travail nul.

L'énergie mécanique se conserve : $E_m(A) = E_m(B)$. $E_m(A) = 0 + m g z_A = 60 \times 9,81 \times 6,0 = 3\,532 \text{ J}$. $E_m(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 + 0$. $\frac{1}{2} \times 60 \times v_B^2 = 3\,532$, donc $v_B^2 = 117,7$ et $v_B = 10,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (soit $\sqrt{2 g z_A}$, indépendant de la masse). b) $E_m(B)$ réelle = $\frac{1}{2} \times 60 \times 9,0^2 = 30 \times 81 = 2\,430 \text{ J}$. Énergie dissipée = $E_m(A) - E_m(B) = 3\,532 - 2\,430 = 1,1 \times 10^3 \text{ J}$, transférée sous forme thermique au toboggan, à l'eau qui y ruisselle et à l'air.

Exemple 2 : estimer une force de frottement

Énoncé. Une luge et son passager ($m = 60 \text{ kg}$ au total) partent sans vitesse en haut d'une piste rectiligne de longueur $L = 50 \text{ m}$ qui descend d'une hauteur $h = 10 \text{ m}$. Ils arrivent en bas avec une vitesse $v = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On modélise l'ensemble des frottements par une force constante, opposée au mouvement. Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. a) Calcule la variation d'énergie mécanique. b) Déduis-en la valeur de la force de frottement.

Résolution. a) On prend l'origine des altitudes en bas de la piste. $E_m(\text{haut}) = 0 + m g h = 60 \times 9,81 \times 10 = 5\,886 \text{ J}$. $E_m(\text{bas}) = \frac{1}{2} \times 60 \times 8,0^2 + 0 = 30 \times 64 = 1\,920 \text{ J}$. $\Delta E_m = 1\,920 - 5\,886 = -3\,966 \text{ J} \approx -4,0 \times 10^3 \text{ J}$. b) La réaction normale ne travaille pas ; seul le frottement est une force non conservative qui travaille : $\Delta E_m = W(\vec{f} \rightarrow) = -f \times L$. Donc $f = 3\,966 / 50 = 79 \text{ N}$. Vérification de vraisemblance : le poids vaut 589 N ; la composante du poids le long de la pente vaut $m g \times h / L = 589 \times 0,20 = 118 \text{ N}$, supérieure à f : la luge accélère bien.

Exemple 3 : un électron accéléré par une tension

Énoncé. Dans un tube, un électron initialement au repos est accéléré entre deux plaques soumises à la tension $U = 2,0 \times 10^3 \text{ V}$. Données : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$. Le poids est négligeable. a) Calcule le travail de la force électrique entre les deux plaques. b) Déduis-en l'énergie cinétique, puis la vitesse de l'électron à la sortie.

Résolution. a) La force électrique est constante, dirigée de la plaque négative vers la plaque positive (l'électron est négatif), dans le sens du déplacement : $W = e \times U = 1,60 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3 = 3,2 \times 10^{-16} \text{ J}$ (moteur). b) Théorème de l'énergie cinétique : $E_c(\text{sortie}) - 0 = W$, donc $E_c = 3,2 \times 10^{-16} \text{ J}$. $v = \sqrt{2 E_c / m_e} = \sqrt{(2 \times 3,2 \times 10^{-16} / 9,11 \times 10^{-31})} = \sqrt{(7,03 \times 10^{14})} = 2,7 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit environ 9 % de la vitesse de la lumière : le modèle classique reste acceptable.

