

Interactions fondamentales et notion de champ

COURS • P01 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	7
Méthodes et pièges	8
Vers le PASS	9
Exercices	9
Corrigés	11

Ce que tu dois savoir faire

- Citer les quatre interactions fondamentales et associer à chacune l'échelle à laquelle elle assure la cohésion de la matière.
- Utiliser la loi de Coulomb pour calculer la valeur d'une force électrostatique entre deux charges ponctuelles, et représenter les deux forces.
- Utiliser la loi de la gravitation universelle pour calculer la valeur d'une force gravitationnelle et représenter les deux forces.
- Comparer les deux lois (analogies, différences) et comparer les ordres de grandeur des deux interactions dans une situation donnée.
- Définir le champ électrostatique et le champ de gravitation à partir de la force subie par une charge test ou une masse test.
- Calculer le champ électrostatique créé par une charge ponctuelle et le champ de gravitation créé par un astre à symétrie sphérique.
- Relier le champ de gravitation terrestre au champ de pesanteur et l'exprimer à une altitude donnée.
- Représenter et interpréter une carte de lignes de champ (orientation, densité, champ uniforme).
- Exprimer et calculer le champ électrostatique uniforme entre deux plaques planes et parallèles : $E = U/d$.
- Déterminer le sens de la force subie par une particule chargée placée entre deux plaques.

Cours

1. Les interactions fondamentales et la charge électrique

Toutes les forces observées dans la nature se ramènent à **quatre interactions fondamentales** :

Interaction	Ce qui la subit	Portée	Rôle dans la cohésion
Gravitationnelle	toute masse	infinie (décroît en $1/d^2$)	systèmes astronomiques : planètes, étoiles, galaxies
Électromagnétique	toute charge électrique	infinie (décroît en $1/d^2$ pour deux charges ponctuelles)	atomes, molécules, liquides, solides, êtres vivants
Forte	les nucléons (protons, neutrons)	très courte, environ 10^{-15} m	noyaux atomiques
Faible	toutes les particules de matière	encore plus courte	intervient dans certaines désintégrations radioactives (β)

La **charge électrique** q est une propriété de la matière, exprimée en coulombs (C). Elle peut être positive ou négative. Deux charges de même signe se repoussent, deux charges de signes contraires s'attirent.

La charge est **quantifiée** : toute charge observable est un multiple entier de la **charge élémentaire** $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C. Le proton porte la charge $+e$, l'électron la charge $-e$, le neutron est neutre. Un ion Fe^{3+} porte donc $q = 3e = 4,80 \times 10^{-19}$ C ; un ion Cl^- porte $q = -e$.

La charge est **conservée** : dans un système isolé, la somme algébrique des charges ne varie pas. Électriser un objet (par frottement, par contact, par influence) revient à déplacer des électrons d'un corps à un autre, jamais à en créer. Une règle en plastique frottée avec un tissu gagne des électrons et devient négative ; le tissu en perd autant et devient positif.

On distingue les **conducteurs** (métaux, solutions ioniques), dans lesquels des porteurs de charge peuvent se déplacer, et les **isolants** (verre, plastiques, air sec), où les charges restent localisées là où on les a déposées.

La matière est, à grande échelle, électriquement neutre : autant de charges positives que négatives. C'est pour cette raison que la gravitation, pourtant beaucoup plus faible, domine à l'échelle des astres.

2. La loi de Coulomb

Soient deux corps ponctuels A et B, immobiles, portant les charges q_A et q_B et séparés par la distance d . Ils exercent l'un sur l'autre des forces électrostatiques décrites par la **loi de Coulomb** :

$$F(A/B) = F(B/A) = k \times |q_A \times q_B| / d^2$$

- F en newtons (N), q en coulombs (C), d en mètres (m) ;
- k est la constante de Coulomb : $k = 1/(4\pi \epsilon_0) \approx 8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$, où $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$ est la permittivité du vide.

Caractéristiques des forces :

- **direction** : la droite (AB) ;
- **sens** : force répulsive si q_A et q_B sont de même signe (produit positif), attractive si les signes sont contraires (produit négatif) ;
- **valeur** : donnée par la formule ci-dessus.

Sous forme vectorielle, en notant $\vec{u}(AB)$ le vecteur unitaire dirigé de A vers B :

$$\vec{F}(A/B) = k \times q_A \times q_B / d^2 \times \vec{u}(AB)$$

Le signe du produit $q_A \times q_B$ fixe automatiquement le sens : produit positif, la force exercée sur B est dirigée de A vers B (B est repoussé) ; produit négatif, elle est dirigée vers A.

Les deux forces $\vec{F}(A/B)$ et $\vec{F}(B/A)$ sont **opposées** (même droite d'action, même valeur, sens contraires) : c'est le principe des actions réciproques, vu en seconde. Une petite charge et une grosse charge subissent donc des forces de même valeur.

Pourquoi en $1/d^2$? Si l'on double la distance, la force est divisée par $2^2 = 4$; si on la triple, elle est divisée par 9. Une manière de le comprendre : l'influence d'une charge se répartit sur une sphère dont la surface $4\pi d^2$ croît comme d^2 . C'est la même géométrie que pour la gravitation, d'où la forme identique des deux lois.

Exemple court : deux charges de +1,0 nC distantes de 3,0 cm. $F = 8,99 \times 10^9 \times (1,0 \times 10^{-9})^2 / (3,0 \times 10^{-2})^2 = 8,99 \times 10^{-9} / 9,0 \times 10^{-4} \approx 1,0 \times 10^{-5}$ N, force répulsive.

3. La loi de la gravitation universelle

Deux corps ponctuels A et B de masses m_A et m_B , séparés de la distance d, s'attirent selon la **loi de la gravitation universelle** (Newton) :

$$F(A/B) = F(B/A) = G \times m_A \times m_B / d^2$$

- $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$ est la constante de gravitation universelle ;
- m en kilogrammes (kg), d en mètres (m), F en newtons (N).

Caractéristiques : direction (AB), force **toujours attractive**, valeur donnée par la formule. Sous forme vectorielle :

$$\vec{F}(A/B) = - G \times m_A \times m_B / d^2 \times \vec{u}(AB)$$

Le signe « moins » traduit que la force exercée sur B est dirigée vers A.

Corps à symétrie sphérique. Un astre dont la masse est répartie de façon à symétrie sphérique (couches homogènes concentriques) agit, à l'extérieur, comme si toute sa masse était concentrée en son centre. On prend alors pour d la distance entre les centres. C'est ce qui permet d'appliquer la loi à la Terre, à la Lune ou au Soleil.

Comparaison des deux lois.

	Loi de Coulomb	Loi de la gravitation
Grandeur source	charge q (positive ou négative)	masse m (toujours positive)
Constante	$k \approx 8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$
Dépendance en distance	$1/d^2$	$1/d^2$
Sens	attractive ou répulsive	toujours attractive
Écran possible	oui (les charges se compensent)	non

Les deux lois ont la même forme mathématique, mais les ordres de grandeur sont sans commune mesure : à l'échelle des particules, la force électrostatique l'emporte d'un facteur de l'ordre de 10^{39} (voir l'exemple résolu 1).

4. La notion de champ

Une charge ou une masse modifie les propriétés de l'espace qui l'entoure : toute autre charge ou masse placée en un point de cet espace subit une force. On décrit cette propriété de l'espace par un **champ** : une grandeur définie en chaque point. Un champ est **vectoriel** s'il associe un vecteur à chaque point (champ électrostatique, champ de gravitation), **scalaire** s'il associe un nombre (champ de température, champ de pression).

L'intérêt du champ : il sépare la cause (la source) de l'effet (la force sur l'objet test). On calcule une fois le champ créé par la source, puis la force sur n'importe quel objet s'obtient par une simple multiplication.

Champ électrostatique. Une charge test q placée en un point M subit la force $\vec{F}$. Le champ électrostatique en M est :

$$\vec{E}(M) = \vec{F} / q, \text{ soit } \vec{F} = q \times \vec{E}$$

- E en newtons par coulomb ($\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$), unité équivalente au volt par mètre ($\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$), plus utilisée.
- Si $q > 0$, la force a le **même sens** que le champ ; si $q < 0$, la force est de **sens opposé** au champ.
- Le champ ne dépend pas de la charge test : il ne dépend que des charges sources et du point M .

Champ créé par une charge ponctuelle Q . En combinant la loi de Coulomb et la définition :

$$E(M) = k \times |Q| / r^2, \text{ avec } r = OM \text{ la distance entre la charge source } O \text{ et le point } M.$$

$$\vec{E}(M) = k \times Q / r^2 \times \vec{u}(OM) : \text{ le champ est } \textbf{radial}, \text{ dirigé vers l'extérieur (« fuyant » la charge) si } Q > 0, \text{ dirigé vers la charge si } Q < 0.$$

Champ de gravitation. Une masse test m placée en M subit la force $\vec{F}$. Le champ de gravitation en M est :

$$\vec{g}(M) = \vec{F} / m, \text{ soit } \vec{F} = m \times \vec{g}$$

- g en newtons par kilogramme ($\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$), unité équivalente au $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.
- Comme $m > 0$, la force a toujours le sens du champ.

Champ créé par un astre de masse M à symétrie sphérique, à la distance r de son centre O (r supérieur ou égal au rayon R de l'astre) :

$$g(r) = G \times M / r^2, \text{ dirigé vers le centre de l'astre.}$$

$$\text{À la surface de la Terre } (M = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}, R = 6,37 \times 10^6 \text{ m}) : g_0 = G \times M / R^2 \approx 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}. \text{ À l'altitude } h, r = R + h \text{ et } g(h) = G \times M / (R + h)^2 = g_0 \times R^2 / (R + h)^2.$$

Champ de pesanteur. Le poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$ d'un objet au voisinage de la Terre est essentiellement la force gravitationnelle exercée par la Terre ; le champ de pesanteur $\vec{g}$ se confond donc, en première approximation, avec le champ de gravitation terrestre (la rotation de la Terre introduit une petite correction, négligée en Première). Sur une zone de quelques kilomètres, ce champ est **uniforme** : même direction (la verticale du lieu), même sens (vers le bas), même valeur.

Superposition. Lorsque plusieurs sources sont présentes, le champ total en un point est la **somme vectorielle** des champs créés par chacune d'elles. C'est ce qui permet de trouver, entre la Terre et la

Lune, le point où les deux champs de gravitation se compensent (exercice 8).

5. Les lignes de champ

Une **ligne de champ** est une courbe tangente en chacun de ses points au vecteur champ, orientée dans le sens du champ. Une carte de lignes de champ visualise un champ vectoriel d'un seul coup d'œil.

Propriétés :

- en chaque point, le vecteur champ est tangent à la ligne qui y passe et de même sens qu'elle ;
- deux lignes de champ ne se coupent jamais (sinon le champ aurait deux directions au même point) ;
- les lignes sont **plus serrées** là où le champ est **plus intense** ;
- pour le champ électrostatique, les lignes **partent** des charges positives et **aboutissent** aux charges négatives ;
- pour le champ de gravitation, les lignes convergent vers les masses (le champ est toujours attractif).

Lignes de champ : les cas à reconnaître

charge positive isolée : droites radiales sortantes

charge négative isolée : droites radiales entrantes

deux charges opposées : lignes courbes allant de + vers -

deux charges de même signe : lignes qui s'écartent, champ nul au milieu

plaques parallèles : droites parallèles et équidistantes, champ uniforme

astre : droites radiales dirigées vers le centre

Repères complémentaires, sans séquence causale

Un champ est **uniforme** dans une région si le vecteur champ y est le même en tout point (même direction, même sens, même valeur). Ses lignes de champ sont alors des droites parallèles, également espacées. Le champ de pesanteur à l'échelle d'une salle et le champ entre deux plaques chargées sont les deux exemples au programme.

On peut matérialiser les lignes de champ électrostatique avec des grains de semoule flottant dans de l'huile entre deux électrodes reliées à une haute tension : les grains, polarisés, s'alignent selon le champ.

6. Le champ électrostatique entre deux plaques parallèles

Deux plaques métalliques planes et parallèles, distantes de d , sont reliées aux bornes d'un générateur qui impose entre elles une tension U (on note $U = V_+ - V_- > 0$, la plaque reliée à la borne positive portant des charges positives, l'autre des charges négatives). Ce dispositif est un **condensateur plan**.

Entre les plaques, loin des bords, le champ électrostatique est **uniforme** :

- **direction** : perpendiculaire aux plaques ;
- **sens** : de la plaque positive vers la plaque négative (le champ « descend » les potentiels) ;
- **valeur** : $E = U / d$, avec E en $V \cdot m^{-1}$, U en volts (V) et d en mètres (m).

Cette relation justifie l'unité $V \cdot m^{-1}$: le champ mesure la variation de tension par mètre de déplacement. À tension fixée, rapprocher les plaques augmente le champ.

Force sur une particule chargée. Une particule de charge q placée entre les plaques subit $\vec{F} = q \times \vec{E}$, force constante (même valeur et même sens partout entre les plaques) :

- un proton ou un ion positif est poussé vers la plaque négative ;
- un électron ou un ion négatif est poussé vers la plaque positive.

Particule chargée entre deux plaques

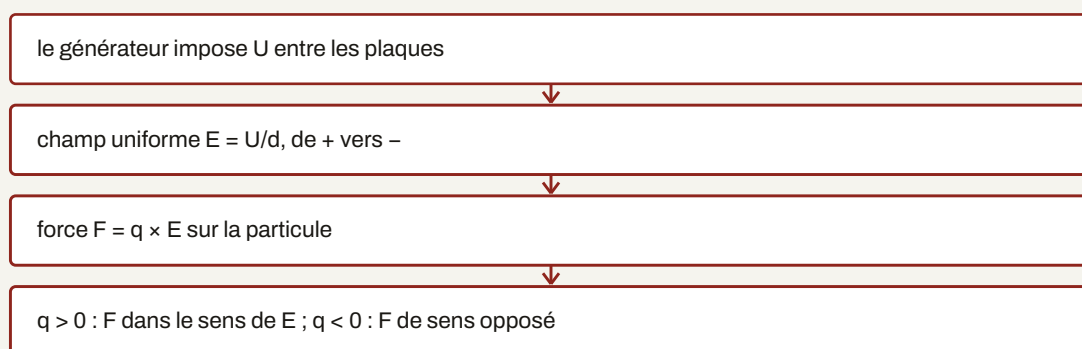


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Pour une particule élémentaire, le poids est presque toujours négligeable devant la force électrique (exemple résolu 3). C'est le principe des accélérateurs de particules, de l'électrophorèse (séparation de molécules chargées dans un gel soumis à un champ) et des anciens écrans cathodiques.

Ordre de grandeur utile : l'air sec devient conducteur (étincelle, claquage) pour un champ d'environ $3 \times 10^6 V \cdot m^{-1}$. C'est ce qui limite la tension que l'on peut appliquer entre deux plaques dans l'air.

7. Cohésion de la matière : qui l'emporte, et à quelle échelle

La question « quelle interaction maintient cet édifice ? » se règle par une comparaison d'ordres de grandeur.

- **Noyau atomique** (environ $10^{-15} m$). Les protons, tous positifs, se repoussent fortement (plusieurs dizaines de newtons entre deux protons voisins, exercice 6). Ni la gravitation (de l'ordre de $10^{-35} N$) ni l'électrostatique ne peuvent expliquer la cohésion : c'est l'**interaction forte**, attractive entre nucléons et de très courte portée, qui l'assure. Au-delà de quelques $10^{-15} m$, elle devient négligeable, ce qui limite la taille des noyaux stables.
- **Atome et molécule** (environ $10^{-10} m$). L'attraction électrostatique entre le noyau et les électrons maintient l'atome ; les liaisons chimiques, les interactions entre molécules (liaisons hydrogène, interactions de van der Waals) et la cohésion des solides ioniques sont toutes d'origine **électromagnétique**.
- **Échelle humaine et géologique**. La cohésion d'un objet, le frottement, la tension d'un fil, la réaction d'un support sont des manifestations macroscopiques de l'interaction électromagnétique entre

atomes. La gravitation, elle, se manifeste par le poids.

- **Échelle astronomique.** Les astres sont globalement neutres : les forces électriques entre eux se compensent. Il ne reste que la gravitation, toujours attractive et sans écran possible, qui s'additionne pour des masses gigantesques. Elle gouverne le mouvement des planètes, la forme sphérique des astres, la cohésion des galaxies.

Échelle et interaction dominante

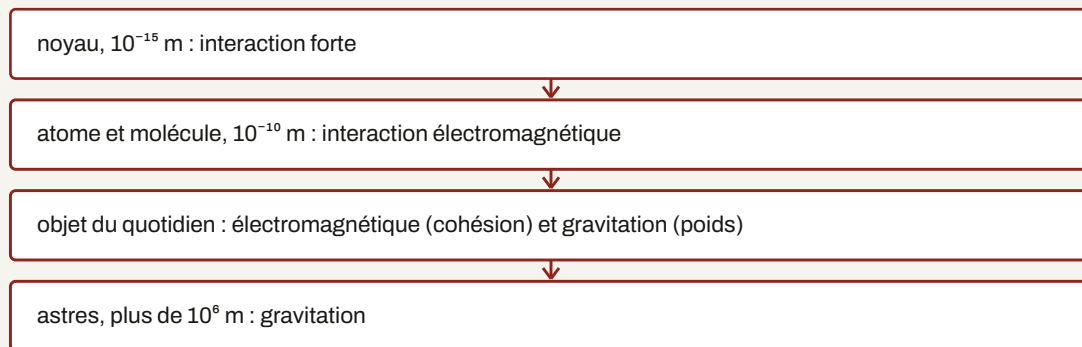


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Retenir la logique : la force électrostatique est de loin la plus intense entre deux particules, mais la neutralité de la matière l'annule à grande échelle ; la gravitation, infiniment plus faible, gagne par accumulation.

Exemples résolus

Exemple 1 : comparer les deux interactions dans l'atome d'hydrogène

Énoncé. Dans le modèle simple de l'atome d'hydrogène, l'électron se trouve à la distance $d = 5,3 \times 10^{-11}$ m du proton. Données : $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C ; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg ; $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg ; $k = 8,99 \times 10^9$ N·m²·C⁻² ; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻². a) Calculer la valeur F_e de la force électrostatique entre le proton et l'électron. Est-elle attractive ou répulsive ? b) Calculer la valeur F_g de la force gravitationnelle entre ces deux particules. c) Calculer le rapport F_e/F_g et conclure.

Résolution. a) Les charges sont +e et -e, de signes contraires : la force est **attractive**. $F_e = k \times e^2 / d^2 = 8,99 \times 10^9 \times (1,60 \times 10^{-19})^2 / (5,3 \times 10^{-11})^2$. Numérateur : $(1,60 \times 10^{-19})^2 = 2,56 \times 10^{-38}$, puis $8,99 \times 10^9 \times 2,56 \times 10^{-38} = 2,30 \times 10^{-28}$. Dénominateur : $(5,3 \times 10^{-11})^2 = 2,81 \times 10^{-21}$. $F_e = 2,30 \times 10^{-28} / 2,81 \times 10^{-21} = 8,2 \times 10^{-8}$ N. b) $F_g = G \times m_e \times m_p / d^2 = 6,67 \times 10^{-11} \times 9,11 \times 10^{-31} \times 1,67 \times 10^{-27} / 2,81 \times 10^{-21}$. Numérateur : $9,11 \times 1,67 = 15,2$, donc $m_e \times m_p = 1,52 \times 10^{-57}$ kg² ; $6,67 \times 10^{-11}$ donne $1,01 \times 10^{-67}$. $F_g = 1,01 \times 10^{-67} / 2,81 \times 10^{-21} = 3,6 \times 10^{-47}$ N. c) $F_e / F_g = 8,2 \times 10^{-8} / 3,6 \times 10^{-47} \approx 2 \times 10^{39}$. La distance ne joue aucun rôle dans ce rapport (elle se simplifie). À l'échelle atomique, l'interaction gravitationnelle est totalement négligeable : la cohésion de l'atome est d'origine électromagnétique.

Exemple 2 : champ de gravitation terrestre au sol et en orbite

Énoncé. Données : masse de la Terre $M = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$; rayon terrestre $R = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$. a) Calculer la valeur g_0 du champ de gravitation à la surface de la Terre. b) La Station spatiale internationale orbite à l'altitude $h = 400 \text{ km}$. Calculer la valeur du champ de gravitation à cette altitude. c) Un astronaute de masse $m = 75 \text{ kg}$ y subit-il une force gravitationnelle nulle ? Calculer sa valeur.

Résolution. a) $g_0 = G \times M / R^2$. $G \times M = 6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24} = 3,98 \times 10^{14} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-1}$; $R^2 = (6,37 \times 10^6)^2 = 4,06 \times 10^{13} \text{ m}^2$. $g_0 = 3,98 \times 10^{14} / 4,06 \times 10^{13} = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. b) Attention : la distance au centre est $r = R + h = 6,37 \times 10^6 + 0,40 \times 10^6 = 6,77 \times 10^6 \text{ m}$ (on convertit $h = 400 \text{ km} = 4,00 \times 10^5 \text{ m}$). $r^2 = 4,58 \times 10^{13} \text{ m}^2$, donc $g = 3,98 \times 10^{14} / 4,58 \times 10^{13} = 8,69 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. c) Non : $F = m \times g = 75 \times 8,69 = 6,5 \times 10^2 \text{ N}$, soit environ 89 % de son poids au sol. L'impression d'apesanteur dans la station ne vient pas d'une absence de gravitation, mais du fait que la station et l'astronaute « tombent » ensemble autour de la Terre (ce point sera traité en Terminale).

Exemple 3 : un électron entre deux plaques

Énoncé. Deux plaques parallèles distantes de $d = 2,0 \text{ cm}$ sont soumises à une tension $U = 1,0 \times 10^3 \text{ V}$. Un électron est placé entre les plaques, loin des bords. Données : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. a) Donner les caractéristiques du champ électrostatique entre les plaques. b) Donner les caractéristiques de la force électrique subie par l'électron. c) Comparer cette force au poids de l'électron.

Résolution. a) Le champ est uniforme, perpendiculaire aux plaques, orienté de la plaque positive vers la plaque négative. Sa valeur : $E = U / d = 1,0 \times 10^3 / 2,0 \times 10^{-2} = 5,0 \times 10^4 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$. b) $F \rightarrow = q \times E \rightarrow$ avec $q = -e < 0$: la force est perpendiculaire aux plaques, de sens opposé au champ, donc dirigée vers la plaque positive. Valeur : $F = e \times E = 1,60 \times 10^{-19} \times 5,0 \times 10^4 = 8,0 \times 10^{-15} \text{ N}$. c) $P = m_e \times g = 9,11 \times 10^{-31} \times 9,81 = 8,94 \times 10^{-30} \text{ N}$. Rapport $F / P = 8,0 \times 10^{-15} / 8,94 \times 10^{-30} \approx 9 \times 10^{14}$. Le poids de l'électron est négligeable : seule la force électrique compte.

Méthodes et pièges

- **Méthode type pour une force** : identifie les deux corps, convertis toutes les grandeurs en unités SI (nC en C, cm en m, km en m), écris la formule littérale, remplace, calcule, puis donne direction, sens et valeur.
- **Conversions de préfixes** : $\mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $\text{nC} = 10^{-9} \text{ C}$, $\text{pC} = 10^{-12} \text{ C}$. Une erreur de préfixe sur une distance au carré se paie au carré : $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$ donc $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$.
- **Distance entre centres** : pour un astre, d (ou r) se mesure depuis le centre. À l'altitude h , utilise $R + h$, jamais h seul.
- **Valeur absolue dans Coulomb** : la valeur d'une force est positive. Le signe des charges sert seulement à trouver le sens (attraction ou répulsion).
- **Sens de $F = qE$** : pour un électron ou un anion, la force est opposée au champ. C'est l'erreur la plus fréquente sur les plaques.
- **Sens du champ entre les plaques** : de la plaque + vers la plaque -, comme les lignes de champ qui partent des charges positives.
- **Ne confonds pas champ et force** : le champ ($\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$) existe sans objet test ; la force (N) n'existe que s'il y a un objet sur lequel elle s'exerce.

- **Raisonnement proportionnel** : en $1/d^2$, doubler la distance divise la force par 4 ; doubler une seule charge double la force. Utilise ces rapports pour vérifier un calcul ou répondre sans calculatrice.
- **Lignes de champ** : elles ne se croisent jamais et leur densité indique l'intensité. Un tracé où deux lignes se coupent est faux.

Vers le PASS

En PASS, l'électrostatique est reprise avec plus d'outils. Le champ créé par plusieurs charges se calcule par superposition vectorielle, puis on introduit le **potentiel électrique** V , lié au champ (dans un champ uniforme, $E = U/d$ en est le cas le plus simple), et l'**énergie potentielle électrique** $q \times V$. On étudie le **dipôle électrique** (deux charges opposées proches), modèle des molécules polaires comme l'eau, et l'on applique ces notions au vivant : la membrane d'une cellule se comporte comme un condensateur plan, avec une différence de potentiel de repos de l'ordre de -70 mV sur une épaisseur d'environ 7 nm, soit un champ de l'ordre de 10^7 V·m⁻¹. L'électrophorèse des protéines et de l'ADN repose directement sur $F = q \times E$.

La gravitation sert surtout à manier le poids et le champ de pesanteur dans les bilans de forces et d'énergie (biomécanique, pression hydrostatique dans les vaisseaux sanguins).

Suite en PASS : Électrostatique : charges, champ, potentiel et dipôles

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Deux petites sphères ponctuelles portent les charges $q_1 = +2,0$ μC et $q_2 = -3,0$ μC. Elles sont distantes de $d = 10$ cm. Calcule la valeur de la force électrostatique entre elles et précise si elle est attractive ou répulsive. Donnée : $k = 8,99 \times 10^9$ N·m²·C⁻².
2. Calcule la valeur de la force gravitationnelle exercée par la Terre sur la Lune. Données : $M(\text{Terre}) = 5,97 \times 10^{24}$ kg ; $M(\text{Lune}) = 7,35 \times 10^{22}$ kg ; distance entre les centres $D = 3,84 \times 10^8$ m ; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².
3. Une charge ponctuelle $Q = +5,0$ nC est placée en O.
 - a) Calcule la valeur du champ électrostatique en un point M situé à 30 cm de O et précise son sens. b) On place en M une charge $q = -2,0$ nC. Donne les caractéristiques de la force qu'elle subit.
4. Deux plaques parallèles distantes de 4,0 mm sont reliées aux bornes d'une pile de 12 V.
 - a) Calcule la valeur du champ électrostatique entre les plaques. b) Fais un schéma représentant les plaques, leur signe et trois lignes de champ orientées.
5. Données pour Mars : masse $M = 6,42 \times 10^{23}$ kg ; rayon $R = 3,39 \times 10^6$ m ; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².
 - a) Calcule la valeur du champ de gravitation à la surface de Mars. b) Calcule le poids, sur Mars, d'un astronaute de masse 70 kg équipement compris. Compare à son poids sur Terre ($g = 9,81$ N·kg⁻¹).

Niveau 2 : type bac

6. Cohésion du noyau. Dans un noyau d'hélium, deux protons sont séparés d'environ $d = 2,0 \times 10^{-15}$ m. Données : $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C ; $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg ; $k = 8,99 \times 10^9$ N·m²·C⁻² ; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².
 - a) Calcule la valeur de la force électrostatique entre les deux protons. Est-elle attractive ou répulsive ?
 - b) Calcule la valeur de la force gravitationnelle entre ces deux protons. c) Explique pourquoi ces deux

interactions ne permettent pas d'expliquer la cohésion du noyau, et nomme l'interaction responsable.

7. Pendule électrostatique. Une petite boule de masse $m = 0,50 \text{ g}$, portant la charge $q = +20 \text{ nC}$, est suspendue à un fil isolant entre deux plaques verticales distantes de $d = 8,0 \text{ cm}$. On applique entre les plaques une tension $U = 4,0 \times 10^3 \text{ V}$. À l'équilibre, le fil fait un angle α avec la verticale. Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

a) Calcule la valeur du champ électrostatique entre les plaques. b) Calcule la valeur de la force électrique subie par la boule et celle de son poids. c) À l'équilibre, la somme des trois forces (poids, force électrique horizontale, tension du fil) est nulle. Montre que $\tan \alpha = qE / (mg)$ et calcule α . d) Vers quelle plaque la boule est-elle déviée ?

8. Point d'équilibre entre la Terre et la Lune. Une sonde se trouve sur le segment joignant les centres de la Terre et de la Lune, à la distance x du centre de la Terre. Données : $M(\text{Terre}) = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$; $M(\text{Lune}) = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$; $D = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$.

a) Exprime les valeurs des champs de gravitation créés en ce point par la Terre et par la Lune. Précise leurs sens. b) Montre que le champ total est nul lorsque $(D - x)/x = \sqrt{M(\text{Lune})/M(\text{Terre})}$. c) Calcule x et exprime-le en pourcentage de D .

9. Champ de gravitation et altitude. Données : $R(\text{Terre}) = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$; $g_0 = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ au sol.

a) Montre que $g(h) = g_0 \times R^2 / (R + h)^2$. b) À quelle altitude h le champ de gravitation vaut-il la moitié de sa valeur au sol ? c) Calcule g à l'altitude d'un satellite géostationnaire, $h = 3,58 \times 10^7 \text{ m}$.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Raisonnement proportionnel, sans calculatrice. Deux charges ponctuelles exercent l'une sur l'autre une force de valeur $F = 36 \text{ mN}$.

a) On double chacune des deux charges sans changer la distance. Que vaut la nouvelle force ? b) Partant de la situation initiale, on triple la distance. Que vaut la force ? c) Partant de la situation initiale, on double chaque charge et on triple la distance. Que vaut la force ? d) De quel facteur faut-il multiplier la distance pour diviser la force par 100 ?

11. Superposition de champs. Une charge $q_A = +1,0 \text{ nC}$ est placée en A, une charge $q_B = -1,0 \text{ nC}$ en B, avec $AB = 20 \text{ cm}$. On note I le milieu de $[AB]$. Donnée : $k = 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

a) Calcule la valeur du champ créé en I par chaque charge et précise son sens. b) Déduis-en le champ total en I (direction, sens, valeur). c) Même question si $q_B = +1,0 \text{ nC}$. Relie le résultat à l'allure des lignes de champ.

12. Expérience de Millikan simplifiée. Une gouttelette d'huile de masse $m = 4,9 \times 10^{-15} \text{ kg}$ est immobile entre deux plaques horizontales distantes de $d = 1,0 \text{ cm}$, soumises à la tension $U = 1,5 \times 10^3 \text{ V}$. On admet qu'elle n'est soumise qu'à son poids et à la force électrique. Données : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$; $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

a) Quelle relation lie les valeurs des deux forces à l'équilibre ? b) Calcule la valeur absolue de la charge de la gouttelette et exprime-la en multiple de e . c) La gouttelette est chargée négativement. Quelle plaque, supérieure ou inférieure, est reliée à la borne positive ? Justifie.

13. Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse en une ou deux phrases.

a) La force électrostatique exercée par un proton sur un électron est plus grande que celle exercée par l'électron sur le proton. b) Le champ électrostatique en un point dépend de la charge test placée en ce point. c) Entre deux plaques chargées, un ion Cl^- se déplace vers la plaque négative. d) Si la distance

entre deux masses est divisée par 2, la force gravitationnelle est multipliée par 4. e) Le $\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$ et le $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ sont deux unités équivalentes. f) Deux lignes de champ peuvent se croiser en un point où le champ est intense.

Corrigés

1. Conversions : $q_1 = 2,0 \times 10^{-6} \text{ C}$, $|q_2| = 3,0 \times 10^{-6} \text{ C}$, $d = 0,10 \text{ m}$.

$F = k \times |q_1 \times q_2| / d^2 = 8,99 \times 10^9 \times (2,0 \times 10^{-6} \times 3,0 \times 10^{-6}) / (0,10)^2 = 8,99 \times 10^9 \times 6,0 \times 10^{-12} / 1,0 \times 10^{-2} = 5,39 \text{ N}$. Les charges sont de signes contraires : la force est attractive. $F \approx 5,4 \text{ N}$, attractive.

2. $F = G \times M(T) \times M(L) / D^2$.

$G \times M(T) = 6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24} = 3,98 \times 10^{14}$; $\times 7,35 \times 10^{22} = 2,93 \times 10^{37}$. $D^2 = (3,84 \times 10^8)^2 = 1,475 \times 10^{17} \text{ m}^2$. $F = 2,93 \times 10^{37} / 1,475 \times 10^{17} = 1,98 \times 10^{20} \text{ N}$. $F \approx 1,98 \times 10^{20} \text{ N}$, force attractive dirigée de la Lune vers le centre de la Terre.

3. a) $Q = 5,0 \times 10^{-9} \text{ C}$, $r = 0,30 \text{ m}$. $E = k \times Q / r^2 = 8,99 \times 10^9 \times 5,0 \times 10^{-9} / 0,090 = 44,95 / 0,090 = 499 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$. $E \approx 5,0 \times 10^2 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$, dirigé de O vers M (vers l'extérieur, car $Q > 0$).

b) $F = |q| \times E = 2,0 \times 10^{-9} \times 499 = 1,0 \times 10^{-6} \text{ N}$. Comme $q < 0$, la force est opposée au champ : elle est dirigée de M vers O. $F \approx 1,0 \times 10^{-6} \text{ N}$, direction (OM), dirigée vers O (attraction).

4. a) $d = 4,0 \times 10^{-3} \text{ m}$. $E = U / d = 12 / 4,0 \times 10^{-3} = 3,0 \times 10^3 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$. $E = 3,0 \times 10^3 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$.

b) Schéma attendu : deux plaques parallèles, celle reliée à la borne + portant des signes +, l'autre des signes - ; entre elles, trois droites parallèles, perpendiculaires aux plaques, également espacées, chacune orientée par une flèche de la plaque + vers la plaque -.

5. a) $g = G \times M / R^2$. $G \times M = 6,67 \times 10^{-11} \times 6,42 \times 10^{23} = 4,28 \times 10^{13}$; $R^2 = (3,39 \times 10^6)^2 = 1,15 \times 10^{13} \text{ m}^2$. $g = 4,28 \times 10^{13} / 1,15 \times 10^{13} = 3,73 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. $g(\text{Mars}) \approx 3,73 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

b) $P(\text{Mars}) = m \times g = 70 \times 3,73 = 261 \text{ N}$. $P(\text{Terre}) = 70 \times 9,81 = 687 \text{ N}$. Rapport $261 / 687 = 0,38$. $P(\text{Mars}) \approx 2,6 \times 10^2 \text{ N}$, soit environ 38 % du poids sur Terre ; la masse, elle, reste 70 kg.

6. a) $F_e = k \times e^2 / d^2 = 8,99 \times 10^9 \times 2,56 \times 10^{-38} / (2,0 \times 10^{-15})^2 = 2,30 \times 10^{-28} / 4,0 \times 10^{-30} = 57,5 \text{ N}$. Deux charges positives : $F_e \approx 58 \text{ N}$, répulsive.

b) $F_g = G \times m_p^2 / d^2 = 6,67 \times 10^{-11} \times (1,67 \times 10^{-27})^2 / 4,0 \times 10^{-30} = 1,86 \times 10^{-64} / 4,0 \times 10^{-30} = 4,7 \times 10^{-35} \text{ N}$, attractive. c) La force électrostatique est répulsive : elle tend à disperser les protons. L'attraction gravitationnelle est environ 10^{36} fois plus faible et ne peut pas la compenser. Il faut une interaction attractive encore plus intense à cette échelle : l'interaction forte, qui s'exerce entre nucléons sur une portée d'environ 10^{-15} m .

7. a) $E = U / d = 4,0 \times 10^3 / 8,0 \times 10^{-2} = 5,0 \times 10^4 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$.

b) $F = q \times E = 20 \times 10^{-9} \times 5,0 \times 10^4 = 1,0 \times 10^{-3} \text{ N}$. Poids : $m = 0,50 \text{ g} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ kg}$, $P = 5,0 \times 10^{-4} \times 9,81 = 4,9 \times 10^{-3} \text{ N}$. c) Le poids est vertical, la force électrique horizontale (perpendiculaire aux plaques verticales), la tension dirigée le long du fil. La somme étant nulle, la tension compense la somme $P \rightarrow + F \rightarrow$. Le fil est donc aligné avec cette somme : dans le triangle rectangle formé par P (côté vertical) et F (côté horizontal), l'angle du fil avec la verticale vérifie $\tan \alpha = F / P = qE / (mg)$. $\tan \alpha = 1,0 \times 10^{-3} / 4,9 \times 10^{-3} = 0,204$, d'où $\alpha \approx 11,5^\circ$. d) $q > 0$: la force a le sens du champ, de la plaque + vers la plaque -. La boule est déviée vers la plaque négative.

8. a) Champ créé par la Terre : $g_T = G \times M(T) / x^2$, dirigé vers la Terre. Champ créé par la Lune : $g_L = G \times M(L) / (D - x)^2$, dirigé vers la Lune. Les deux champs ont la même direction et des sens opposés.

b) Le champ total est nul si $g_T = g_L$, soit $M(T) / x^2 = M(L) / (D - x)^2$, donc $(D - x)^2 / x^2 = M(L) / M(T)$. Les grandeurs étant positives, on prend la racine : $(D - x) / x = \sqrt{M(L) / M(T)}$. c) $M(L) / M(T) = 7,35 \times 10^{22} / 5,97 \times 10^{24} = 1,23 \times 10^{-2}$; $\sqrt{} = 0,111$. Donc $D - x = 0,111 x$, soit $x = D / 1,111 = 3,84 \times 10^8 / 1,111 = 3,46 \times 10^8$ m. **$x \approx 3,46 \times 10^8$ m, soit environ 90 % de D : le point est bien plus proche de la Lune, moins massive.**

9. a) $g(h) = G \times M / (R + h)^2$ et $g_0 = G \times M / R^2$. En divisant : $g(h) / g_0 = R^2 / (R + h)^2$, d'où $g(h) = g_0 \times R^2 / (R + h)^2$.

b) On veut $R^2 / (R + h)^2 = 1/2$, soit $(R + h) / R = \sqrt{2}$, donc $h = R(\sqrt{2} - 1) = 6,37 \times 10^6 \times 0,414 = 2,64 \times 10^6$ m. **$h \approx 2,64 \times 10^3$ km.** c) $R + h = 6,37 \times 10^6 + 3,58 \times 10^7 = 4,22 \times 10^7$ m. $g = 9,81 \times (6,37 \times 10^6)^2 / (4,22 \times 10^7)^2 = 9,81 \times (0,151)^2 = 9,81 \times 0,0228 = 0,224 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. **$g \approx 0,22 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.**

10. a) F est proportionnelle au produit des charges : $2 \times 2 = 4$. **$F' = 4 \times 36 = 144 \text{ mN}$.**

b) F est inversement proportionnelle à d^2 : $3^2 = 9$. **$F' = 36 / 9 = 4,0 \text{ mN}$.** c) Facteur $4 / 9$: **$F' = 36 \times 4 / 9 = 16 \text{ mN}$.** d) Il faut $d'^2 = 100 d^2$, donc **$d' = 10 d$** : multiplier la distance par 10.

11. a) $AI = BI = 0,10$ m. Chaque charge crée en I un champ de valeur $E = k \times |q| / r^2 = 8,99 \times 10^9 \times 1,0 \times 10^{-9} / (0,10)^2 = 8,99 / 0,010 = 899 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. Le champ de qA (positive) est dirigé de A vers I, donc vers B. Le champ de qB (négative) est dirigé de I vers B. **Chaque champ vaut environ $9,0 \times 10^2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, tous deux dirigés vers B.**

b) Même direction, même sens : les valeurs s'additionnent. **$E(I) \approx 1,8 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, direction (AB), dirigé de A vers B.** c) Si $qB = +1,0 \text{ nC}$, le champ de qB en I est dirigé de B vers I, donc vers A, avec la même valeur. Les deux champs sont opposés : **$E(I) = 0$** . Sur une carte de lignes de champ, deux charges de même signe donnent des lignes qui s'écartent l'une de l'autre et laissent au milieu une zone vide de lignes, où le champ est nul ; avec deux charges opposées, au contraire, les lignes sont serrées entre les charges, signe d'un champ intense.

12. a) La gouttelette est immobile (au repos) : les deux forces se compensent, donc $|q| \times E = m \times g$, la force électrique étant verticale vers le haut.

b) $E = U / d = 1,5 \times 10^3 / 1,0 \times 10^{-2} = 1,5 \times 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. $|q| = m \times g / E = 4,9 \times 10^{-15} \times 9,81 / 1,5 \times 10^5 = 4,81 \times 10^{-14} / 1,5 \times 10^5 = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$. Et $3,2 \times 10^{-19} / 1,60 \times 10^{-19} = 2,0$. **$|q| = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C} = 2e$** : la gouttelette porte deux charges élémentaires, ce qui illustre la quantification de la charge. c) La force électrique doit être dirigée vers le haut. Pour une charge négative, la force est opposée au champ : le champ est donc dirigé vers le bas. Le champ allant de la plaque + vers la plaque -, **la plaque supérieure est reliée à la borne positive.**

13. a) **Faux** : d'après le principe des actions réciproques (et la loi de Coulomb), les deux forces ont la même valeur, la même direction et des sens opposés.

b) **Faux** : $E \rightarrow = F \rightarrow / q$; si l'on change q, F change dans la même proportion et le rapport reste le même. Le champ ne dépend que des sources et du point. c) **Faux** : un ion Cl^- est négatif, la force qu'il subit est opposée au champ, donc dirigée vers la plaque positive. d) **Vrai** : F est proportionnelle à $1/d^2$; $(1/2)^2 = 1/4$ au dénominateur, donc F est multipliée par 4. e) **Vrai** : $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, donc $1 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. f) **Faux** : deux lignes de champ ne se croisent jamais, car le champ n'a qu'une direction en chaque point.