Méthodes et pièges

- **Choisis ta méthode** : s'il n'y a aucun frottement qui travaille, la conservation de E_m est la plus rapide ; s'il y en a, écris $\Delta E_m = W(\text{nc})$ ou le théorème de l'énergie cinétique avec toutes les forces.
- **Unités** : convertis les $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (diviser par 3,6) et les grammes en kilogrammes avant de calculer E_c .
- **Le carré de la vitesse** : $\frac{1}{2} m v^2$ et non $\frac{1}{2} m v$; une vitesse doublée donne une énergie cinétique quadruplée.
- **Signe du travail du poids** : $m g (z_A - z_B)$, départ moins arrivée. Positif à la descente, négatif à la montée.
- **Ne compte pas deux fois le poids** : dans le théorème de l'énergie cinétique, tu prends son travail ; dans le bilan d'énergie mécanique, il est déjà inclus dans E_{pp} . Ne l'écris pas aussi dans $W(\text{nc})$.
- **Forces qui ne travaillent pas** : la réaction normale d'un support fixe et la tension d'un fil de pendule sont perpendiculaires au déplacement. Ne leur attribue pas de travail.
- **Origine de E_{pp}** : précise-la toujours ; seules les variations comptent, le résultat final n'en dépend pas.
- **Angle α** : c'est l'angle entre la force et le déplacement, pas l'angle avec l'horizontale. Sur un plan incliné d'angle β , l'angle entre le poids et le déplacement vers le bas vaut $90^\circ - \beta$.
- **Énergie dissipée** : elle n'a pas disparu ; dis toujours sous quelle forme elle est transférée (thermique, le plus souvent).

Vers le PASS

En PASS, les bilans d'énergie servent partout. En biomécanique, on évalue le travail musculaire nécessaire pour monter un escalier (au minimum $m g h$), la puissance développée dans un saut, l'énergie absorbée par les articulations et les tendons lors d'un impact ; les tendons stockent puis restituent une partie de l'énergie à chaque pas, à la manière d'un ressort. En mécanique des fluides, le théorème de Bernoulli n'est rien d'autre qu'une conservation de l'énergie mécanique appliquée à un fluide en écoulement, et la perte de charge dans un vaisseau sanguin traduit une dissipation par frottements visqueux. Enfin, la relation $W = q \times U$, utilisée pour l'électron, réapparaît en biophysique des rayonnements (énergie des électrons dans un tube à rayons X) et en physiologie membranaire.

Suite en PASS : Forces, mouvements et bilans énergétiques

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Une voiture a une masse $m = 1,2 \text{ t}$.
 - a) Calcule son énergie cinétique à $90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, puis à $130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. b) Par quel facteur l'énergie cinétique est-elle multipliée ? Compare au rapport des vitesses.
2. On tire une valise sur un sol horizontal avec une force constante de valeur $F = 50 \text{ N}$, inclinée de 30° au-dessus de l'horizontale. La valise parcourt 200 m en ligne droite.
 - a) Calcule le travail de cette force. Est-il moteur ou résistant ? b) Calcule le travail du poids de la valise. Justifie.
3. Un randonneur de masse $m = 70 \text{ kg}$ (sac compris) monte d'un refuge situé à $1\,200 \text{ m}$ d'altitude à un sommet situé à $1\,850 \text{ m}$. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.
 - a) Calcule le travail de son poids. Est-il moteur ou résistant ? b) Calcule la variation de son énergie potentielle de pesanteur. c) Ces résultats dépendent-ils du sentier choisi ? Justifie.
4. Une boule de pendule de masse $m = 0,20 \text{ kg}$ est lâchée sans vitesse à $0,30 \text{ m}$ au-dessus de son point le plus bas. On néglige les frottements. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. Calcule sa vitesse au point le plus bas.
5. Classe les forces suivantes en trois catégories : conservatives ; non conservatives ; ne travaillant pas. Le poids d'un skieur ; le frottement de la neige ; la réaction normale d'une piste fixe ; la tension du fil d'un pendule ; la force électrique dans un champ uniforme ; la force motrice d'un vélo électrique.

Niveau 2 : type bac

6. Distance de freinage. Une voiture de masse $m = 1,0 \times 10^3 \text{ kg}$ roule à $72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ sur une route horizontale. Le conducteur freine ; on modélise le freinage par une force constante de valeur $F = 8,0 \times 10^3 \text{ N}$, opposée au mouvement, jusqu'à l'arrêt.
 - a) Calcule l'énergie cinétique initiale. b) Avec le théorème de l'énergie cinétique, calcule la distance de freinage. c) Quelle serait la distance de freinage à $144 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, avec la même force ? Justifie sans refaire tout le calcul. d) Le conducteur réagit en $1,0 \text{ s}$, pendant laquelle la voiture garde sa vitesse. Calcule la distance d'arrêt totale à $72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.
7. Montagnes russes. Un wagon de masse $m = 500 \text{ kg}$ passe au point A ($z_A = 30 \text{ m}$) avec une vitesse $v_A = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et descend jusqu'au point B ($z_B = 5,0 \text{ m}$). Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

a) En négligeant les frottements, calcule la vitesse en B. b) La vitesse réellement mesurée en B est $20,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Calcule l'énergie dissipée entre A et B. c) Le trajet de A à B mesure 120 m . Calcule la valeur moyenne de la force de frottement.