Description d'un mouvement et principe d'inertie

COURS • P02 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	10

Ce que tu dois savoir faire

- Définir un système et choisir un référentiel adapté à l'étude d'un mouvement (terrestre, géocentrique, héliocentrique).
- Expliquer, sur un exemple, la relativité du mouvement : trajectoire et vitesse dépendent du référentiel.
- Écrire les coordonnées du vecteur position d'un point dans un repère et décrire une trajectoire.
- Construire et calculer un vecteur vitesse à partir d'une chronophotographie ou d'un relevé de positions : $\vec{v} \approx (\vec{OM}(i+1) - \vec{OM}(i)) / \Delta t$.
- Qualifier un mouvement : rectiligne, circulaire ou curviligne ; uniforme, accéléré ou ralenti.
- Construire le vecteur variation de vitesse $\Delta \vec{v}$ et le relier à la somme des forces : $m \times \Delta \vec{v} / \Delta t \approx \Sigma \vec{F}$.
- Énoncer le principe d'inertie et sa contraposée, et l'utiliser pour trouver une force inconnue ou pour prévoir un mouvement.
- Modéliser les forces usuelles (poids, réaction d'un support, tension d'un fil, frottements) et les représenter sur un schéma.
- Établir un diagramme objet-interactions et faire un bilan des forces.

Cours

1. Système, référentiel et relativité du mouvement

Étudier un mouvement commence par deux choix.

Le **système** est l'objet (ou l'ensemble d'objets) dont on étudie le mouvement. Tout le reste constitue l'extérieur, qui agit sur le système par des forces. En Première, le système est presque toujours modélisé par un **point matériel** : un point auquel on attribue toute la masse du système. Ce modèle est

valable quand on ne s'intéresse pas aux rotations de l'objet sur lui-même ; on suit alors un point particulier, en général le centre de masse (centre de gravité), noté G.

Le **référentiel** est l'objet de référence par rapport auquel on décrit le mouvement, muni d'un repère d'espace (une origine O et des axes) et d'une horloge (une origine des dates).

Référentiel	Objet de référence	Usage
Terrestre	le sol, un bâtiment, une table	mouvements à la surface de la Terre, de courte durée
Géocentrique	centre de la Terre, axes pointant vers des étoiles lointaines	mouvement de la Lune et des satellites
Héliocentrique	centre du Soleil, axes pointant vers des étoiles lointaines	mouvement des planètes et des sondes

La **trajectoire** est l'ensemble des positions successives occupées par le point au cours du temps. Elle dépend du référentiel : c'est la **relativité du mouvement**. Un exemple classique : un point de la valve d'une roue de vélo décrit un cercle dans le référentiel du cadre du vélo, mais une courbe en arceaux (une cycloïde) dans le référentiel terrestre. De même, un voyageur assis dans un train est immobile dans le référentiel du train et en mouvement dans le référentiel terrestre. Dire « cet objet est immobile » n'a de sens que si l'on précise par rapport à quoi.

2. Vecteur position et trajectoire

Dans un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) du plan, la position d'un point M à la date t est repérée par le **vecteur position** :

$\vec{OM}(t) = x(t) \times \vec{i} + y(t) \times \vec{j}$, de coordonnées (x(t) ; y(t)) exprimées en mètres.

Les fonctions x(t) et y(t) sont les **équations horaires** du mouvement. Une **chronophotographie** enregistre les positions $M_0, M_1, M_2, \dots$ à des dates séparées d'une durée constante τ (par exemple $\tau = 40$ ms pour une vidéo à 25 images par seconde). Lire une chronophotographie permet déjà de qualifier le mouvement :

- points alignés : mouvement **rectiligne** ; points sur un cercle : mouvement **circulaire** ; sinon, mouvement **curviligne** ;
- points régulièrement espacés : mouvement **uniforme** ; espacement croissant : mouvement **accélééré** ; espacement décroissant : mouvement **ralenti**.

3. Vecteur vitesse

La vitesse moyenne entre deux dates est la distance parcourue divisée par la durée. Pour décrire la vitesse à chaque instant et en direction, on définit le **vecteur vitesse**.

Entre les positions M_0 et M_{+1} , séparées de la durée $\Delta t = t_{+1} - t_0$, le vecteur vitesse au point M_0 est approché par :

$$\vec{v}(t_0) \approx (\vec{OM}_{+1} - \vec{OM}_0) / \Delta t = \vec{M_0M_{+1}} / \Delta t$$

Ses coordonnées : $v_x \approx (x_{+1} - x_0) / \Delta t$ et $v_y \approx (y_{+1} - y_0) / \Delta t$, en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Sa valeur : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

L'approximation est d'autant meilleure que Δt est petit. Mathématiquement, le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps ($\vec{v} = d\vec{OM}/dt$, vu en Terminale). Une variante plus précise, souvent utilisée en exploitation de vidéo, prend les deux points qui encadrent M : $\vec{v}(t) \approx \vec{M}_{t-\tau} \vec{M}_{t+\tau} / (2\tau)$. Un énoncé précise toujours laquelle utiliser ; sans précision, on emploie la première.

Caractéristiques du vecteur vitesse au point M :

- **direction** : tangente à la trajectoire en M ;
- **sens** : celui du mouvement ;
- **valeur** : la vitesse instantanée v ($m \cdot s^{-1}$; $1 m \cdot s^{-1} = 3,6 km \cdot h^{-1}$).

Représentation. On choisit une échelle (par exemple $1 cm$ pour $0,5 m \cdot s^{-1}$) et l'on trace la flèche à partir du point M .

Mouvements particuliers.

- Mouvement **rectiligne uniforme** : vecteur vitesse constant (même direction, même sens, même valeur).
- Mouvement **circulaire uniforme** : la valeur v est constante, mais la direction change sans cesse (toujours tangente au cercle). Le vecteur vitesse n'est donc **pas** constant. Pour un objet faisant f tours par seconde sur un cercle de rayon R , $v = 2\pi R f$.

Un vecteur vitesse est constant seulement si sa direction, son sens ET sa valeur restent les mêmes. Un mouvement circulaire « uniforme » a une vitesse de valeur constante, pas un vecteur vitesse constant.

4. Variation du vecteur vitesse et somme des forces

Le vecteur variation de vitesse entre deux dates voisines t et $t + \Delta t$ est :

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$$

On le construit graphiquement en traçant, à partir d'un même point, $\vec{v}(t + \Delta t)$ et l'opposé de $\vec{v}(t)$, puis en faisant la somme ; ou en coordonnées : $\Delta v_x = v_x(t + \Delta t) - v_x(t)$, $\Delta v_y = v_y(t + \Delta t) - v_y(t)$.

Lien avec les forces. Pour un système de masse m constante, modélisé par un point, l'expérience montre que, pour une durée Δt petite :

$$m \times \Delta \vec{v} / \Delta t \approx \Sigma \vec{F}$$

où $\Sigma \vec{F}$ est la somme vectorielle des forces extérieures appliquées au système (en N), m en kg , $\Delta \vec{v}$ en $m \cdot s^{-1}$ et Δt en s . Cette relation approchée, au programme de Première, annonce la deuxième loi de Newton de Terminale. Elle contient trois informations :

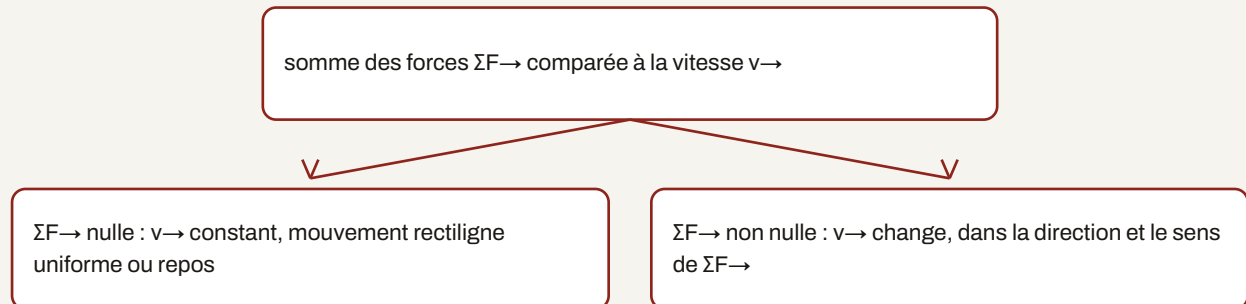
- $\Delta \vec{v}$ et $\Sigma \vec{F}$ ont la même direction et le même sens : les forces « orientent » le changement de vitesse ;
- pour une même somme des forces, la variation de vitesse est d'autant plus petite que la masse est grande : la masse mesure l'**inertie**, la résistance d'un corps aux changements de vitesse ;
- si $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$, alors $\Delta \vec{v} = \vec{0}$: la vitesse ne change pas.

Conséquences pratiques :

- force dans le sens du mouvement : la vitesse augmente (mouvement accéléré) ;
- force opposée au mouvement : la vitesse diminue (freinage) ;

- force perpendiculaire au mouvement : la valeur de la vitesse ne change pas, seule sa direction tourne (mouvement circulaire uniforme : la somme des forces est dirigée vers le centre du cercle).

Que fait la somme des forces ?



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

Exemple court : une voiture de masse $m = 1,2 \times 10^3 \text{ kg}$ roule en ligne droite. Sa vitesse passe de $20,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $18,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en $\Delta t = 0,50 \text{ s}$. $\Delta v = -2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (dans le sens opposé au mouvement), donc $\Sigma F \approx m \times |\Delta v| / \Delta t = 1,2 \times 10^3 \times 2,0 / 0,50 = 4,8 \times 10^3 \text{ N}$, dirigée vers l'arrière.

5. Le principe d'inertie

Principe d'inertie (première loi de Newton). Dans un référentiel galiléen, si un système est soumis à des forces qui se compensent ($\Sigma F \rightarrow = 0 \rightarrow$), ou n'est soumis à aucune force, alors il est soit immobile, soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme. Réciproquement, si un système est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme dans un référentiel galiléen, les forces qui s'exercent sur lui se compensent.

Contraposée (aussi importante) : si le mouvement n'est pas rectiligne uniforme (trajectoire courbe, ou vitesse de valeur variable), alors les forces ne se compensent pas : $\Sigma F \rightarrow \neq 0 \rightarrow$.

Référentiel galiléen. C'est, par définition, un référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié. Le référentiel héliocentrique l'est avec une excellente approximation ; le référentiel géocentrique l'est pour des durées courtes devant une année ; le référentiel terrestre l'est pour des expériences de courte durée devant une journée (la rotation de la Terre y est alors négligeable). Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui aussi galiléen. Un bus qui freine ou qui tourne n'est pas galiléen : une balle posée sur son plancher se met à rouler sans qu'aucune force horizontale ne soit apparue.

Ce que le principe d'inertie corrige. L'intuition dit qu'il faut une force pour entretenir un mouvement. C'est faux : il faut une force pour **modifier** un mouvement. Une voiture qui roule à vitesse constante en ligne droite subit une force motrice qui compense exactement les frottements ; si tout frottement disparaissait, elle continuerait sans moteur. Le palet sur une table à coussin d'air, presque sans frottement, illustre ce principe : une fois lancé, il glisse en ligne droite à vitesse constante.

Utilisations du principe d'inertie.

- Trouver une force inconnue : si le mouvement est rectiligne uniforme (ou si le système est au repos), la force inconnue est l'opposée de la somme des autres.
- Prévoir un mouvement : si le bilan des forces donne une somme nulle, le système garde sa vitesse.

- Détecter une force : si la trajectoire est courbe, au moins une force non compensée agit.

6. Les forces usuelles

Une **force** modélise l'action mécanique d'un objet sur un autre. Elle est représentée par un vecteur : point d'application, direction, sens, valeur en newtons (N). On distingue les actions **de contact** (réaction, tension, frottements) et les actions **à distance** (poids, force électrique). La méthode systématique commence par un **diagramme objet-interactions** : le système au centre, les objets qui agissent sur lui autour, un trait plein pour un contact, un trait pointillé pour une action à distance. Chaque trait donne une force du bilan.

Le **poids** $\vec{P} = m \times \vec{g}$.

- Point d'application : centre de gravité G ;
- direction : verticale du lieu ; sens : vers le bas ;
- valeur : $P = m \times g$, avec $g \approx 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ à la surface de la Terre ($1,62 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ sur la Lune).

Le poids est une force à distance, essentiellement l'attraction gravitationnelle de la Terre (chapitre précédent). La masse (kg) est une propriété de l'objet ; le poids (N) dépend du lieu.

La **réaction d'un support** $\vec{R}$. Elle s'applique sur la surface de contact. On la décompose en deux composantes :

- la **réaction normale** $\vec{R}_N$, perpendiculaire au support, dirigée vers l'extérieur du support : elle empêche l'objet de s'enfoncer ;
- la **composante tangentielle** $\vec{f}$ (frottement solide), parallèle au support, opposée au glissement ou à la tendance au glissement.

Sans frottement, la réaction est perpendiculaire au support ($\vec{R} = \vec{R}_N$). Attention : $\vec{R}_N$ n'est égale au poids que dans des cas particuliers (support horizontal, pas d'autre force verticale, pas de variation de vitesse verticale) ; sur un plan incliné d'angle α , $\vec{R}_N = m \times \vec{g} \times \cos \alpha$.

La **tension d'un fil** $\vec{T}$. Elle s'applique au point d'attache du fil sur le système, a pour direction celle du fil tendu et est dirigée du système vers le fil (un fil « tire », il ne pousse jamais). Pour un fil de masse négligeable, la tension a la même valeur aux deux extrémités.

Les **frottements fluides** $\vec{f}$. Exercés par l'air ou un liquide sur un objet en mouvement, ils sont opposés au vecteur vitesse (dans le référentiel du fluide) et leur valeur augmente avec la vitesse. C'est pourquoi un parachutiste finit par atteindre une vitesse limite : quand les frottements compensent le poids, la vitesse devient constante (principe d'inertie).



Les forces usuelles

poids : vertical, vers le bas, $P = mg$

réaction normale : perpendiculaire au support

frottement solide : parallèle au support, opposé au glissement

tension : selon le fil, du système vers le fil

frottement fluide : opposé à la vitesse, croît avec elle

Repères complémentaires, sans séquence causale

Bilan des forces : méthode. Préciser le système et le référentiel ; faire le diagramme objet-interactions ; lister chaque force avec ses caractéristiques ; représenter les forces sur un schéma à l'échelle depuis le centre de gravité (ou le point de contact) ; projeter sur des axes bien choisis (souvent parallèle et perpendiculaire au support) ; appliquer le principe d'inertie ou la relation $m \times \Delta v \rightarrow / \Delta t \approx \Sigma F \rightarrow$.

Projection sur des axes. Une force de valeur F faisant l'angle θ avec l'axe (Ox) a pour coordonnées $F_x = F \cos \theta$ et $F_y = F \sin \theta$. Sur un plan incliné d'angle α , le poids se décompose en $m g \sin \alpha$ le long de la pente (vers le bas) et $m g \cos \alpha$ perpendiculairement à la pente (vers le support).

7. Principe des actions réciproques (rappel)

Lorsqu'un objet A exerce sur un objet B une force $F(A/B) \rightarrow$, l'objet B exerce sur A la force $F(B/A) \rightarrow = -F(A/B) \rightarrow$: même droite d'action, même valeur, sens opposés. Ces deux forces s'appliquent sur **deux systèmes différents** : elles ne se compensent jamais dans le bilan d'un même système. Le poids d'un livre posé sur une table et la réaction de la table sur le livre ne forment pas un couple d'actions réciproques (ce sont deux forces sur le même livre, dues à deux objets différents) ; l'action réciproque du poids est l'attraction exercée par le livre sur la Terre.

Exemples résolus

Exemple 1 : exploiter une chronophotographie

Énoncé. Une balle est lancée horizontalement. Une vidéo donne ses positions toutes les $\tau = 0,10$ s dans un repère d'axe (Ox) horizontal et (Oy) vertical vers le haut :

Point	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4
x (m)	0	0,20	0,40	0,60	0,80
y (m)	0	-0,049	-0,196	-0,441	-0,785

a) Qualifie le mouvement selon chaque axe. b) Calcule les coordonnées et la valeur des vecteurs vitesse $v \rightarrow_1$ (en M_1) et $v \rightarrow_2$ (en M_2), avec $v \rightarrow \approx \Delta M \rightarrow / \tau$. c) Calcule $\Delta v \rightarrow = v \rightarrow_2 - v \rightarrow_1$ et en déduire la direction

et le sens de la somme des forces. La balle a une masse $m = 0,058 \text{ kg}$: estime la valeur de ΣF et compare-la au poids.

Résolution. a) Selon (Ox), x augmente de $0,20 \text{ m}$ à chaque intervalle : mouvement uniforme. Selon (Oy), les écarts $0,049$; $0,147$; $0,245$; $0,344 \text{ m}$ augmentent : mouvement accéléré vers le bas. La trajectoire est une courbe (une parabole). b) $v_{1x} = (0,40 - 0,20) / 0,10 = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_{1y} = (-0,196 - (-0,049)) / 0,10 = -1,47 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Valeur $v_1 = \sqrt{(2,0^2 + 1,47^2)} = \sqrt{(4,00 + 2,16)} = \sqrt{6,16} = 2,48 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $v_{2x} = (0,60 - 0,40) / 0,10 = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_{2y} = (-0,441 - (-0,196)) / 0,10 = -2,45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $v_2 = \sqrt{(4,00 + 6,00)} = \sqrt{10,0} = 3,16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. c) $\Delta v_x = 2,0 - 2,0 = 0$; $\Delta v_y = -2,45 - (-1,47) = -0,98 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $\Delta v \rightarrow$ est vertical, dirigé vers le bas : la somme des forces est **verticale vers le bas**. $\Sigma F \approx m \times |\Delta v| / \tau = 0,058 \times 0,98 / 0,10 = 0,57 \text{ N}$. Le poids vaut $P = 0,058 \times 9,81 = 0,57 \text{ N}$. Les deux valeurs coïncident : la balle est soumise à son seul poids, les frottements de l'air sont négligeables sur ce trajet.

Exemple 2 : un skieur à vitesse constante

Énoncé. Un skieur de masse $m = 70 \text{ kg}$ (équipement compris) descend en ligne droite une piste plane inclinée de $\alpha = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale, à vitesse constante. On modélise l'ensemble des frottements (neige et air) par une force unique $f \rightarrow$ parallèle à la piste. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. a) Fais le bilan des forces et justifie que $\Sigma F \rightarrow = 0 \rightarrow$. b) Calcule la valeur de la force de frottement et celle de la réaction normale de la piste.

Résolution. a) Système : le skieur ; référentiel terrestre, supposé galiléen. Forces : le poids $P \rightarrow$ (vertical, vers le bas), la réaction normale $R_N \rightarrow$ (perpendiculaire à la piste, vers le haut), les frottements $f \rightarrow$ (parallèles à la piste, vers le haut de la pente, opposés au mouvement). Le mouvement est rectiligne et uniforme : d'après le principe d'inertie, **les forces se compensent**, $\Sigma F \rightarrow = 0 \rightarrow$. b) On projette sur un axe parallèle à la piste orienté vers le bas et un axe perpendiculaire. Le poids a pour composantes $m g \sin \alpha$ le long de la pente et $m g \cos \alpha$ perpendiculairement. Le long de la pente : $m g \sin \alpha - f = 0$, donc $f = m g \sin \alpha = 70 \times 9,81 \times \sin 20^\circ = 686,7 \times 0,342 = 2,3 \times 10^2 \text{ N}$ (235 N). Perpendiculairement : $R_N - m g \cos \alpha = 0$, donc $R_N = 686,7 \times 0,940 = 6,5 \times 10^2 \text{ N}$ (645 N). On remarque que R_N est inférieure au poids (687 N) : sur une pente, la réaction normale n'équilibre qu'une partie du poids.

Exemple 3 : une lampe suspendue à deux câbles

Énoncé. Une lampe de masse $m = 5,0 \text{ kg}$ est suspendue au milieu de deux câbles identiques. Chaque câble fait un angle de 30° avec la verticale. La lampe est immobile. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. Calcule la tension de chaque câble.

Résolution. Système : la lampe, immobile dans le référentiel terrestre. Forces : le poids $P \rightarrow$ ($P = 5,0 \times 9,81 = 49,1 \text{ N}$), les tensions $T_1 \rightarrow$ et $T_2 \rightarrow$ dirigées le long des câbles, de même valeur T par symétrie. Principe d'inertie : $P \rightarrow + T_1 \rightarrow + T_2 \rightarrow = 0 \rightarrow$. Projection sur l'horizontale : $T \sin 30^\circ - T \sin 30^\circ = 0$, vérifié par symétrie. Projection sur la verticale (vers le haut) : $2 T \cos 30^\circ - P = 0$, donc $T = P / (2 \cos 30^\circ) = 49,1 / (2 \times 0,866) = 28 \text{ N}$. Chaque câble supporte un peu plus que la moitié du poids (24,5 N), parce qu'il est incliné. Plus les câbles s'écartent de la verticale, plus la tension augmente : à 80° , elle dépasserait 140 N.

Méthodes et pièges

- **Méthode type** : système, référentiel, diagramme objet-interactions, bilan des forces, schéma, puis principe d'inertie ou $m \times \Delta v \rightarrow / \Delta t \approx \Sigma F \rightarrow$, projection sur des axes adaptés.
- **Toujours préciser le référentiel** : « immobile » ou « rectiligne » n'ont pas de sens sans lui.

- **Vecteur constant** : vérifie direction, sens et valeur. Un virage à vitesse de valeur constante n'est pas un mouvement uniforme au sens vectoriel ; la somme des forces n'y est pas nulle.
- **Pas de force du mouvement** : n'ajoute jamais une « force de la vitesse » ou une « force de lancer » une fois l'objet lâché. Une balle en l'air ne subit que son poids (et les frottements de l'air).
- **Sens de $\Sigma \vec{F}$** : il est celui de $\Delta \vec{v}$, pas celui de $\vec{v}$. Une balle qui monte a une vitesse vers le haut, mais la somme des forces est vers le bas.
- **Réaction normale** : ne pose pas $R_N = P$ par réflexe ; c'est faux sur un plan incliné ou si une autre force a une composante verticale.
- **Actions réciproques** : elles s'exercent sur deux systèmes différents et n'apparaissent donc jamais ensemble dans un même bilan.
- **Calcul de vitesse** : divise le déplacement par la durée entre les deux points, pas par la durée totale ; convertis les cm en m et les ms en s.
- **Projection** : sur un plan incliné d'angle α , la composante du poids le long de la pente est $m g \sin \alpha$ (nulle si $\alpha = 0$, ce qui permet de vérifier que tu n'as pas inversé sin et cos).

Vers le PASS

En PASS, la mécanique du point devient l'outil de la biomécanique. La deuxième loi de Newton ($\Sigma \vec{F} = m \times \vec{a}$, avec $\vec{a}$ la dérivée de $\vec{v}$) remplace la relation approchée de Première et s'applique au saut, à la marche, à la chute. On ajoute la notion de **moment d'une force**, indispensable pour comprendre l'équilibre d'un membre autour d'une articulation (un muscle qui s'insère près de l'articulation doit développer une force bien supérieure à la charge portée). Les forces de frottement fluide prennent toute leur importance dans l'écoulement du sang, et la décomposition d'une force sur deux axes sert sans cesse dans les QCM de statique.

Suite en PASS : Forces, mouvements et bilans énergétiques

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Un voyageur est assis dans un train qui roule en ligne droite à $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Indique, pour chaque affirmation, si elle est vraie et dans quel référentiel.
 - a) Le voyageur est immobile.
 - b) Le voyageur se déplace à $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
 - c) Un arbre au bord de la voie se déplace à $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
2. Sur la chronophotographie d'un palet glissant sur une table à coussin d'air, les points sont alignés et séparés de 3,0 cm. L'intervalle de temps entre deux images est $\tau = 40 \text{ ms}$.
 - a) Qualifie le mouvement.
 - b) Calcule la valeur de la vitesse en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ puis en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
 - c) Que peux-tu dire des forces qui s'exercent sur le palet ?
3. Un astronaute a une masse $m = 60 \text{ kg}$. Calcule son poids sur Terre ($g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$) et sur la Lune ($g = 1,62 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$). Que vaut sa masse sur la Lune ?
4. Pour chaque situation, indique si les forces appliquées au système se compensent. Justifie avec le principe d'inertie (référentiel terrestre).
 - a) Un palet glisse en ligne droite à vitesse constante sur une table à coussin d'air.
 - b) Une voiture prend un virage à $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ constants.
 - c) Une pierre tombe en chute libre.
 - d) Un parachutiste descend

verticalement à vitesse constante.

5. Dans un repère, un mobile passe en $M_3(1,20 ; 0,50)$ puis en $M_4(1,50 ; 0,90)$, coordonnées en mètres, à 0,20 s d'intervalle. Calcule les coordonnées et la valeur du vecteur vitesse $\vec{v}_{\rightarrow_3} \approx M_3M_4 / \Delta t$.

Niveau 2 : type bac

6. Lancer du marteau. Un athlète fait tourner un marteau sur un cercle horizontal de rayon $R = 1,5 \text{ m}$ à raison de 2,0 tours par seconde, à vitesse de valeur constante.

a) Calcule la valeur de la vitesse du marteau. b) Le vecteur vitesse est-il constant ? Justifie. c) Représente sur un schéma deux vecteurs vitesse voisins et le vecteur $\Delta \vec{v}$. Quelle est sa direction ? d) Déduis-en la direction et le sens de la somme des forces. Quelle force joue ce rôle ? e) Quand l'athlète lâche le marteau, quelle est l'allure de la trajectoire juste après, vue de dessus ? Justifie.

7. Pousser une armoire. On pousse une armoire de masse $m = 40 \text{ kg}$ sur un sol horizontal avec une force horizontale de valeur $F = 150 \text{ N}$. L'armoire glisse en ligne droite à vitesse constante. Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

a) Fais le bilan des forces exercées sur l'armoire. b) Calcule la valeur de la force de frottement et celle de la réaction normale du sol. c) Calcule la valeur de la réaction totale du sol $R \rightarrow$ (somme de la réaction normale et du frottement) et l'angle qu'elle fait avec la verticale.

8. Ballon lancé vers le haut. Une vidéo d'un ballon de masse $m = 0,20 \text{ kg}$ lancé verticalement vers le haut donne, à deux instants séparés de $\Delta t = 0,050 \text{ s}$, les vitesses $v_3 = 4,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ puis $v_4 = 3,71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, toutes deux vers le haut. Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

a) Calcule la variation de vitesse Δv et précise son sens. b) Déduis-en la valeur, la direction et le sens de la somme des forces. c) Compare au poids du ballon. Que peux-tu en conclure sur les frottements de l'air ?

9. Saut en parachute. Un parachutiste de masse $m = 80 \text{ kg}$ (équipement compris) saute d'un avion. Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

a) Avant l'ouverture, il atteint une vitesse constante. Que vaut alors la force de frottement de l'air ? Calcule-la. b) À l'ouverture du parachute, sa vitesse diminue. Mesure : elle baisse de $4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en $0,10 \text{ s}$. Calcule la valeur de la somme des forces et en déduire la valeur de la force de frottement. c) Après l'ouverture, il descend à nouveau à vitesse constante, plus faible. Que vaut alors la force de frottement ? Commente.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Plan incliné et fil. Un bloc de masse $m = 2,0 \text{ kg}$ est maintenu immobile sur un plan incliné de $\alpha = 30^\circ$, sans frottement, par un fil parallèle à la pente. Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

a) Fais le bilan des forces et écris le principe d'inertie. b) Calcule la tension du fil et la réaction normale du plan. c) On coupe le fil. Quelle est la somme des forces ? Dans quel sens varie la vitesse ? d) Estime la vitesse acquise $0,10 \text{ s}$ après la coupure avec $m \times \Delta v / \Delta t \approx \Sigma F$.

11. Une voiture de masse $m = 1,2 \times 10^3 \text{ kg}$ accélère sur une route rectiligne horizontale. Sa vitesse passe de $72,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ à $93,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ en $\Delta t = 4,0 \text{ s}$, de façon régulière.

a) Convertis les vitesses en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et calcule Δv . b) Calcule la valeur de la somme des forces horizontales. c) Les frottements (air et roulement) valent 600 N . Calcule la force motrice exercée par la route sur les roues. d) Pour rouler ensuite à vitesse constante, quelle force motrice faut-il ? Justifie.

12. Référentiel non galiléen. Une bille est posée sur le plancher horizontal d'un bus, sans frottement notable. Le bus, qui roulait à vitesse constante en ligne droite, freine brusquement.

a) Dans le référentiel terrestre, fais le bilan des forces sur la bille et décris son mouvement pendant le freinage. b) Décris le mouvement de la bille vu par un passager assis dans le bus. c) Le principe d'inertie est-il vérifié dans le référentiel du bus ? Conclue sur la nature de ce référentiel.

13. Vrai ou faux ? Justifie.

a) Un objet en mouvement est forcément soumis à une force dans le sens de son mouvement. b) Si la somme des forces est nulle, l'objet est forcément immobile. c) Pour un mouvement circulaire uniforme, la somme des forces est nulle. d) $\Delta \vec{v} \rightarrow$ a toujours le sens de $\vec{v} \rightarrow$. e) Pour une même somme des forces, un objet plus lourd change moins vite de vitesse. f) Le poids d'un livre posé sur une table et la réaction de la table forment un couple d'actions réciproques.

Corrigés

1. a) **Vrai dans le référentiel du train** : sa position ne change pas par rapport au wagon.

b) **Vrai dans le référentiel terrestre** : il se déplace avec le train. c) **Vrai dans le référentiel du train** : vu du train, l'arbre défile à $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ dans le sens opposé. Dans le référentiel terrestre, l'arbre est immobile.

2. a) Points alignés et régulièrement espacés : **mouvement rectiligne uniforme**.

b) $v = d / \tau = 3,0 \times 10^{-2} \text{ m} / 40 \times 10^{-3} \text{ s} = 0,75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit $0,75 \times 3,6 = 2,7 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. c) Le mouvement est rectiligne uniforme dans le référentiel terrestre supposé galiléen : d'après le principe d'inertie, **les forces se compensent** (le poids est compensé par la réaction du coussin d'air).

3. $P(\text{Terre}) = m \times g = 60 \times 9,81 = 589 \text{ N}$ ($5,9 \times 10^2 \text{ N}$). $P(\text{Lune}) = 60 \times 1,62 = 97,2 \text{ N}$. La masse ne dépend pas du lieu : **$m = 60 \text{ kg}$ sur la Lune**.

4. a) **Oui** : mouvement rectiligne uniforme, donc forces compensées.

b) **Non** : la trajectoire est courbe, le vecteur vitesse change de direction, donc $\Sigma \vec{F} \rightarrow \neq 0 \rightarrow$ (contraposée du principe d'inertie). c) **Non** : la vitesse augmente ; la pierre n'est soumise qu'à son poids, non compensé. d) **Oui** : mouvement rectiligne uniforme, le poids est compensé par les frottements de l'air.

5. $v_x = (1,50 - 1,20) / 0,20 = 0,30 / 0,20 = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_y = (0,90 - 0,50) / 0,20 = 0,40 / 0,20 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$v_3 = \sqrt{(1,5^2 + 2,0^2)} = \sqrt{(2,25 + 4,00)} = \sqrt{6,25} = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. $\vec{v}_3 (1,5 ; 2,0) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_3 = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

6. a) $v = 2\pi R f = 2\pi \times 1,5 \times 2,0 = 18,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (environ $19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

b) **Non** : sa valeur est constante, mais sa direction (tangente au cercle) change sans cesse. c) Deux vecteurs vitesse de même longueur, tangents au cercle en deux points voisins. En les traçant depuis un même point, leur différence $\Delta \vec{v} \rightarrow = \vec{v}_2 \rightarrow - \vec{v}_1 \rightarrow$ est **dirigée vers le centre du cercle** (selon le rayon). d) $\Sigma \vec{F} \rightarrow$ a la direction et le sens de $\Delta \vec{v} \rightarrow$: **elle est dirigée vers le centre du cercle**. C'est essentiellement la **tension du câble** tenu par l'athlète (le poids du marteau, vertical, est compensé par la composante verticale de la tension et n'intervient pas dans le plan horizontal). e) Une fois lâché, le marteau n'est plus soumis à la tension. Dans le plan horizontal, aucune force ne s'exerce : vu de dessus, il part **en ligne droite, selon la tangente au cercle** au point de lâcher (principe d'inertie dans le plan horizontal ; vu de côté, le poids courbe la trajectoire vers le bas).

7. a) Système : l'armoire ; référentiel terrestre. Forces : le poids $\vec{P} \rightarrow$ (vertical, vers le bas, $P = m g$), la force de poussée $\vec{F} \rightarrow$ (horizontale, dans le sens du mouvement), la réaction normale $\vec{R}_N \rightarrow$ (verticale,

vers le haut), le frottement $f \rightarrow$ (horizontal, opposé au mouvement).

b) Mouvement rectiligne uniforme : $\Sigma F \rightarrow = 0 \rightarrow$. Horizontalement : $F - f = 0$, donc $f = 150 \text{ N}$.

Verticalement : $R_N - P = 0$, donc $R_N = 40 \times 9,81 = 392 \text{ N}$ ($3,9 \times 10^2 \text{ N}$). c) $R \rightarrow = R_N \rightarrow + f \rightarrow$, deux composantes perpendiculaires : $R = \sqrt{392^2 + 150^2} = \sqrt{153\,664 + 22\,500} = \sqrt{176\,164} = 420 \text{ N}$. Angle avec la verticale : $\tan \varphi = f / R_N = 150 / 392 = 0,383$, donc $\varphi \approx 21^\circ$, incliné vers l'arrière du mouvement.

8. a) $\Delta v = v_4 - v_3 = 3,71 - 4,20 = -0,49 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en prenant l'axe vertical vers le haut. $\Delta v \rightarrow$ est vertical, vers le bas, de valeur $0,49 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

b) $\Sigma F \approx m \times |\Delta v| / \Delta t = 0,20 \times 0,49 / 0,050 = 1,96 \text{ N}$, verticale, dirigée vers le bas (sens de $\Delta v \rightarrow$). c) $P = m \times g = 0,20 \times 9,81 = 1,96 \text{ N}$. La somme des forces est égale au poids : **les frottements de l'air sont négligeables** à cette vitesse.

9. a) Vitesse constante en ligne droite (chute verticale) : principe d'inertie, $f = P = m \times g = 80 \times 9,81 = 785 \text{ N}$ ($7,8 \times 10^2 \text{ N}$), verticale vers le haut.

b) $\Sigma F \approx m \times |\Delta v| / \Delta t = 80 \times 4,0 / 0,10 = 3,2 \times 10^3 \text{ N}$, dirigée vers le haut (la vitesse, vers le bas, diminue, donc $\Delta v \rightarrow$ est vers le haut). Sur un axe vertical vers le haut : $f - P = 3,2 \times 10^3 \text{ N}$, donc $f = 3\,200 + 785 = 4,0 \times 10^3 \text{ N}$ environ, soit 5 fois le poids. c) Nouvelle vitesse constante : à nouveau $f = P = 785 \text{ N}$. La force de frottement reprend la même valeur, mais pour une vitesse bien plus faible, car la grande surface du parachute rend les frottements beaucoup plus intenses à vitesse égale.

10. a) Système : le bloc ; référentiel terrestre. Forces : poids $P \rightarrow$, réaction normale $R_N \rightarrow$ (perpendiculaire au plan), tension $T \rightarrow$ (parallèle à la pente, vers le haut). Immobile : $P \rightarrow + R_N \rightarrow + T \rightarrow = 0 \rightarrow$.

b) Axe parallèle à la pente : $T - m g \sin \alpha = 0$, donc $T = 2,0 \times 9,81 \times \sin 30^\circ = 19,62 \times 0,500 = 9,8 \text{ N}$. Axe perpendiculaire : $R_N - m g \cos \alpha = 0$, donc $R_N = 19,62 \times 0,866 = 17 \text{ N}$. c) Sans le fil, la réaction normale compense toujours la composante perpendiculaire du poids. Il reste $\Sigma F = m g \sin \alpha = 9,8 \text{ N}$, **parallèle à la pente, vers le bas**. $\Delta v \rightarrow$ a ce sens : le bloc, initialement immobile, prend de la vitesse en descendant la pente. d) $\Delta v \approx \Sigma F \times \Delta t / m = 9,8 \times 0,10 / 2,0 = 0,49 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, vers le bas de la pente.

11. a) $72,0 / 3,6 = 20,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $93,6 / 3,6 = 26,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $\Delta v = 6,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, dans le sens du mouvement.

b) $\Sigma F \approx m \times \Delta v / \Delta t = 1,2 \times 10^3 \times 6,0 / 4,0 = 1,8 \times 10^3 \text{ N}$, dans le sens du mouvement. c) Horizontalement : $F_{\text{motrice}} - f = \Sigma F$, donc $F_{\text{motrice}} = 1\,800 + 600 = 2,4 \times 10^3 \text{ N}$. d) À vitesse constante en ligne droite, $\Sigma F \rightarrow = 0 \rightarrow$: la force motrice doit seulement compenser les frottements, soit **600 N** (si les frottements gardent cette valeur ; en réalité ils augmentent un peu avec la vitesse).

12. a) Forces sur la bille : son poids et la réaction normale du plancher, verticales et qui se compensent. Aucune force horizontale (frottements négligés). D'après le principe d'inertie dans le référentiel terrestre, **la bille garde sa vitesse : elle continue en ligne droite à vitesse constante** pendant que le bus ralentit.

b) Le bus ralentit plus que la bille : le passager voit **la bille partir vers l'avant du bus** en accélérant. c) Dans le référentiel du bus, la bille, soumise à des forces qui se compensent, passe du repos à un mouvement accéléré : **le principe d'inertie n'y est pas vérifié. Le bus qui freine n'est pas un référentiel galiléen.**

13. a) **Faux** : en l'absence de force (ou si elles se compensent), un objet en mouvement le reste, en ligne droite à vitesse constante. Une force est nécessaire pour modifier un mouvement, pas pour l'entretenir.

b) **Faux** : il peut aussi être en mouvement rectiligne uniforme. c) **Faux** : le vecteur vitesse change de direction, donc $\Sigma F \rightarrow \neq 0 \rightarrow$; elle est dirigée vers le centre. d) **Faux** : $\Delta v \rightarrow$ a le sens de $\Sigma F \rightarrow$. Pour un objet qui freine, $\Delta v \rightarrow$ est opposé à $v \rightarrow$. e) **Vrai** : $\Delta v \approx \Sigma F \times \Delta t / m$, donc à ΣF égale, Δv est d'autant plus petit que m est grande. Plus précisément, c'est la masse (et non le poids) qui mesure l'inertie. f) **Faux** : ces deux forces s'exercent sur le même objet (le livre). L'action réciproque de la réaction de la table est la force exercée par le livre sur la table ; celle du poids est l'attraction du livre sur la Terre.

Énergie mécanique : travail, énergie cinétique et potentielle

COURS • P03 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	10

Ce que tu dois savoir faire

- Calculer l'énergie cinétique d'un système modélisé par un point matériel.
- Calculer le travail d'une force constante sur un déplacement rectiligne, à l'aide du produit scalaire, et dire s'il est moteur, résistant ou nul.
- Établir l'expression du travail du poids et montrer qu'il ne dépend pas du chemin suivi.
- Calculer le travail d'une force de frottement de valeur constante et montrer qu'il dépend du chemin suivi.
- Distinguer forces conservatives et forces non conservatives.
- Énoncer et utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer une vitesse, une hauteur, une distance ou une force.
- Exprimer et calculer l'énergie potentielle de pesanteur, en précisant l'origine choisie.
- Définir l'énergie mécanique et utiliser sa conservation lorsque seules des forces conservatives travaillent.
- Relier la variation de l'énergie mécanique au travail des forces non conservatives et interpréter la dissipation d'énergie.
- Exploiter des courbes ou des tableaux d'énergies (cinétique, potentielle, mécanique) en fonction du temps ou de la position.

Cours

1. L'énergie cinétique

Un objet en mouvement possède une énergie liée à sa vitesse : l'**énergie cinétique**. Pour un système de masse m , modélisé par un point matériel de vitesse v dans un référentiel donné :

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$

- E_c en joules (J), m en kilogrammes (kg), v en mètres par seconde ($m \cdot s^{-1}$) ; $1 J = 1 kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$.
- E_c est toujours positive ou nulle, et nulle seulement pour un objet immobile.
- Elle dépend du référentiel, comme la vitesse.
- Elle est proportionnelle au **carré** de la vitesse : doubler la vitesse multiplie l'énergie cinétique par 4. C'est la raison physique pour laquelle la distance de freinage d'une voiture augmente beaucoup plus vite que sa vitesse.

Exemple court : une voiture de 1 200 kg roulant à $90 km \cdot h^{-1}$ (soit $25 m \cdot s^{-1}$) a une énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} \times 1\,200 \times 25^2 = 3,75 \times 10^5 J$.