8. Lancer vertical. Une balle de masse $m = 0,15 \text{ kg}$ est lancée verticalement vers le haut depuis $z_0 = 1,5 \text{ m}$ au-dessus du sol, avec une vitesse $v_0 = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On néglige les frottements. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

a) Calcule l'énergie mécanique initiale (origine des altitudes au sol). b) Calcule l'altitude maximale atteinte. c) Calcule la vitesse de la balle quand elle touche le sol.

9. Exploiter un tableau d'énergies. On filme la chute d'une balle de masse $m = 0,10 \text{ kg}$ lâchée sans vitesse. On obtient :

Position	$z \text{ (m)}$	$v \text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$
A (départ)	10,0	0
B	5,0	9,0
C (sol)	0	12,5

Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. a) Calcule E_c , E_{pp} et E_m en A, B et C. b) L'énergie mécanique est-elle conservée ? Interprète. c) Calcule la valeur moyenne de la force de frottement de l'air entre A et C.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Pendule simple. Une bille de masse $m = 50 \text{ g}$ est suspendue à un fil de longueur $L = 1,0 \text{ m}$. On l'écarte de la verticale d'un angle $\theta_0 = 60^\circ$ et on la lâche sans vitesse. On néglige les frottements. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

a) Justifie que la tension du fil ne travaille pas. b) Montre que la hauteur de la bille au-dessus du point le plus bas, pour un angle θ , vaut $h = L(1 - \cos \theta)$. c) Calcule la vitesse de la bille au point le plus bas. d) Calcule sa vitesse quand le fil fait un angle de 30° avec la verticale.

11. Accélérer un proton. On veut qu'un proton, initialement au repos, atteigne la vitesse $v = 1,0 \times 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en traversant l'espace entre deux plaques. Données : $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

a) Calcule l'énergie cinétique finale du proton. b) Quelle tension U faut-il appliquer entre les plaques ? c) Un électron soumis à la même tension aurait-il la même énergie cinétique ? La même vitesse ? Justifie.

12. Rebonds. Une balle lâchée d'une hauteur $h_0 = 2,0 \text{ m}$ perd 20% de son énergie mécanique à chaque rebond. On néglige les frottements de l'air.

a) Montre que la hauteur atteinte après chaque rebond est $0,80$ fois la précédente. b) Calcule la hauteur atteinte après le troisième rebond. c) Après combien de rebonds la hauteur atteinte devient-elle inférieure à $0,50 \text{ m}$? d) Sous quelle forme l'énergie perdue est-elle transférée ?

13. Vrai ou faux ? Justifie.

a) Le travail du poids d'un objet qui monte est positif. b) L'énergie cinétique d'un objet double quand sa vitesse double. c) Une force perpendiculaire au déplacement ne modifie pas l'énergie cinétique. d) En présence de frottements, l'énergie totale n'est pas conservée. e) L'énergie potentielle de pesanteur peut être négative. f) Le travail d'une force de frottement de valeur constante dépend de la longueur du

trajet.