2. Le travail d'une force constante

Une force qui s'exerce sur un système en mouvement peut lui fournir de l'énergie, ou lui en prendre. Le **travail** mesure ce transfert d'énergie.

Le travail d'une force **constante** $\vec{F}$ (même direction, même sens, même valeur) dont le point d'application se déplace en ligne droite de A à B est le produit scalaire :

$$W(\vec{AB})(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$$

- W en joules (J), F en newtons (N), AB en mètres (m) ;
- α est l'angle entre le vecteur force $\vec{F}$ et le vecteur déplacement $\vec{AB}$.

Le signe du travail se lit sur $\cos \alpha$:

Angle α	$\cos \alpha$	Travail	Effet sur le mouvement
$0 \leq \alpha < 90^\circ$	positif	moteur ($W > 0$)	la force favorise le déplacement
$\alpha = 90^\circ$	nul	nul ($W = 0$)	la force ne travaille pas
$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$	négatif	résistant ($W < 0$)	la force s'oppose au déplacement

Conséquences importantes :

- une force perpendiculaire au déplacement ne travaille pas. C'est le cas de la réaction normale d'un support fixe, et de la tension d'un fil de pendule (toujours perpendiculaire à la trajectoire circulaire) ;
- une force qui ne déplace pas son point d'application ne travaille pas : porter un sac immobile ne fait pas travailler la force exercée sur le sac, même si l'on se fatigue.

Coordonnées. Si $\vec{F} \rightarrow (F_x ; F_y)$ et $\vec{AB} \rightarrow (x_B - x_A ; y_B - y_A)$, alors $W = F_x \times (x_B - x_A) + F_y \times (y_B - y_A)$. Cette forme évite de chercher l'angle.

Exemple court : on tire une valise avec une force de 50 N inclinée de 30° par rapport à l'horizontale, sur 200 m en ligne droite horizontale. $W = 50 \times 200 \times \cos 30^\circ = 8,66 \times 10^3 J$ (travail moteur).

3. Travail du poids et travail d'un frottement

Travail du poids. Le poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$ est constant au voisinage de la Terre. Avec un axe (Oz) vertical orienté vers le haut, $\vec{P}$ a pour coordonnées (0 ; -m g) et $\vec{AB}$ a pour composante verticale ($z_B - z_A$).
D'où :

$$W(\vec{AB})(\vec{P}) = -m \times g \times (z_B - z_A) = m \times g \times (z_A - z_B)$$

- Si l'objet **descend** ($z_A > z_B$), le travail du poids est **moteur**.
- S'il **monte** ($z_B > z_A$), il est **résistant**.
- Le résultat ne dépend que des altitudes de départ et d'arrivée, **pas du chemin suivi** : un skieur qui descend 300 m de dénivelé par une piste directe ou par une piste en lacets reçoit le même travail de son poids.

Travail d'une force de frottement de valeur constante. Une force de frottement $\vec{f}$ est à chaque instant opposée au déplacement ($\alpha = 180^\circ$, $\cos \alpha = -1$). Sur un trajet rectiligne de longueur AB, puis par extension sur un trajet quelconque de longueur L où elle garde la même valeur :

$$W(\vec{f}) = -f \times L$$

Le travail est toujours **résistant** et **dépend du chemin suivi** : plus le trajet est long, plus il est négatif. Entre les mêmes points A et B, une piste en lacets fait perdre plus d'énergie par frottement qu'une piste directe.

Travail d'une force électrique constante. Dans le champ uniforme $\vec{E}$ entre deux plaques, une charge q subit $\vec{F} = q \times \vec{E}$, constante. Pour un déplacement de la plaque de départ à l'autre plaque, parallèlement au champ, sur la distance d : $W = q \times E \times d = q \times U$, où U est la tension entre le point de départ et le point d'arrivée. Comme pour le poids, ce travail ne dépend que des positions de départ et d'arrivée.

4. Forces conservatives et non conservatives

Une force est **conservative** si son travail entre deux points ne dépend pas du chemin suivi, mais seulement des positions de départ et d'arrivée. Une force est **non conservative** dans le cas contraire.

Force	Conservative ?	Remarque
Poids	oui	$W = m g (z_A - z_B)$
Force électrique dans un champ uniforme	oui	$W = q \times U$
Frottements (solides ou fluides)	non	$W < 0$, dépend de la longueur du trajet
Force motrice d'un moteur, poussée d'un muscle	non	dépend de la façon dont on l'exerce
Réaction normale d'un support fixe, tension d'un fil de pendule	ne travaillent pas	perpendiculaires au déplacement

À chaque force conservative on associe une **énergie potentielle** : une énergie « stockée » par le système du fait de sa position, que la force conservative peut restituer. Le travail d'une force conservative est égal à l'**opposé de la variation** de l'énergie potentielle associée.

5. Le théorème de l'énergie cinétique

Énoncé. Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système modélisé par un point matériel, entre deux positions A et B, est égale à la somme des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au système entre A et B :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \sum W(AB)(F \rightarrow \square)$$

Ce théorème prolonge le chapitre précédent : les forces dont le travail est moteur font gagner de la vitesse, celles dont le travail est résistant en font perdre, celles qui ne travaillent pas ne changent pas la valeur de la vitesse (même si elles peuvent changer sa direction).

Méthode d'utilisation.

- 1) Définir le système et le référentiel (galiléen).
- 2) Faire le bilan des forces.
- 3) Exprimer le travail de chacune entre A et B.
- 4) Écrire $\Delta E_c =$ somme des travaux et isoler l'inconnue (vitesse, distance, hauteur ou force).

Le théorème est particulièrement efficace parce qu'il ne demande que les états de départ et d'arrivée, sans suivre le mouvement en détail.

Utiliser le théorème de l'énergie cinétique

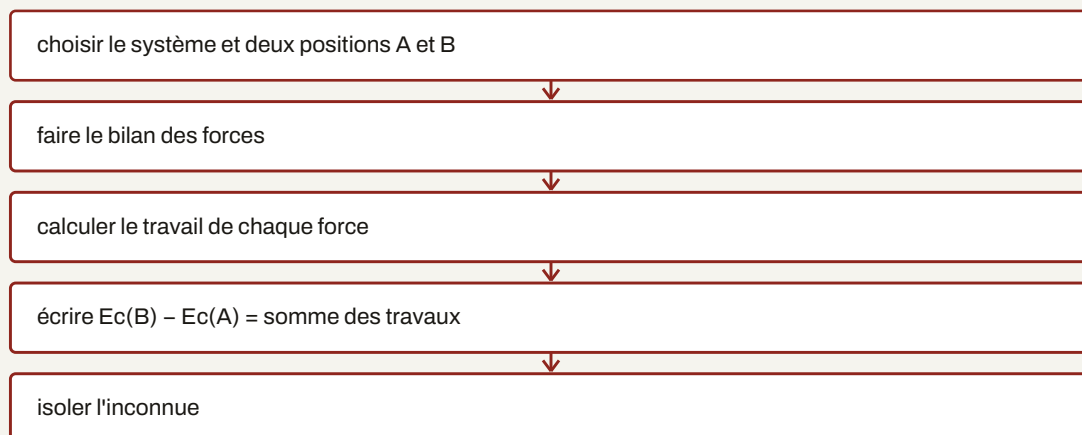


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Exemple court : une balle de 0,50 kg est lâchée sans vitesse d'une hauteur $h = 5,0$ m. Les frottements sont négligés. Seul le poids travaille : $\frac{1}{2} m v^2 - 0 = m g h$, donc $v = \sqrt{2 g h} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 5,0} = 9,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La masse se simplifie : tous les objets lâchés de la même hauteur atteignent le sol à la même vitesse quand les frottements sont négligeables.

6. L'énergie potentielle de pesanteur

Le poids est conservatif ; l'énergie potentielle qui lui est associée est l'**énergie potentielle de pesanteur** :

$$E_{pp} = m \times g \times z$$

- E_{pp} en joules (J), z l'altitude en mètres, mesurée sur un axe vertical **orienté vers le haut** ;

- l'origine des altitudes ($z = 0$) est **choisie** librement : sol, table, point le plus bas de la trajectoire. Epp vaut 0 à cette origine et peut être négative en dessous.

Seules les **variations** d'énergie potentielle ont un sens physique : $\Delta E_{pp} = m g (z_B - z_A)$, indépendante du choix de l'origine. On vérifie la relation annoncée :

$$W(AB)(P \rightarrow) = m g (z_A - z_B) = -\Delta E_{pp}$$

Quand un objet descend, son énergie potentielle diminue et le poids fournit un travail moteur ; quand il monte, Epp augmente et le travail du poids est résistant. L'expression $m g z$ n'est valable que si le champ de pesanteur est uniforme, donc pour des dénivelés faibles devant le rayon terrestre (quelques kilomètres au plus).

7. L'énergie mécanique et sa conservation

L'**énergie mécanique** d'un système est la somme de son énergie cinétique et de ses énergies potentielles. Dans le champ de pesanteur :

$$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$$

Démonstration de la conservation. Séparons les forces en forces conservatives (ici le poids) et non conservatives. Le théorème de l'énergie cinétique donne :

$$\Delta E_c = W(P \rightarrow) + W(\text{forces non conservatives}) = -\Delta E_{pp} + W(nc)$$

donc $\Delta E_c + \Delta E_{pp} = W(nc)$, c'est-à-dire :

$$\Delta E_m = W(AB)(\text{forces non conservatives})$$

Si les forces non conservatives ne travaillent pas (absentes, ou perpendiculaires au déplacement), l'énergie mécanique se **conserve** : $E_m(A) = E_m(B)$. L'énergie cinétique et l'énergie potentielle s'échangent, leur somme reste constante.

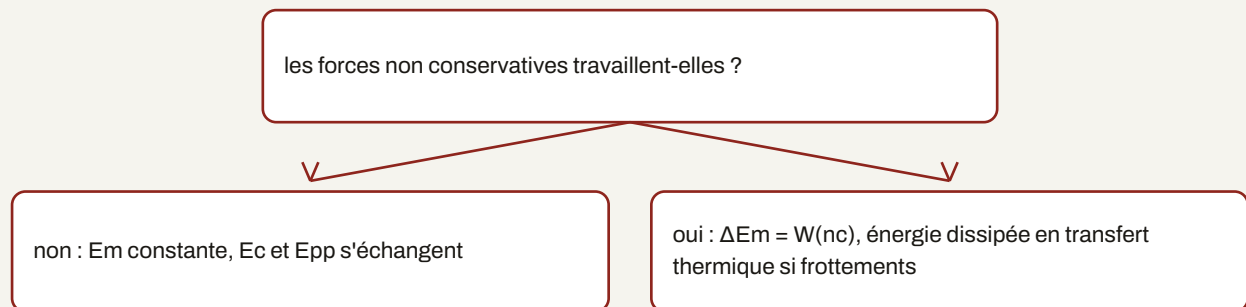
Exemples de conservation : chute libre, pendule sans frottement (la tension du fil ne travaille pas), glissade sur un toboggan parfaitement lisse. Sur un graphique en fonction du temps, la courbe de E_m est alors une droite horizontale, et les courbes de E_c et E_{pp} sont symétriques l'une de l'autre par rapport à la moitié de E_m .

Le raisonnement par conservation est souvent le plus rapide : au point le plus haut d'un pendule, $E_c = 0$ et E_{pp} est maximale ; au point le plus bas, E_{pp} est minimale et E_c maximale.

8. Non-conservation et dissipation

Quand des frottements travaillent, $W(nc) < 0$ et l'énergie mécanique **diminue** : $\Delta E_m = W(f \rightarrow) = -f \times L$. Cette énergie n'est pas détruite : elle est **dissipée**, principalement sous forme de transfert thermique vers l'environnement (échauffement des surfaces en contact, de l'air) et parfois sous forme sonore. L'énergie totale se conserve toujours ; c'est l'énergie **mécanique** qui ne se conserve pas.

Bilan d'énergie mécanique



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

Une force non conservative peut aussi **augmenter** l'énergie mécanique : la force motrice d'un moteur ou la poussée musculaire d'un sauteur fournissent un travail positif.

Mesurer une force de frottement moyenne. Si l'on connaît E_m au départ et à l'arrivée, ainsi que la longueur L du trajet, la valeur moyenne de la force de frottement est $f = (E_m(A) - E_m(B)) / L$. C'est l'objet de l'exemple résolu 2.

Puissance. La rapidité d'un transfert d'énergie se mesure par la puissance $P = W / \Delta t$ (en watts, W ; $1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$). Un moteur qui fournit $1,0 \times 10^4 \text{ J}$ en $5,0 \text{ s}$ a une puissance moyenne de $2,0 \times 10^3 \text{ W}$. Cette notion est développée au chapitre sur l'énergie électrique.

Exemples résolus

Exemple 1 : vitesse au bas d'un toboggan aquatique

Énoncé. Un baigneur de masse $m = 60 \text{ kg}$ part sans vitesse du haut d'un toboggan, à l'altitude $z_A = 6,0 \text{ m}$ au-dessus de l'eau. Il arrive en B, au ras de l'eau ($z_B = 0$). Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. a) En négligeant les frottements, calcule sa vitesse en B. b) Sa vitesse mesurée en B vaut $9,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcule l'énergie dissipée.

Résolution. a) Système : le baigneur ; référentiel terrestre. Forces : le poids (conservatif) et la réaction du toboggan, perpendiculaire au déplacement en l'absence de frottement, donc de travail nul. L'énergie mécanique se conserve : $E_m(A) = E_m(B)$. $E_m(A) = 0 + m g z_A = 60 \times 9,81 \times 6,0 = 3\,532 \text{ J}$. $E_m(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 + 0$. $\frac{1}{2} \times 60 \times v_B^2 = 3\,532$, donc $v_B^2 = 117,7$ et $v_B = 10,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (soit $\sqrt{2 g z_A}$, indépendant de la masse). b) $E_m(B)$ réelle = $\frac{1}{2} \times 60 \times 9,0^2 = 30 \times 81 = 2\,430 \text{ J}$. Énergie dissipée = $E_m(A) - E_m(B) = 3\,532 - 2\,430 = 1,1 \times 10^3 \text{ J}$, transférée sous forme thermique au toboggan, à l'eau qui y ruisselle et à l'air.

Exemple 2 : estimer une force de frottement

Énoncé. Une luge et son passager ($m = 60 \text{ kg}$ au total) partent sans vitesse en haut d'une piste rectiligne de longueur $L = 50 \text{ m}$ qui descend d'une hauteur $h = 10 \text{ m}$. Ils arrivent en bas avec une vitesse $v = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On modélise l'ensemble des frottements par une force constante, opposée au mouvement. Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. a) Calcule la variation d'énergie mécanique. b) Déduis-en la valeur de la force de frottement.

Résolution. a) On prend l'origine des altitudes en bas de la piste. $E_m(\text{haut}) = 0 + m g h = 60 \times 9,81 \times 10 = 5\,886 \text{ J}$. $E_m(\text{bas}) = \frac{1}{2} \times 60 \times 8,0^2 + 0 = 30 \times 64 = 1\,920 \text{ J}$. $\Delta E_m = 1\,920 - 5\,886 = -3\,966 \text{ J} \approx -4,0 \times 10^3 \text{ J}$. b) La réaction normale ne travaille pas ; seul le frottement est une force non conservative qui travaille : $\Delta E_m = W(\vec{f} \rightarrow) = -f \times L$. Donc $f = 3\,966 / 50 = 79 \text{ N}$. Vérification de vraisemblance : le poids vaut 589 N ; la composante du poids le long de la pente vaut $m g \times h / L = 589 \times 0,20 = 118 \text{ N}$, supérieure à f : la luge accélère bien.

Exemple 3 : un électron accéléré par une tension

Énoncé. Dans un tube, un électron initialement au repos est accéléré entre deux plaques soumises à la tension $U = 2,0 \times 10^3 \text{ V}$. Données : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$. Le poids est négligeable. a) Calcule le travail de la force électrique entre les deux plaques. b) Déduis-en l'énergie cinétique, puis la vitesse de l'électron à la sortie.

Résolution. a) La force électrique est constante, dirigée de la plaque négative vers la plaque positive (l'électron est négatif), dans le sens du déplacement : $W = e \times U = 1,60 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3 = 3,2 \times 10^{-16} \text{ J}$ (moteur). b) Théorème de l'énergie cinétique : $E_c(\text{sortie}) - 0 = W$, donc $E_c = 3,2 \times 10^{-16} \text{ J}$. $v = \sqrt{2 E_c / m_e} = \sqrt{(2 \times 3,2 \times 10^{-16} / 9,11 \times 10^{-31})} = \sqrt{7,03 \times 10^{14}} = 2,7 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit environ 9 % de la vitesse de la lumière : le modèle classique reste acceptable.

Méthodes et pièges

- **Choisis ta méthode** : s'il n'y a aucun frottement qui travaille, la conservation de E_m est la plus rapide ; s'il y en a, écris $\Delta E_m = W(\text{nc})$ ou le théorème de l'énergie cinétique avec toutes les forces.
- **Unités** : convertis les $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (diviser par 3,6) et les grammes en kilogrammes avant de calculer E_c .
- **Le carré de la vitesse** : $\frac{1}{2} m v^2$ et non $\frac{1}{2} m v$; une vitesse doublée donne une énergie cinétique quadruplée.
- **Signe du travail du poids** : $m g (z_A - z_B)$, départ moins arrivée. Positif à la descente, négatif à la montée.
- **Ne compte pas deux fois le poids** : dans le théorème de l'énergie cinétique, tu prends son travail ; dans le bilan d'énergie mécanique, il est déjà inclus dans E_{pp} . Ne l'écris pas aussi dans $W(\text{nc})$.
- **Forces qui ne travaillent pas** : la réaction normale d'un support fixe et la tension d'un fil de pendule sont perpendiculaires au déplacement. Ne leur attribue pas de travail.
- **Origine de E_{pp}** : précise-la toujours ; seules les variations comptent, le résultat final n'en dépend pas.
- **Angle α** : c'est l'angle entre la force et le déplacement, pas l'angle avec l'horizontale. Sur un plan incliné d'angle β , l'angle entre le poids et le déplacement vers le bas vaut $90^\circ - \beta$.
- **Énergie dissipée** : elle n'a pas disparu ; dis toujours sous quelle forme elle est transférée (thermique, le plus souvent).

Vers le PASS

En PASS, les bilans d'énergie servent partout. En biomécanique, on évalue le travail musculaire nécessaire pour monter un escalier (au minimum $m g h$), la puissance développée dans un saut, l'énergie absorbée par les articulations et les tendons lors d'un impact ; les tendons stockent puis restituent une partie de l'énergie à chaque pas, à la manière d'un ressort. En mécanique des fluides, le théorème de Bernoulli n'est rien d'autre qu'une conservation de l'énergie mécanique appliquée à un fluide en écoulement, et la perte de charge dans un vaisseau sanguin traduit une dissipation par frottements visqueux. Enfin, la relation $W = q \times U$, utilisée pour l'électron, réapparaît en biophysique des rayonnements (énergie des électrons dans un tube à rayons X) et en physiologie membranaire.

Suite en PASS : Forces, mouvements et bilans énergétiques

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Une voiture a une masse $m = 1,2 \text{ t}$.
a) Calcule son énergie cinétique à $90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, puis à $130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. b) Par quel facteur l'énergie cinétique est-elle multipliée ? Compare au rapport des vitesses.
2. On tire une valise sur un sol horizontal avec une force constante de valeur $F = 50 \text{ N}$, inclinée de 30° au-dessus de l'horizontale. La valise parcourt 200 m en ligne droite.
a) Calcule le travail de cette force. Est-il moteur ou résistant ? b) Calcule le travail du poids de la valise. Justifie.
3. Un randonneur de masse $m = 70 \text{ kg}$ (sac compris) monte d'un refuge situé à $1\,200 \text{ m}$ d'altitude à un sommet situé à $1\,850 \text{ m}$. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.
a) Calcule le travail de son poids. Est-il moteur ou résistant ? b) Calcule la variation de son énergie potentielle de pesanteur. c) Ces résultats dépendent-ils du sentier choisi ? Justifie.
4. Une boule de pendule de masse $m = 0,20 \text{ kg}$ est lâchée sans vitesse à $0,30 \text{ m}$ au-dessus de son point le plus bas. On néglige les frottements. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. Calcule sa vitesse au point le plus bas.
5. Classe les forces suivantes en trois catégories : conservatives ; non conservatives ; ne travaillant pas. Le poids d'un skieur ; le frottement de la neige ; la réaction normale d'une piste fixe ; la tension du fil d'un pendule ; la force électrique dans un champ uniforme ; la force motrice d'un vélo électrique.

Niveau 2 : type bac

6. Distance de freinage. Une voiture de masse $m = 1,0 \times 10^3 \text{ kg}$ roule à $72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ sur une route horizontale. Le conducteur freine ; on modélise le freinage par une force constante de valeur $F = 8,0 \times 10^3 \text{ N}$, opposée au mouvement, jusqu'à l'arrêt.
a) Calcule l'énergie cinétique initiale. b) Avec le théorème de l'énergie cinétique, calcule la distance de freinage. c) Quelle serait la distance de freinage à $144 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, avec la même force ? Justifie sans refaire tout le calcul. d) Le conducteur réagit en $1,0 \text{ s}$, pendant laquelle la voiture garde sa vitesse. Calcule la distance d'arrêt totale à $72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.
7. Montagnes russes. Un wagon de masse $m = 500 \text{ kg}$ passe au point A ($z_A = 30 \text{ m}$) avec une vitesse $v_A = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et descend jusqu'au point B ($z_B = 5,0 \text{ m}$). Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

a) En négligeant les frottements, calcule la vitesse en B. b) La vitesse réellement mesurée en B est $20,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Calcule l'énergie dissipée entre A et B. c) Le trajet de A à B mesure 120 m . Calcule la valeur moyenne de la force de frottement.

8. Lancer vertical. Une balle de masse $m = 0,15 \text{ kg}$ est lancée verticalement vers le haut depuis $z_0 = 1,5 \text{ m}$ au-dessus du sol, avec une vitesse $v_0 = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On néglige les frottements. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

a) Calcule l'énergie mécanique initiale (origine des altitudes au sol). b) Calcule l'altitude maximale atteinte. c) Calcule la vitesse de la balle quand elle touche le sol.

9. Exploiter un tableau d'énergies. On filme la chute d'une balle de masse $m = 0,10 \text{ kg}$ lâchée sans vitesse. On obtient :

Position	$z \text{ (m)}$	$v \text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$
A (départ)	10,0	0
B	5,0	9,0
C (sol)	0	12,5

Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. a) Calcule E_c , E_{pp} et E_m en A, B et C. b) L'énergie mécanique est-elle conservée ? Interprète. c) Calcule la valeur moyenne de la force de frottement de l'air entre A et C.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Pendule simple. Une bille de masse $m = 50 \text{ g}$ est suspendue à un fil de longueur $L = 1,0 \text{ m}$. On l'écarte de la verticale d'un angle $\theta_0 = 60^\circ$ et on la lâche sans vitesse. On néglige les frottements. Donnée : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

a) Justifie que la tension du fil ne travaille pas. b) Montre que la hauteur de la bille au-dessus du point le plus bas, pour un angle θ , vaut $h = L(1 - \cos \theta)$. c) Calcule la vitesse de la bille au point le plus bas. d) Calcule sa vitesse quand le fil fait un angle de 30° avec la verticale.

11. Accélérer un proton. On veut qu'un proton, initialement au repos, atteigne la vitesse $v = 1,0 \times 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en traversant l'espace entre deux plaques. Données : $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

a) Calcule l'énergie cinétique finale du proton. b) Quelle tension U faut-il appliquer entre les plaques ? c) Un électron soumis à la même tension aurait-il la même énergie cinétique ? La même vitesse ? Justifie.

12. Rebonds. Une balle lâchée d'une hauteur $h_0 = 2,0 \text{ m}$ perd 20% de son énergie mécanique à chaque rebond. On néglige les frottements de l'air.

a) Montre que la hauteur atteinte après chaque rebond est $0,80$ fois la précédente. b) Calcule la hauteur atteinte après le troisième rebond. c) Après combien de rebonds la hauteur atteinte devient-elle inférieure à $0,50 \text{ m}$? d) Sous quelle forme l'énergie perdue est-elle transférée ?

13. Vrai ou faux ? Justifie.

a) Le travail du poids d'un objet qui monte est positif. b) L'énergie cinétique d'un objet double quand sa vitesse double. c) Une force perpendiculaire au déplacement ne modifie pas l'énergie cinétique. d) En présence de frottements, l'énergie totale n'est pas conservée. e) L'énergie potentielle de pesanteur peut être négative. f) Le travail d'une force de frottement de valeur constante dépend de la longueur du

trajet.

Corrigés

1. a) $m = 1,2 \times 10^3 \text{ kg}$. $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: $E_c = \frac{1}{2} \times 1,2 \times 10^3 \times 25^2 = 600 \times 625 = 3,75 \times 10^5 \text{ J}$. $130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 36,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: $E_c = 600 \times 36,1^2 = 600 \times 1304 = 7,82 \times 10^5 \text{ J}$.
- b) $7,82 \times 10^5 / 3,75 \times 10^5 = 2,09$. Le rapport des vitesses vaut $130/90 = 1,44$, et $1,44^2 = 2,09$: l'énergie cinétique varie comme le carré de la vitesse.
2. a) $W = F \times AB \times \cos 30^\circ = 50 \times 200 \times 0,866 = 8,7 \times 10^3 \text{ J}$ (8 660 J). $\cos 30^\circ > 0$: travail **moteur**.
- b) Le poids est vertical, le déplacement horizontal : $\alpha = 90^\circ$, $\cos \alpha = 0$, donc $W(P) = 0 \text{ J}$.
3. a) $W(P) = m g (z_A - z_B) = 70 \times 9,81 \times (1\,200 - 1\,850) = 686,7 \times (-650) = -4,46 \times 10^5 \text{ J}$, travail **résistant** (le randonneur monte).
- b) $\Delta E_{pp} = m g (z_B - z_A) = -W(P) = +4,46 \times 10^5 \text{ J}$. c) **Non** : le poids est une force conservative, son travail ne dépend que des altitudes de départ et d'arrivée.
4. Seul le poids travaille (la tension est perpendiculaire au déplacement) : conservation de E_m . $m g h = \frac{1}{2} m v^2$, donc $v = \sqrt{2 g h} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,30} = \sqrt{5,886} = 2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (2,43 m·s⁻¹).
5. **Conservatives** : le poids du skieur, la force électrique dans un champ uniforme. **Non conservatives** : le frottement de la neige, la force motrice du vélo. **Ne travaillent pas** : la réaction normale d'une piste fixe et la tension du fil d'un pendule, perpendiculaires au déplacement.
6. a) $v = 72 / 3,6 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. $E_c = \frac{1}{2} \times 1,0 \times 10^3 \times 20^2 = 2,0 \times 10^5 \text{ J}$.
- b) Forces : le poids et la réaction normale (perpendiculaires au déplacement horizontal, travail nul) et la force de freinage (travail $-F \times d$). $\Delta E_c = 0 - E_c = -F \times d$, donc $d = E_c / F = 2,0 \times 10^5 / 8,0 \times 10^3 = 25 \text{ m}$. c) $d = \frac{1}{2} m v^2 / F$ est proportionnelle à v^2 . La vitesse double, la distance est multipliée par 4 : **d = 100 m**. d) Distance parcourue pendant la réaction : $20 \times 1,0 = 20 \text{ m}$. Distance d'arrêt : $20 + 25 = 45 \text{ m}$.
7. a) Conservation de E_m : $\frac{1}{2} m v_A^2 + m g z_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g z_B$, la masse se simplifie : $v_B^2 = v_A^2 + 2 g (z_A - z_B) = 2,0^2 + 2 \times 9,81 \times 25 = 4,0 + 490,5 = 494,5$. **$v_B \approx 22,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$** .
- b) Énergie dissipée = $E_m(B)$ sans frottement - $E_m(B)$ réelle = $\frac{1}{2} m (494,5 - 20,0^2) = 250 \times (494,5 - 400) = 250 \times 94,5 = 2,36 \times 10^4 \text{ J}$. c) $\Delta E_m = -f \times L$, donc $f = 2,36 \times 10^4 / 120 = 1,97 \times 10^2 \text{ N}$ (environ 200 N).
8. a) $E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 + m g z_0 = \frac{1}{2} \times 0,15 \times 144 + 0,15 \times 9,81 \times 1,5 = 10,8 + 2,21 = 13,0 \text{ J}$.
- b) Au sommet, $v = 0$: $E_m = m g z_{\text{max}}$, donc $z_{\text{max}} = 13,0 / (0,15 \times 9,81) = 13,0 / 1,4715 = 8,8 \text{ m}$ (on retrouve $z_0 + v_0^2 / (2 g) = 1,5 + 7,34 = 8,84 \text{ m}$). c) Au sol, $z = 0$: $\frac{1}{2} m v^2 = E_m$, donc $v = \sqrt{2 \times 13,0 / 0,15} = \sqrt{173,4} = 13,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
9. a) En A : $E_c = 0$; $E_{pp} = 0,10 \times 9,81 \times 10,0 = 9,81 \text{ J}$; **$E_m(A) = 9,81 \text{ J}$** .
En B : $E_c = \frac{1}{2} \times 0,10 \times 9,0^2 = 4,05 \text{ J}$; $E_{pp} = 0,10 \times 9,81 \times 5,0 = 4,91 \text{ J}$; **$E_m(B) = 8,96 \text{ J}$** . En C : $E_c = \frac{1}{2} \times 0,10 \times 12,5^2 = 7,81 \text{ J}$; $E_{pp} = 0$; **$E_m(C) = 7,81 \text{ J}$** . b) **Non** : E_m diminue de A à C. Une force non conservative effectue un travail résistant : les frottements de l'air dissipent de l'énergie sous forme thermique. c) $\Delta E_m = E_m(C) - E_m(A) = 7,81 - 9,81 = -2,00 \text{ J} = -f \times L$ avec $L = 10,0 \text{ m}$. **$f \approx 0,20 \text{ N}$** (à comparer au poids, 0,98 N).
10. a) La tension est dirigée selon le fil, donc selon le rayon du cercle décrit par la bille ; le déplacement est tangent au cercle. La tension est perpendiculaire au déplacement à chaque instant : **son travail est nul**.

b) Le point de suspension est à la hauteur L au-dessus du point le plus bas. Quand le fil fait l'angle θ , la bille est à la distance $L \cos \theta$ sous le point de suspension. Sa hauteur au-dessus du point le plus bas vaut donc $h = L - L \cos \theta = L (1 - \cos \theta)$. c) $h_0 = 1,0 \times (1 - \cos 60^\circ) = 0,50$ m. Conservation de E_m : $v = \sqrt{2 g h_0} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,50} = \sqrt{9,81} = 3,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. d) Entre $\theta_0 = 60^\circ$ et $\theta = 30^\circ$, la bille descend de $L (\cos 30^\circ - \cos 60^\circ) = 1,0 \times (0,866 - 0,500) = 0,366$ m. $v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,366} = \sqrt{7,18} = 2,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

11. a) $E_c = \frac{1}{2} \times 1,67 \times 10^{-27} \times (1,0 \times 10^6)^2 = 8,4 \times 10^{-16} \text{ J}$.

b) Théorème de l'énergie cinétique : $E_c - 0 = e \times U$, donc $U = E_c / e = 8,35 \times 10^{-16} / 1,60 \times 10^{-19} = 5,2 \times 10^3 \text{ V}$. $U \approx 5,2 \text{ kV}$. c) L'électron porte une charge de même valeur absolue : le travail $e \times U$ est le même, donc **même énergie cinétique** (si l'on inverse le sens du champ pour l'accélérer). Mais sa masse est environ 1 830 fois plus faible : $v = \sqrt{2 E_c / m}$ est $\sqrt{1 830} \approx 43$ fois plus grande. **Vitesse différente** (et le modèle classique devient alors discutable, car on approche de la vitesse de la lumière).

12. a) Au sommet de chaque trajectoire, $v = 0$, donc $E_m = m g h$. Si E_m est multipliée par 0,80 à chaque rebond, la hauteur l'est aussi : $h_{n+1} = 0,80 \times h_n$.

b) $h_3 = 2,0 \times 0,80^3 = 2,0 \times 0,512 = 1,0 \text{ m}$ (1,02 m). c) On cherche n tel que $2,0 \times 0,80^n < 0,50$, soit $0,80^n < 0,25$. $0,80^6 = 0,262$ (encore au-dessus) et $0,80^7 = 0,210$. **Après le 7^e rebond**. d) L'énergie perdue au contact du sol est transférée **sous forme thermique** (déformation et échauffement de la balle et du sol) et **sonore** (bruit du rebond).

13. a) **Faux** : $W(P) = m g (z_A - z_B) < 0$ quand $z_B > z_A$: il est résistant.

b) **Faux** : elle est multipliée par $2^2 = 4$. c) **Vrai** : son travail est nul, donc elle ne contribue pas à ΔE_c (elle peut changer la direction de la vitesse, pas sa valeur). d) **Faux** : l'énergie totale se conserve toujours ; c'est l'énergie mécanique qui diminue, l'énergie perdue étant transférée sous forme thermique. e) **Vrai** : $E_{pp} = m g z$ est négative si l'objet est sous l'origine choisie ($z < 0$). f) **Vrai** : $W = -f \times L$, proportionnel à la longueur L du trajet : c'est une force non conservative.

Énergie électrique : circuits, puissance et rendement

COURS • P04 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	7
Exercices	7
Corrigés	9

Ce que tu dois savoir faire

- Relier l'intensité d'un courant continu au débit de charges électriques : $I = Q / \Delta t$, et identifier les porteurs de charge (électrons, ions).
- Définir la tension comme une différence de potentiel et la mesurer, ainsi que l'intensité, avec le bon branchement.
- Appliquer la loi des nœuds et la loi des mailles dans un circuit comportant une ou plusieurs mailles.
- Utiliser la loi d'Ohm et calculer la résistance équivalente d'associations en série et en dérivation.
- Modéliser une source réelle de tension par une source idéale en série avec une résistance : $U = E - r I$, et exploiter sa caractéristique.
- Calculer une puissance électrique ($P = U I$) et une énergie électrique ($E = P \Delta t$), en joules et en kilowattheures.
- Exprimer et calculer la puissance dissipée par effet Joule : $P = R I^2 = U^2 / R$, et citer des applications et des inconvénients de cet effet.
- Établir le bilan de puissance d'un générateur et d'un récepteur (résistor, moteur).
- Définir et calculer le rendement d'une conversion d'énergie, et le rendement global d'une chaîne de conversions.

Cours

1. Courant électrique et intensité

Un **courant électrique** est un déplacement d'ensemble de porteurs de charge. Dans les métaux, ce sont les **électrons libres** ; dans les solutions (électrolytes) et dans les liquides du corps humain, ce sont les **ions** (Na^+ , K^+ , Cl^- ...), qui se déplacent dans les deux sens selon leur signe.

Par **convention**, le courant circule à l'extérieur du générateur de la borne positive vers la borne négative. Les électrons, négatifs, se déplacent en sens inverse du sens conventionnel.

L'**intensité** I du courant est le débit de charge électrique : si une charge Q traverse une section du conducteur pendant la durée Δt , en régime continu,

$$I = Q / \Delta t$$

- I en ampères (A), Q en coulombs (C), Δt en secondes (s) ; $1 \text{ A} = 1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Le nombre d'électrons correspondant est $N = Q / e$, avec $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

L'intensité se mesure avec un **ampèremètre** branché **en série** (le courant doit le traverser). Dans un circuit en série sans dérivation, l'intensité est la même en tout point.

Ordres de grandeur : quelques milliampères pour une diode électroluminescente, environ 0,4 A pour une lampe de 100 W sous 230 V, quelques ampères pour un radiateur, plusieurs centaines d'ampères pour un démarreur de voiture.

2. Tension électrique et potentiel

À chaque point d'un circuit on associe un **potentiel électrique** V (en volts). La **tension** entre deux points A et B est la différence de potentiel :

$$U(AB) = V(A) - V(B), \text{ et donc } U(BA) = -U(AB).$$

On représente une tension par une flèche allant de B vers A (la pointe vers le premier point cité). On choisit en général la masse (le fil relié à la borne – du générateur) comme référence des potentiels, $V = 0$. La tension se mesure avec un **voltmètre** branché **en dérivation** (en parallèle) entre les deux points.

Le lien avec le chapitre sur les champs : entre deux plaques, $E = U / d$. La tension mesure l'énergie qu'un générateur peut communiquer à chaque coulomb de charge qui circule : une charge q qui traverse un dipôle soumis à la tension U échange l'énergie $q \times U$.

Conventions d'orientation. Pour un **récepteur** (résistor, lampe, moteur), on utilise la convention récepteur : la flèche de la tension est opposée au sens du courant ; U et I sont alors positifs tous les deux. Pour un **générateur**, on utilise la convention générateur : flèche de tension et courant dans le même sens.

3. Loi des nœuds et loi des mailles

Un **nœud** est un point du circuit où se rejoignent au moins trois fils. Une **branche** est une portion de circuit entre deux nœuds. Une **maille** est un chemin fermé du circuit.

Loi des nœuds. La somme des intensités des courants qui arrivent à un nœud est égale à la somme des intensités des courants qui en repartent.

$$\sum I(\text{entrants}) = \sum I(\text{sortants})$$

Justification : la charge électrique se conserve et ne s'accumule pas dans un fil. Tout ce qui entre dans le nœud par seconde doit en ressortir.

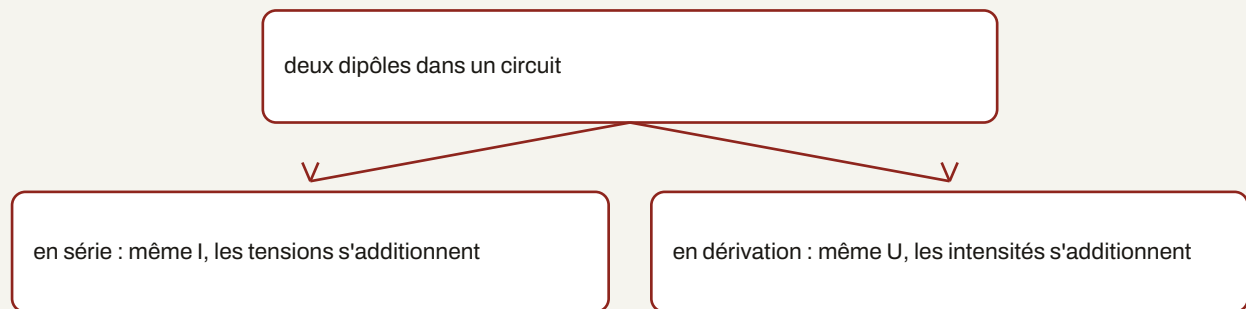
Loi des mailles. Dans une maille, la somme algébrique des tensions est nulle : en parcourant la maille dans un sens choisi, on compte positivement les tensions dont la flèche est dans le sens du parcours et négativement les autres.

Justification : le potentiel en un point a une valeur unique ; en revenant au point de départ, la somme des différences de potentiel rencontrées est nulle.

Conséquences, à connaître par cœur :

- **dipôles en série** : même intensité ; la tension totale est la somme des tensions (additivité) ;
- **dipôles en dérivation** : même tension ; l'intensité totale est la somme des intensités.

Série ou dérivation ?



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

4. La loi d'Ohm et les associations de résistances

Un **conducteur ohmique** (résistor) est un dipôle pour lequel la tension à ses bornes est proportionnelle à l'intensité qui le traverse, en convention récepteur :

$$U = R \times I$$

- R est la **résistance**, en ohms (Ω) ; $1 \Omega = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$.
- Sa **caractéristique** $U = f(I)$ est une droite passant par l'origine, de coefficient directeur R.
- Elle dépend du matériau et des dimensions du conducteur : un fil plus long ou plus fin a une résistance plus grande.

La loi d'Ohm est un **modèle** : elle n'est valable que pour certains dipôles (pas pour une diode, ni pour une lampe à incandescence dont la résistance augmente fortement quand le filament chauffe).

Association en série. Avec la même intensité I : $U = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I$, d'où

$R(\text{eq}) = R_1 + R_2$ (la résistance équivalente est plus grande que chacune).

Association en dérivation. Avec la même tension U : $I = I_1 + I_2 = U / R_1 + U / R_2$, d'où

$1 / R(\text{eq}) = 1 / R_1 + 1 / R_2$, soit pour deux résistors $R(\text{eq}) = R_1 \times R_2 / (R_1 + R_2)$ (plus petite que chacune).

Exemple court : $6,0 \Omega$ en dérivation avec 12Ω donnent $R(\text{eq}) = 72 / 18 = 4,0 \Omega$.

Pont diviseur de tension. Deux résistors en série soumis à la tension U : la tension aux bornes de R_2 vaut $U_2 = U \times R_2 / (R_1 + R_2)$. C'est ainsi que l'on obtient une tension plus faible à partir d'une source.

5. La source réelle de tension

Une pile ou une batterie n'est pas une source idéale : la tension entre ses bornes diminue quand elle débite un courant plus intense. On la modélise par une **source idéale de tension** de force électromotrice E en série avec une **résistance interne** r. En convention générateur :

$$U(PN) = E - r \times I$$

- E (en V) est la tension à vide, mesurée quand $I = 0$;
- r (en Ω) traduit les pertes internes ;
- la caractéristique $U = f(I)$ est une droite décroissante, d'ordonnée à l'origine E et de coefficient directeur $-r$.