Corrigés

1. a) $m = 1,2 \times 10^3 \text{ kg}$. $90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$: $E_c = \frac{1}{2} \times 1,2 \times 10^3 \times 25^2 = 600 \times 625 = 3,75 \times 10^5 \text{ J}$. $130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 36,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$: $E_c = 600 \times 36,1^2 = 600 \times 1304 = 7,82 \times 10^5 \text{ J}$.
- b) $7,82 \times 10^5 / 3,75 \times 10^5 = 2,09$. Le rapport des vitesses vaut $130/90 = 1,44$, et $1,44^2 = 2,09$: l'énergie cinétique varie comme le carré de la vitesse.
2. a) $W = F \times AB \times \cos 30^\circ = 50 \times 200 \times 0,866 = 8,7 \times 10^3 \text{ J}$ (8 660 J). $\cos 30^\circ > 0$: travail **moteur**.
- b) Le poids est vertical, le déplacement horizontal : $\alpha = 90^\circ$, $\cos \alpha = 0$, donc $W(P) = 0 \text{ J}$.
3. a) $W(P) = m g (z_A - z_B) = 70 \times 9,81 \times (1\,200 - 1\,850) = 686,7 \times (-650) = -4,46 \times 10^5 \text{ J}$, travail **résistant** (le randonneur monte).
- b) $\Delta E_{pp} = m g (z_B - z_A) = -W(P) = +4,46 \times 10^5 \text{ J}$. c) **Non** : le poids est une force conservative, son travail ne dépend que des altitudes de départ et d'arrivée.
4. Seul le poids travaille (la tension est perpendiculaire au déplacement) : conservation de E_m . $m g h = \frac{1}{2} m v^2$, donc $v = \sqrt{2 g h} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,30} = \sqrt{5,886} = 2,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ($2,43 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$).
5. **Conservatives** : le poids du skieur, la force électrique dans un champ uniforme. **Non conservatives** : le frottement de la neige, la force motrice du vélo. **Ne travaillent pas** : la réaction normale d'une piste fixe et la tension du fil d'un pendule, perpendiculaires au déplacement.
6. a) $v = 72 / 3,6 = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $E_c = \frac{1}{2} \times 1,0 \times 10^3 \times 20^2 = 2,0 \times 10^5 \text{ J}$.
- b) Forces : le poids et la réaction normale (perpendiculaires au déplacement horizontal, travail nul) et la force de freinage (travail $-F \times d$). $\Delta E_c = 0 - E_c = -F \times d$, donc $d = E_c / F = 2,0 \times 10^5 / 8,0 \times 10^3 = 25 \text{ m}$. c) $d = \frac{1}{2} m v^2 / F$ est proportionnelle à v^2 . La vitesse double, la distance est multipliée par 4 : **d = 100 m**. d) Distance parcourue pendant la réaction : $20 \times 1,0 = 20 \text{ m}$. Distance d'arrêt : $20 + 25 = 45 \text{ m}$.
7. a) Conservation de E_m : $\frac{1}{2} m v_A^2 + m g z_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g z_B$, la masse se simplifie : $v_B^2 = v_A^2 + 2 g (z_A - z_B) = 2,0^2 + 2 \times 9,81 \times 25 = 4,0 + 490,5 = 494,5$. **$v_B \approx 22,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$** .
- b) Énergie dissipée = $E_m(B)$ sans frottement - $E_m(B)$ réelle = $\frac{1}{2} m (494,5 - 20,0^2) = 250 \times (494,5 - 400) = 250 \times 94,5 = 2,36 \times 10^4 \text{ J}$. c) $\Delta E_m = -f \times L$, donc $f = 2,36 \times 10^4 / 120 = 1,97 \times 10^2 \text{ N}$ (environ 200 N).
8. a) $E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 + m g z_0 = \frac{1}{2} \times 0,15 \times 144 + 0,15 \times 9,81 \times 1,5 = 10,8 + 2,21 = 13,0 \text{ J}$.
- b) Au sommet, $v = 0$: $E_m = m g z_{\text{max}}$, donc $z_{\text{max}} = 13,0 / (0,15 \times 9,81) = 13,0 / 1,4715 = 8,8 \text{ m}$ (on retrouve $z_0 + v_0^2 / (2 g) = 1,5 + 7,34 = 8,84 \text{ m}$). c) Au sol, $z = 0$: $\frac{1}{2} m v^2 = E_m$, donc $v = \sqrt{2 \times 13,0 / 0,15} = \sqrt{173,4} = 13,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
9. a) En A : $E_c = 0$; $E_{pp} = 0,10 \times 9,81 \times 10,0 = 9,81 \text{ J}$; **$E_m(A) = 9,81 \text{ J}$** .
En B : $E_c = \frac{1}{2} \times 0,10 \times 9,0^2 = 4,05 \text{ J}$; $E_{pp} = 0,10 \times 9,81 \times 5,0 = 4,91 \text{ J}$; **$E_m(B) = 8,96 \text{ J}$** . En C : $E_c = \frac{1}{2} \times 0,10 \times 12,5^2 = 7,81 \text{ J}$; $E_{pp} = 0$; **$E_m(C) = 7,81 \text{ J}$** . b) **Non** : E_m diminue de A à C. Une force non conservative effectue un travail résistant : les frottements de l'air dissipent de l'énergie sous forme thermique. c) $\Delta E_m = E_m(C) - E_m(A) = 7,81 - 9,81 = -2,00 \text{ J} = -f \times L$ avec $L = 10,0 \text{ m}$. **$f \approx 0,20 \text{ N}$** (à comparer au poids, 0,98 N).
10. a) La tension est dirigée selon le fil, donc selon le rayon du cercle décrit par la bille ; le déplacement est tangent au cercle. La tension est perpendiculaire au déplacement à chaque instant : **son travail est nul**.