L'intensité de **court-circuit** (bornes reliées par un fil de résistance nulle, $U = 0$) vaut $I(cc) = E / r$. Elle peut être très grande pour une batterie (r faible) : c'est dangereux pour le matériel.

Circuit simple. Une source (E, r) alimente un résistor R. La loi des mailles donne $E - r I = R I$, donc :
 $I = E / (R + r)$

Résoudre un circuit à une maille

1. flécher le courant et les tensions • 2. écrire $U(PN) = E - r I$ pour la source • 3. écrire $U = R I$ pour chaque récepteur • 4. loi des mailles : $E = (r + \text{somme des } R) \times I$ • 5. calculer I, puis chaque tension

6. Puissance et énergie électriques

La **puissance électrique** reçue par un dipôle (convention récepteur) ou fournie par un dipôle (convention générateur) est :

$$P = U \times I$$

- P en watts (W), U en volts (V), I en ampères (A).

L'**énergie électrique** transférée pendant une durée Δt , à puissance constante :

$$E = P \times \Delta t$$

- en joules (J) si P est en W et Δt en s ;
- en **kilowattheures** (kWh) si P est en kW et Δt en h, unité des factures d'électricité. $1 \text{ kWh} = 1\,000 \text{ W} \times 3\,600 \text{ s} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$.

On retrouve $P = U \times I$ à partir de la tension : pendant Δt , la charge $Q = I \Delta t$ traverse le dipôle et échange l'énergie $Q \times U = U I \Delta t$.

Pour une batterie, la capacité est souvent donnée en ampère-heures (A·h) : c'est une **charge**, $1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3\,600 \text{ C}$. L'énergie stockée vaut capacité $\times$ tension, en wattheures (W·h).

7. L'effet Joule

Le passage du courant dans un conducteur s'accompagne d'un dégagement de chaleur : c'est l'**effet Joule**. Microscopiquement, les porteurs de charge cèdent de l'énergie au réseau du matériau, dont l'agitation thermique augmente.

Pour un conducteur ohmique, toute l'énergie électrique reçue est convertie en transfert thermique. En combinant $P = U I$ et $U = R I$:

$$P(J) = R \times I^2 = U^2 / R$$

- **Applications utiles** : radiateurs, bouilloires, fers à repasser, plaques chauffantes, fusibles (un fil fond si I dépasse une valeur limite), dégivrage des vitres.

- **Inconvénients** : pertes dans les lignes électriques, échauffement des câbles et des composants, des moteurs, des chargeurs. Ces pertes croissent comme le **carré** de l'intensité.

C'est pourquoi le courant est transporté sur de longues distances sous très haute tension (jusqu'à 400 kV en France) : pour une même puissance $P = U I$, une tension 100 fois plus grande permet une intensité 100 fois plus faible, donc des pertes Joule 10 000 fois plus faibles (exercice 8).

8. Bilans de puissance et rendement

Bilan d'un générateur réel. En multipliant $U = E - r I$ par I :

$$U I = E I - r I^2, \text{ soit } E I = U I + r I^2$$

- $E I$ est la puissance **produite** (convertie à partir d'une autre forme d'énergie : chimique pour une pile, mécanique pour un alternateur, rayonnante pour une cellule photovoltaïque) ;
- $U I$ est la puissance **électrique fournie** au circuit extérieur ;
- $r I^2$ est la puissance **perdue** par effet Joule dans le générateur.

Bilan d'un moteur. Un moteur reçoit la puissance électrique $U I$; il fournit une puissance mécanique utile ; il perd une partie de l'énergie par effet Joule dans ses bobinages ($r' I^2$, avec r' la résistance de ses bobinages) et par frottements.

$$P(\text{reçue}) = P(\text{utile}) + P(\text{pertes})$$

Rendement. Le **rendement** d'un convertisseur est le rapport de la puissance utile (ou énergie utile) sur la puissance reçue (ou énergie reçue) :

$$\eta = P(\text{utile}) / P(\text{reçue}) = E(\text{utile}) / E(\text{reçue})$$

- η est sans unité, compris entre 0 et 1 (souvent exprimé en %), toujours strictement inférieur à 1 pour un convertisseur réel ;
- l'énergie qui n'est pas utile n'est pas perdue au sens de la conservation : elle est dégradée, le plus souvent en transfert thermique vers l'environnement.

Chaîne énergétique d'un moteur électrique

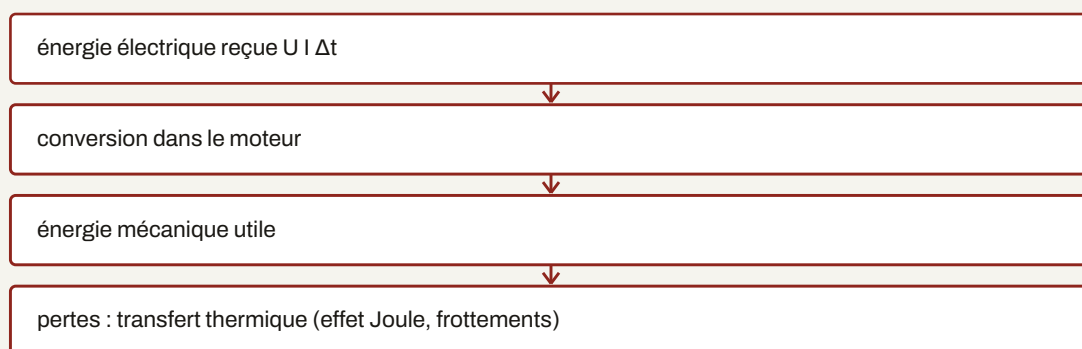


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Chaîne de conversions. Quand plusieurs convertisseurs se suivent, le rendement global est le **produit** des rendements : $\eta(\text{global}) = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3$. Il est toujours plus faible que le plus petit des rendements de la chaîne.

Ordres de grandeur : moteur électrique 80 à 95 % ; alternateur de centrale 95 à 99 % ; panneau photovoltaïque 15 à 25 % ; moteur thermique de voiture 25 à 40 % ; lampe à DEL environ 30 à 40 % de la puissance convertie en lumière, lampe à incandescence moins de 5 %.

Pour un générateur, le rendement électrique vaut $\eta = U I / (E I) = U / E$: il est d'autant meilleur que l'intensité débitée est faible devant $I(cc)$.

Exemples résolus

Exemple 1 : circuit série alimenté par une source réelle

Énoncé. Une batterie de force électromotrice $E = 12 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 1,0 \Omega$ alimente deux résistors en série, $R_1 = 4,0 \Omega$ et $R_2 = 7,0 \Omega$. a) Calcule l'intensité du courant. b) Calcule la tension aux bornes de la batterie et aux bornes de chaque résistor. Vérifie la loi des mailles. c) Fais le bilan de puissance de la batterie et calcule son rendement.

Résolution. a) Loi des mailles : $E - r I = R_1 I + R_2 I$, d'où $I = E / (r + R_1 + R_2) = 12 / (1,0 + 4,0 + 7,0) = 12 / 12 = 1,0 \text{ A}$. b) $U(PN) = E - r I = 12 - 1,0 \times 1,0 = 11 \text{ V}$. $U_1 = R_1 I = 4,0 \text{ V}$; $U_2 = R_2 I = 7,0 \text{ V}$. Vérification : $U_1 + U_2 = 11 \text{ V} = U(PN)$. c) Puissance produite : $E I = 12 \times 1,0 = 12 \text{ W}$. Puissance fournie au circuit : $U I = 11 \text{ W}$. Pertes Joule internes : $r I^2 = 1,0 \text{ W}$. On vérifie $12 = 11 + 1$. Rendement : $\eta = U I / (E I) = 11 / 12 = 0,92$, soit 92 %. Les 11 W fournis sont entièrement dissipés par effet Joule dans R_1 (4,0 W) et R_2 (7,0 W).

Exemple 2 : circuit avec dérivation

Énoncé. Une source réelle ($E = 9,0 \text{ V}$, $r = 2,0 \Omega$) alimente deux résistors montés en dérivation : $R_1 = 6,0 \Omega$ et $R_2 = 12 \Omega$. a) Calcule la résistance équivalente à la dérivation. b) Calcule l'intensité débitée par la source et la tension entre ses bornes. c) Calcule les intensités I_1 et I_2 et vérifie la loi des nœuds.

Résolution. a) $R(\text{eq}) = R_1 \times R_2 / (R_1 + R_2) = 6,0 \times 12 / 18 = 4,0 \Omega$. b) $I = E / (r + R(\text{eq})) = 9,0 / (2,0 + 4,0) = 1,5 \text{ A}$. $U(PN) = E - r I = 9,0 - 3,0 = 6,0 \text{ V}$. c) Les deux résistors sont soumis à $U = 6,0 \text{ V}$: $I_1 = 6,0 / 6,0 = 1,0 \text{ A}$; $I_2 = 6,0 / 12 = 0,50 \text{ A}$. Loi des nœuds : $I_1 + I_2 = 1,5 \text{ A} = I$. Remarque : le résistor de plus faible résistance est traversé par le courant le plus intense.

Exemple 3 : rendement d'un moteur qui soulève une charge

Énoncé. Un petit moteur de treuil, alimenté sous $U = 12 \text{ V}$, est traversé par un courant $I = 2,5 \text{ A}$. La résistance de ses bobinages vaut $r' = 0,80 \Omega$; on néglige les frottements. Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. a) Calcule la puissance électrique reçue, la puissance perdue par effet Joule et la puissance mécanique utile. b) Calcule le rendement du moteur. c) Le moteur soulève une charge de $5,0 \text{ kg}$ à vitesse constante pendant 10 s . De quelle hauteur la monte-t-il ?

Résolution. a) $P(\text{reçue}) = U I = 12 \times 2,5 = 30 \text{ W}$. $P(\text{Joule}) = r' I^2 = 0,80 \times 2,5^2 = 0,80 \times 6,25 = 5,0 \text{ W}$. $P(\text{utile}) = 30 - 5,0 = 25 \text{ W}$. b) $\eta = 25 / 30 = 0,83$, soit 83 %. c) En 10 s , l'énergie mécanique utile vaut $25 \times 10 = 250 \text{ J}$. À vitesse constante, elle sert à augmenter l'énergie potentielle de pesanteur : $m g h = 250 \text{ J}$, donc $h = 250 / (5,0 \times 9,81) = 5,1 \text{ m}$.

Méthodes et pièges

- **Méthode type** : fais un schéma, flèche le courant et les tensions (convention récepteur pour les récepteurs, générateur pour la source), écris les lois des mailles et des nœuds, remplace par les lois des dipôles ($U = R I$, $U = E - r I$), résous, puis vérifie avec une loi non utilisée.
- **Série ou dérivation** : en série, même intensité ; en dérivation, même tension. Repère d'abord les nœuds pour savoir quels dipôles sont en dérivation.
- **Résistance équivalente en dérivation** : n'additionne pas les résistances ; additionne leurs inverses. Le résultat est plus petit que la plus petite résistance, ce qui permet de te contrôler.
- **Source réelle** : la tension à ses bornes n'est égale à E qu'à vide. Dès qu'elle débite, $U = E - r I$.
- **Unités d'énergie** : $1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$; des W et des s donnent des J , des kW et des h donnent des kWh . Ne mélange pas.
- **Ampère-heure** : c'est une charge, pas une énergie ; multiplie par la tension pour obtenir une énergie.
- **Effet Joule** : utilise $R I^2$ quand tu connais I , U^2 / R quand tu connais la tension aux bornes du résistor (pas celle du générateur).
- **Rendement** : il est toujours inférieur à 1. Si ton calcul donne plus de 1, tu as inversé utile et reçu.
- **Chaîne de conversions** : les rendements se multiplient, ils ne s'additionnent pas.

Vers le PASS

En PASS, l'électricité sert à décrire le vivant. La membrane cellulaire est modélisée par un circuit : des **conductances** ioniques (l'inverse de résistances, en siemens) en dérivation, des générateurs qui représentent les potentiels d'équilibre de chaque ion, et un **condensateur** pour la bicouche lipidique. Les lois des nœuds et des mailles permettent alors d'écrire le potentiel de repos, et la charge du condensateur membranaire explique la propagation du potentiel d'action. L'effet Joule intervient dans le bistouri électrique et dans la sécurité électrique (un courant traversant le corps chauffe les tissus), et la notion de rendement se retrouve dans le bilan énergétique du muscle, dont le rendement mécanique est d'environ 20 à 25 %. On y ajoute le **condensateur** (charge, décharge, constante de temps), qui n'est pas au programme de Première.

Suite en PASS : Champs électriques, circuits et condensateurs

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Un fil de cuivre est parcouru par un courant d'intensité $I = 0,20 \text{ A}$ pendant $5,0 \text{ min}$. Donnée : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.
 - a) Calcule la charge électrique qui a traversé une section du fil. b) Calcule le nombre d'électrons correspondant.
2. Lois des nœuds et des mailles.
 - a) Un courant de $2,0 \text{ A}$ arrive à un nœud, d'où partent deux branches. L'une est parcourue par $0,80 \text{ A}$. Calcule l'intensité dans l'autre. b) Un générateur délivre $U(PN) = 12 \text{ V}$ à un résistor et une lampe montés en série. La tension aux bornes du résistor vaut $4,5 \text{ V}$. Calcule la tension aux bornes de la

lampe.

3. Un résistor de résistance $R = 220 \, \Omega$ est soumis à une tension $U = 5,0 \, \text{V}$. Calcule l'intensité qui le traverse, en A puis en mA, et la puissance qu'il dissipe.
4. Une bouilloire de puissance $P = 2\,000 \, \text{W}$ fonctionne pendant 3,0 min. Calcule l'énergie électrique consommée en joules puis en kilowattheures.
5. Une pile a une force électromotrice $E = 4,5 \, \text{V}$ et une résistance interne $r = 1,5 \, \Omega$.
a) Calcule la tension à ses bornes quand elle débite $I = 0,40 \, \text{A}$. b) Calcule son intensité de court-circuit.

Niveau 2 : type bac

6. Caractéristique d'une source réelle. On relève la tension U aux bornes d'une batterie en fonction de l'intensité I qu'elle débite :

$I \, (\text{A})$	0	0,50	1,00	1,50	2,00
$U \, (\text{V})$	6,00	5,40	4,80	4,20	3,60

- a) Montre que les mesures sont compatibles avec le modèle $U = E - r I$ et détermine E et r . b) Calcule l'intensité de court-circuit. c) On branche aux bornes de la batterie un résistor $R = 3,6 \, \Omega$. Calcule I , U , la puissance fournie au résistor et le rendement de la batterie.
7. Radiateur électrique. Un radiateur porte l'indication « 230 V ; 1 500 W ». On le modélise par un conducteur ohmique.
a) Calcule l'intensité qui le traverse en fonctionnement normal. b) Calcule sa résistance. c) Calcule l'énergie consommée en 2,0 h de fonctionnement, en kWh puis en J. d) Sous quelle forme cette énergie est-elle transférée ? Quel est le rendement de ce radiateur, si l'on considère comme utile le transfert thermique vers la pièce ?
8. Pourquoi la haute tension ? Une ligne de résistance totale $R(L) = 0,50 \, \Omega$ doit acheminer une puissance $P = 100 \, \text{kW}$.
a) Calcule l'intensité dans la ligne si l'on transporte cette puissance sous 400 V, puis les pertes par effet Joule dans la ligne. Quel pourcentage de P représentent-elles ? b) Reprends le calcul sous 20 kV. c) Conclus.
9. Batterie de téléphone. Une batterie porte les indications « 3,85 V ; 4 000 mA·h ».
a) Calcule la charge électrique qu'elle peut débiter, en coulombs. b) Calcule l'énergie qu'elle stocke, en wattheures puis en joules. c) Le chargeur a un rendement de 85 %. Quelle énergie est prélevée sur le réseau pour une recharge complète ? Sous quelle forme est la différence ?

Niveau 3 : vers le PASS

10. Circuit mixte. Une source ($E = 12 \, \text{V}$, $r = 1,0 \, \Omega$) alimente un résistor $R_1 = 3,0 \, \Omega$ en série avec un ensemble formé de $R_2 = 6,0 \, \Omega$ et $R_3 = 3,0 \, \Omega$ montés en dérivation.
a) Calcule la résistance équivalente de l'ensemble (R_2 , R_3), puis celle du circuit extérieur. b) Calcule l'intensité débitée et la tension aux bornes de la source. c) Calcule les tensions U_1 et U_{23} , puis les intensités I_2 et I_3 . d) Calcule la puissance dissipée dans chaque résistor et dans la résistance interne. Vérifie que leur somme est égale à $E \times I$.

11. Adaptation de puissance. Une source ($E = 6,0 \text{ V}$, $r = 1,2 \Omega$) alimente un résistor de résistance R variable.

a) Montre que la puissance reçue par le résistor vaut $P(R) = E^2 R / (R + r)^2$. b) Calcule P pour $R = 0,60 \Omega$, $R = 1,2 \Omega$ et $R = 2,4 \Omega$. c) Pour quelle valeur de R parmi celles-ci la puissance est-elle la plus grande ? Calcule alors le rendement de la source. Commente.

12. Rendement d'une chaîne. Dans une centrale hydroélectrique, la turbine a un rendement de 90 %, l'alternateur de 95 % et le transport jusqu'à l'utilisateur de 97 %. Chaque seconde, $1,0 \times 10^3 \text{ kg}$ d'eau descendent d'une hauteur de 100 m. Donnée : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

a) Calcule le rendement global. b) Calcule la puissance mécanique reçue par la turbine (énergie potentielle perdue par l'eau en une seconde). c) Calcule la puissance électrique disponible chez les utilisateurs et la puissance totale dissipée.

13. Vrai ou faux ? Justifie.

a) Deux résistors de 10Ω en dérivation équivalent à 20Ω . b) La tension aux bornes d'une pile réelle augmente quand elle débite plus de courant. c) Le kilowattheure est une unité de puissance. d) Si l'intensité double dans un résistor, la puissance dissipée par effet Joule double. e) Dans un circuit en série, l'intensité est la même partout. f) Un moteur électrique peut avoir un rendement de 105 %.

Corrigés

1. a) $\Delta t = 5,0 \times 60 = 300 \text{ s}$. $Q = I \times \Delta t = 0,20 \times 300 = 60 \text{ C}$.

b) $N = Q / e = 60 / 1,60 \times 10^{-19} = 3,8 \times 10^{20}$ électrons ($3,75 \times 10^{20}$).

2. a) Loi des nœuds : $2,0 = 0,80 + I_2$, donc $I_2 = 1,2 \text{ A}$.

b) Loi des mailles (ou additivité des tensions en série) : $U(PN) = U(R) + U(L)$, donc $U(L) = 12 - 4,5 = 7,5 \text{ V}$.

3. $I = U / R = 5,0 / 220 = 0,0227 \text{ A} = 2,3 \times 10^{-2} \text{ A}$, soit **23 mA**. $P = U I = 5,0 \times 0,0227 = 0,11 \text{ W}$ (ou $U^2 / R = 25 / 220 = 0,114 \text{ W}$).

4. $\Delta t = 3,0 \text{ min} = 180 \text{ s}$. $E = P \times \Delta t = 2\,000 \times 180 = 3,6 \times 10^5 \text{ J}$. En kWh : $2,0 \text{ kW} \times 0,050 \text{ h} = 0,10 \text{ kWh}$ (vérification : $3,6 \times 10^5 / 3,6 \times 10^6 = 0,10$).

5. a) $U = E - r I = 4,5 - 1,5 \times 0,40 = 4,5 - 0,60 = 3,9 \text{ V}$.

b) $I(cc) = E / r = 4,5 / 1,5 = 3,0 \text{ A}$.

6. a) Quand I augmente de $0,50 \text{ A}$, U diminue chaque fois de $0,60 \text{ V}$: les points sont alignés sur une droite décroissante, ce qui correspond au modèle $U = E - r I$. Ordonnée à l'origine : $E = 6,00 \text{ V}$. Coefficient directeur : $-0,60 / 0,50 = -1,2 \Omega$, donc $r = 1,2 \Omega$.

b) $I(cc) = E / r = 6,00 / 1,2 = 5,0 \text{ A}$. c) $I = E / (R + r) = 6,00 / (3,6 + 1,2) = 6,00 / 4,8 = 1,25 \text{ A}$. $U = R I = 3,6 \times 1,25 = 4,5 \text{ V}$ (ou $6,00 - 1,2 \times 1,25 = 4,5 \text{ V}$). $P = U I = 4,5 \times 1,25 = 5,6 \text{ W}$. $\eta = U / E = 4,5 / 6,00 = 0,75$, soit 75 %.