b) Le point de suspension est à la hauteur L au-dessus du point le plus bas. Quand le fil fait l'angle θ , la bille est à la distance $L \cos \theta$ sous le point de suspension. Sa hauteur au-dessus du point le plus bas vaut donc $h = L - L \cos \theta = L (1 - \cos \theta)$. c) $h_0 = 1,0 \times (1 - \cos 60^\circ) = 0,50$ m. Conservation de E_m : $v = \sqrt{2 g h_0} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,50} = \sqrt{9,81} = 3,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. d) Entre $\theta_0 = 60^\circ$ et $\theta = 30^\circ$, la bille descend de $L (\cos 30^\circ - \cos 60^\circ) = 1,0 \times (0,866 - 0,500) = 0,366$ m. $v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,366} = \sqrt{7,18} = 2,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

11. a) $E_c = \frac{1}{2} \times 1,67 \times 10^{-27} \times (1,0 \times 10^6)^2 = 8,4 \times 10^{-16} \text{ J}$.

b) Théorème de l'énergie cinétique : $E_c - 0 = e \times U$, donc $U = E_c / e = 8,35 \times 10^{-16} / 1,60 \times 10^{-19} = 5,2 \times 10^3 \text{ V}$. $U \approx 5,2 \text{ kV}$. c) L'électron porte une charge de même valeur absolue : le travail $e \times U$ est le même, donc **même énergie cinétique** (si l'on inverse le sens du champ pour l'accélérer). Mais sa masse est environ 1 830 fois plus faible : $v = \sqrt{2 E_c / m}$ est $\sqrt{1 830} \approx 43$ fois plus grande. **Vitesse différente** (et le modèle classique devient alors discutable, car on approche de la vitesse de la lumière).

12. a) Au sommet de chaque trajectoire, $v = 0$, donc $E_m = m g h$. Si E_m est multipliée par 0,80 à chaque rebond, la hauteur l'est aussi : $h_{n+1} = 0,80 \times h_n$.

b) $h_3 = 2,0 \times 0,80^3 = 2,0 \times 0,512 = 1,0 \text{ m}$ (1,02 m). c) On cherche n tel que $2,0 \times 0,80^n < 0,50$, soit $0,80^n < 0,25$. $0,80^6 = 0,262$ (encore au-dessus) et $0,80^7 = 0,210$. **Après le 7^e rebond**. d) L'énergie perdue au contact du sol est transférée **sous forme thermique** (déformation et échauffement de la balle et du sol) et **sonore** (bruit du rebond).

13. a) **Faux** : $W(P) = m g (z_A - z_B) < 0$ quand $z_B > z_A$: il est résistant.

b) **Faux** : elle est multipliée par $2^2 = 4$. c) **Vrai** : son travail est nul, donc elle ne contribue pas à ΔE_c (elle peut changer la direction de la vitesse, pas sa valeur). d) **Faux** : l'énergie totale se conserve toujours ; c'est l'énergie mécanique qui diminue, l'énergie perdue étant transférée sous forme thermique. e) **Vrai** : $E_{pp} = m g z$ est négative si l'objet est sous l'origine choisie ($z < 0$). f) **Vrai** : $W = -f \times L$, proportionnel à la longueur L du trajet : c'est une force non conservative.