7. a) $I = P / U = 1\,500 / 230 = 6,5 \text{ A}$.

b) $R = U^2 / P = 230^2 / 1\,500 = 52\,900 / 1\,500 = 35 \Omega$ ($35,3 \Omega$). c) $E = 1,5 \text{ kW} \times 2,0 \text{ h} = 3,0 \text{ kWh}$, soit $3,0 \times 3,6 \times 10^6 = 1,1 \times 10^7 \text{ J}$ ($1,08 \times 10^7 \text{ J}$). d) Par effet Joule, toute l'énergie électrique est convertie en **transfert thermique**. Si ce transfert est l'effet utile, le rendement vaut $\eta = 1$ (100 %) : c'est le seul cas où un convertisseur atteint ce rendement, parce que la forme « dégradée » de l'énergie est précisément celle que l'on cherche.

8. a) $I = P / U = 1,00 \times 10^5 / 400 = 250 \text{ A}$. $P(J) = R(L) \times I^2 = 0,50 \times 250^2 = 0,50 \times 62\,500 = 3,1 \times 10^4 \text{ W}$, soit 31 250 / 100 000 = 31 % de P.

b) $I = 1,00 \times 10^5 / 2,0 \times 10^4 = 5,0 \text{ A}$. $P(J) = 0,50 \times 25 = 12,5 \text{ W}$, soit 0,0125 % de P. c) Multiplier la tension par 50 divise l'intensité par 50 et les pertes par $50^2 = 2\,500$. **Le transport sous haute tension réduit considérablement les pertes par effet Joule.**

9. a) $Q = 4,000 \text{ A} \times 3\,600 \text{ s} = 1,44 \times 10^4 \text{ C}$.

b) $E = 4,000 \text{ A} \cdot h \times 3,85 \text{ V} = 15,4 \text{ W} \cdot h$; en joules : $15,4 \times 3\,600 = 5,54 \times 10^4 \text{ J}$ (ou $Q \times U = 14\,400 \times 3,85 = 55\,440 \text{ J}$). c) $E(\text{prélevée}) = E(\text{utile}) / \eta = 5,54 \times 10^4 / 0,85 = 6,5 \times 10^4 \text{ J}$. La différence (environ $1,0 \times 10^4 \text{ J}$) est dissipée sous forme de **transfert thermique** (échauffement du chargeur et de la batterie).

10. a) $R_{23} = 6,0 \times 3,0 / (6,0 + 3,0) = 18 / 9,0 = 2,0 \Omega$. Circuit extérieur : $R = R_1 + R_{23} = 3,0 + 2,0 = 5,0 \Omega$.

b) $I = E / (R + r) = 12 / 6,0 = 2,0 \text{ A}$. $U(\text{PN}) = 12 - 1,0 \times 2,0 = 10 \text{ V}$. c) $U_1 = R_1 I = 3,0 \times 2,0 = 6,0 \text{ V}$. $U_{23} = R_{23} I = 2,0 \times 2,0 = 4,0 \text{ V}$ (vérification : $6,0 + 4,0 = 10 \text{ V}$). $I_2 = 4,0 / 6,0 = 0,67 \text{ A}$; $I_3 = 4,0 / 3,0 = 1,33 \text{ A}$; loi des nœuds : $0,67 + 1,33 = 2,0 \text{ A}$. d) $P_1 = R_1 I^2 = 3,0 \times 4,0 = 12 \text{ W}$; $P_2 = U_{23}^2 / R_2 = 16 / 6,0 = 2,67 \text{ W}$; $P_3 = 16 / 3,0 = 5,33 \text{ W}$; $P(r) = r I^2 = 1,0 \times 4,0 = 4,0 \text{ W}$. Somme : $12 + 2,67 + 5,33 + 4,0 = 24 \text{ W}$, et $E \times I = 12 \times 2,0 = 24 \text{ W}$. Le bilan est vérifié.

11. a) $I = E / (R + r)$ et $P = R I^2$, donc $P(R) = E^2 R / (R + r)^2$.

b) $E^2 = 36 \text{ V}^2$. $R = 0,60 \Omega$: $P = 36 \times 0,60 / 1,8^2 = 21,6 / 3,24 = 6,7 \text{ W}$. $R = 1,2 \Omega$: $P = 36 \times 1,2 / 2,4^2 = 43,2 / 5,76 = 7,5 \text{ W}$. $R = 2,4 \Omega$: $P = 36 \times 2,4 / 3,6^2 = 86,4 / 12,96 = 6,7 \text{ W}$. c) **La puissance est la plus grande pour $R = r = 1,2 \Omega$** (on admet qu'il s'agit du maximum, $P(\text{max}) = E^2 / (4r)$). Le rendement vaut alors $\eta = U / E = R / (R + r) = 0,50$, soit 50 %. Commentaire : tirer le maximum de puissance d'une source impose de gaspiller la moitié de l'énergie produite dans sa résistance interne. Pour une alimentation, on préfère un bon rendement (R grand devant r) ; pour transmettre un signal faible, on préfère la puissance maximale.

12. a) $\eta(\text{global}) = 0,90 \times 0,95 \times 0,97 = 0,83$, soit 83 %.

b) En une seconde, l'énergie potentielle perdue vaut $m g h = 1,0 \times 10^3 \times 9,81 \times 100 = 9,81 \times 10^5 \text{ J}$, donc $P(\text{reçue}) = 9,8 \times 10^5 \text{ W}$ (0,98 MW). c) $P(\text{utilisateurs}) = 0,829 \times 9,81 \times 10^5 = 8,1 \times 10^5 \text{ W}$. Puissance dissipée : $9,81 \times 10^5 - 8,14 \times 10^5 = 1,7 \times 10^5 \text{ W}$, principalement sous forme de transfert thermique.

13. a) **Faux** : en dérivation, $R(\text{éq}) = 10 \times 10 / 20 = 5,0 \Omega$, plus petite que chacune.

b) **Faux** : $U = E - r I$ diminue quand I augmente. c) **Faux** : c'est une unité d'énergie, $1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$.

d) **Faux** : $P = R I^2$, elle est multipliée par $2^2 = 4$. e) **Vrai** : conséquence de la loi des nœuds (pas de nœud, donc pas de partage du courant). f) **Faux** : un rendement supérieur à 1 signifierait que le moteur fournit plus d'énergie qu'il n'en reçoit, ce qui est contraire à la conservation de l'énergie.

Ondes mécaniques progressives

COURS • P05 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	8
Méthodes et pièges	8
Vers le PASS	9
Exercices	9
Corrigés	11

Ce que tu dois savoir faire

- Définir une onde mécanique progressive et distinguer une onde transversale d'une onde longitudinale.
- Expliquer qu'une onde transporte de l'énergie sans transport global de matière.
- Calculer une célérité à partir d'une distance et d'une durée de propagation, en unités SI.
- Exprimer et calculer le retard d'un point du milieu par rapport à la source.
- Reconnaître une onde périodique et définir sa période, sa fréquence et sa longueur d'onde.
- Exploiter la relation $\lambda = v \cdot T = v/f$ dans un sens comme dans l'autre.
- Distinguer la périodicité temporelle et la périodicité spatiale d'une onde sinusoïdale.
- Déterminer si deux points d'un milieu vibrent en phase ou en opposition de phase.
- Classer un son selon sa fréquence (infrason, son audible, ultrason) et citer des ordres de grandeur de célérité.
- Exploiter un enregistrement (chronophotographie, oscilloscope, écho) pour mesurer une célérité ou une longueur d'onde.

Cours

1. Qu'est-ce qu'une onde mécanique progressive ?

Lorsqu'on lance un caillou dans une mare, une ride circulaire s'éloigne du point d'impact. Lorsqu'on secoue une extrémité d'une corde tendue, une bosse court le long de la corde. Dans les deux cas, une déformation locale du milieu se déplace de proche en proche.

Une **onde mécanique progressive** est le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu matériel, sans transport global de matière, mais avec transport d'énergie.

Trois idées sont contenues dans cette définition.

- Il faut un **milieu matériel** (corde, air, eau, solide). Une onde mécanique ne se propage pas dans le vide : c'est pour cela qu'aucun son ne traverse l'espace interplanétaire.
- Chaque point du milieu reprend sa position d'équilibre après le passage de la perturbation : la matière oscille sur place, elle ne voyage pas. Un bouchon posé sur l'eau monte et descend au passage d'une ride, il n'est pas emporté par elle.
- L'onde transporte de l'**énergie** : la houle peut soulever un bateau, un son fait vibrer le tympan, une onde sismique détruit un bâtiment situé loin de l'épicentre.

La propagation s'explique par les interactions entre les éléments voisins du milieu : chaque portion déformée entraîne la portion suivante, qui entraîne la suivante, et ainsi de suite. La perturbation se transmet donc de proche en proche, à vitesse finie.

Onde à une, deux ou trois dimensions. Le long d'une corde, la perturbation se propage dans une seule direction (une dimension). À la surface de l'eau, elle s'étale dans un plan (deux dimensions). Le son émis par un haut-parleur se propage dans tout l'espace (trois dimensions). Dans tous les cas, l'onde se propage dans toutes les directions qui lui sont offertes à partir de la source.

2. Ondes transversales et ondes longitudinales

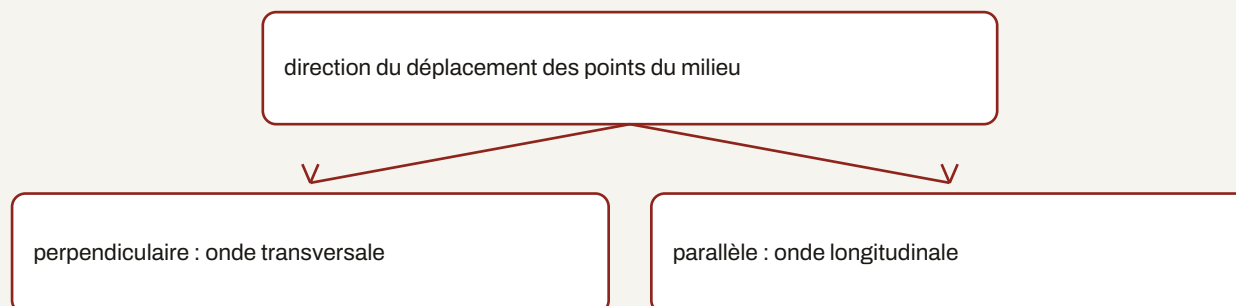
On compare la direction du mouvement des points du milieu à la direction de propagation de l'onde.

- Une onde est **transversale** lorsque la perturbation (le déplacement des points du milieu) est perpendiculaire à la direction de propagation. Exemples : onde le long d'une corde secouée verticalement, « ola » dans un stade (les spectateurs se lèvent verticalement, l'onde court horizontalement).
- Une onde est **longitudinale** lorsque la perturbation est parallèle à la direction de propagation. Exemples : compression qui court le long d'un ressort comprimé dans son axe, onde sonore dans l'air.

Type d'onde	Mouvement des points du milieu	Exemples
Transversale	perpendiculaire à la propagation	corde, ola
Longitudinale	parallèle à la propagation	ressort comprimé, son



Comparer la perturbation à la propagation



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

3. La célérité d'une onde

La **célérité** v d'une onde est la vitesse à laquelle la perturbation se propage dans le milieu. Si la perturbation parcourt la distance d pendant la durée Δt :

$$v = d / \Delta t$$

avec d en mètres (m), Δt en secondes (s) et v en mètres par seconde ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).

Il ne faut pas confondre la célérité de l'onde (vitesse de déplacement de la perturbation) avec la vitesse des points du milieu (qui oscillent sur place). Ce sont deux grandeurs différentes.

De quoi dépend la célérité ? Elle dépend du **milieu** de propagation : de sa nature, de sa rigidité, de son inertie et de sa température. Le long d'une corde, elle augmente quand on tend davantage la corde et diminue quand la corde est plus lourde. Dans le cadre du programme, on admet qu'elle **ne dépend pas de la forme ni de l'amplitude** de la perturbation.

Ordres de grandeur de la célérité du son :

Milieu	Célérité du son
Air à 20 °C	environ $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ($343 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$)
Eau liquide	environ $1\,500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Tissus mous du corps humain	environ $1\,540 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Acier	environ $5\,000$ à $6\,000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Vide	aucune propagation

On retient que le son se propage en général plus vite dans les liquides que dans les gaz, et plus vite dans les solides que dans les liquides. Dans l'air, la célérité augmente avec la température.

Comparaison avec la lumière. La lumière se propage à $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans le vide (et pratiquement à cette valeur dans l'air), soit environ un million de fois plus vite que le son dans l'air. C'est pour cela que l'on voit l'éclair avant d'entendre le tonnerre : la durée de propagation de la

lumière sur quelques kilomètres est négligeable devant celle du son.

4. Le retard

Considérons une source S qui émet une perturbation à l'instant $t = 0$, et un point M du milieu situé à la distance $SM = d$ de la source. La perturbation atteint M avec un **retard** τ (lettre grecque tau) :

$$\tau = d / v$$

Le point M reproduit exactement le mouvement de la source, mais décalé dans le temps de τ (en l'absence d'amortissement). Si on note $y_S(t)$ l'élongation de la source et $y_M(t)$ celle du point M :

$$y_M(t) = y_S(t - \tau)$$

Autrement dit, ce que fait M à l'instant t , la source l'a fait à l'instant $t - \tau$.

Plus généralement, si deux points M et N sont situés sur la même direction de propagation, avec N plus loin de la source que M, le retard de N sur M vaut $\tau = MN / v$.

Le retard ne dépend que de la distance et de la célérité. Il ne dépend pas de la forme de la perturbation.

Exemple court. Le long d'une corde où $v = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, un point situé à 2,0 m de l'extrémité secouée commence à bouger avec un retard $\tau = 2,0 / 4,0 = 0,50 \text{ s}$.

Double lecture d'un enregistrement. Une onde se représente de deux façons complémentaires :

- l'aspect du milieu à un instant donné (une « photographie ») : élongation en fonction de la position x ;
- l'évolution d'un point donné au cours du temps : élongation en fonction du temps t .

Sur une photographie, la perturbation a une certaine étendue spatiale L . Sur l'enregistrement temporel d'un point, elle a une certaine durée Δt . Les deux sont liées par $L = v \cdot \Delta t$. Attention : sur la représentation spatiale, l'avant de l'onde (le front) est du côté de la propagation, alors que sur la représentation temporelle d'un point, le front est ce qui arrive en premier, donc à gauche (aux petites valeurs de t). La forme apparaît donc « retournée » d'une représentation à l'autre.

5. Ondes périodiques : période, fréquence, longueur d'onde

Une onde est **périodique** lorsque la source produit une perturbation qui se répète identique à elle-même à intervalles de temps égaux. L'exemple le plus important est l'**onde sinusoïdale**, dont la source oscille selon une fonction sinus du temps (diapason, haut-parleur alimenté par un générateur de signaux).

Périodicité temporelle. Chaque point du milieu reproduit le mouvement de la source : il oscille avec la même période.

- La **période** T est la plus petite durée au bout de laquelle le mouvement d'un point se reproduit identique à lui-même. Elle s'exprime en secondes (s).
- La **fréquence** f est le nombre de périodes par seconde :

$$f = 1 / T$$

f en hertz (Hz), T en secondes. Un hertz correspond à une oscillation par seconde. La fréquence est imposée par la source : elle **ne change pas** quand l'onde passe d'un milieu à un autre.

Périodicité spatiale. À un instant donné, l'aspect du milieu se répète le long de la direction de propagation.

- La **longueur d'onde** λ (lambda) est la plus petite distance séparant deux points du milieu qui vibrent en phase. C'est aussi la distance parcourue par l'onde pendant une période. Elle s'exprime en mètres (m).

Puisque l'onde parcourt la distance λ pendant la durée T à la célérité v :

$$\lambda = v \cdot T = v / f$$

Relation fondamentale : $\lambda = v \cdot T$, avec λ en m, v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, T en s. Elle relie la périodicité spatiale (λ) à la périodicité temporelle (T) par l'intermédiaire de la célérité.

Conséquences importantes.

- Dans un milieu donné (v fixée), λ est inversement proportionnelle à f : doubler la fréquence divise la longueur d'onde par deux.
- Quand une onde change de milieu, f reste la même, v change, donc λ change dans le même rapport que v . Un son de 1 000 Hz a une longueur d'onde de 0,34 m dans l'air et de 1,5 m dans l'eau.

Points en phase, points en opposition de phase. Deux points M et N situés sur une même direction de propagation, séparés de la distance d :

- vibrent **en phase** (ils ont à chaque instant la même élongation et le même sens de mouvement) si d est un multiple entier de la longueur d'onde : $d = k \cdot \lambda$, avec k entier ;
- vibrent **en opposition de phase** (élongations opposées à chaque instant) si d est un multiple impair de la demi-longueur d'onde : $d = (k + 1/2) \cdot \lambda$.

Méthode : on calcule le rapport d / λ . S'il est entier, les points sont en phase ; s'il vaut un entier plus 0,5, ils sont en opposition de phase ; sinon, ils ne sont ni l'un ni l'autre.

On peut raisonner de façon équivalente avec le retard : N est en phase avec M si le retard $\tau = d / v$ est un multiple entier de T .

De la source à la longueur d'onde

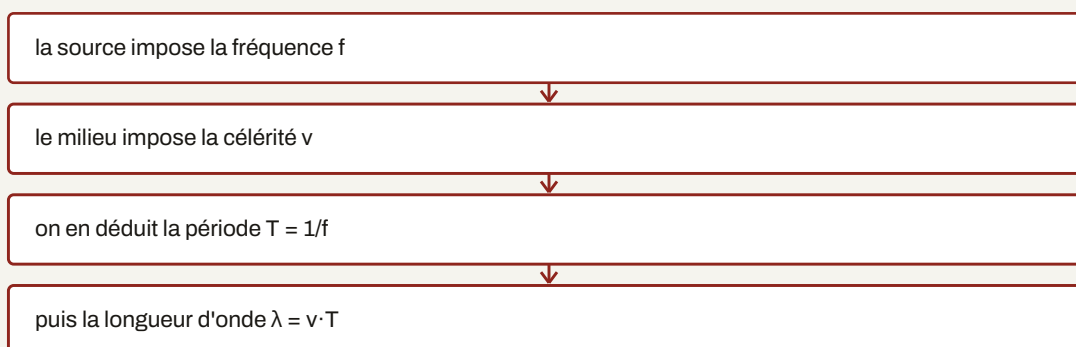


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

6. Ondes sonores et ultrasonores

Un son est une onde mécanique progressive **longitudinale**. Une source sonore (membrane de haut-parleur, corde vocale, diapason) comprime puis dilate alternativement le milieu qui l'entoure. Ces compressions et dilatations, c'est-à-dire des petites variations de pression autour de la pression moyenne, se propagent de proche en proche. Les molécules d'air oscillent autour de leur position moyenne, dans la direction de propagation.

Un son ne se propage pas dans le vide : l'expérience classique du réveil placé sous une cloche dont on retire l'air le montre, le son s'affaiblit jusqu'à disparaître alors que l'on voit toujours le marteau frapper.

Domaines de fréquences. L'oreille humaine perçoit, en moyenne, les sons de fréquence comprise entre 20 Hz et 20 kHz (cette plage se rétrécit avec l'âge, surtout du côté des hautes fréquences).

Domaine	Fréquence
Infrasons	inférieure à 20 Hz
Sons audibles par l'être humain	de 20 Hz à 20 kHz
Ultrasons	supérieure à 20 kHz

Les infrasons sont produits par les séismes, les éruptions, la houle ; certains animaux comme l'éléphant communiquent par infrasons. Les ultrasons sont utilisés par la chauve-souris et le dauphin (écholocation), par le sonar des navires et par l'échographie médicale (fréquences de l'ordre de 1 à 20 MHz).

Hauteur d'un son. Un son périodique est caractérisé par sa fréquence, que l'oreille perçoit comme la **hauteur** : plus la fréquence est élevée, plus le son est aigu. Le la_3 de référence des musiciens (la_3) a une fréquence de 440 Hz.

Écho et mesure de distance. Lorsqu'une onde rencontre un obstacle, une partie est renvoyée : c'est la **réflexion**, à l'origine de l'écho. Si un émetteur et un récepteur placés au même endroit détectent l'écho au bout de la durée Δt après l'émission, l'onde a parcouru l'aller et le retour, soit deux fois la distance D à l'obstacle :

$$2D = v \cdot \Delta t, \text{ donc } D = v \cdot \Delta t / 2$$

C'est le principe du sonar (mesure de la profondeur des fonds marins), de l'écholocation et de l'échographie. En échographie, une sonde émet de brèves impulsions ultrasonores et capte les échos renvoyés par les interfaces entre tissus ; la durée de chaque écho donne la profondeur de l'interface, avec $v \approx 1\,540 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans les tissus mous.

Pourquoi des ultrasons en échographie ? Leur fréquence élevée donne une petite longueur d'onde ($\lambda = 1\,540 / (5 \times 10^6) \approx 3 \times 10^{-4} \text{ m}$, soit 0,3 mm à 5 MHz). Or on ne distingue bien que des détails de taille au moins comparable à la longueur d'onde : une petite longueur d'onde permet donc de voir des détails fins.



Principe de la mesure par écho

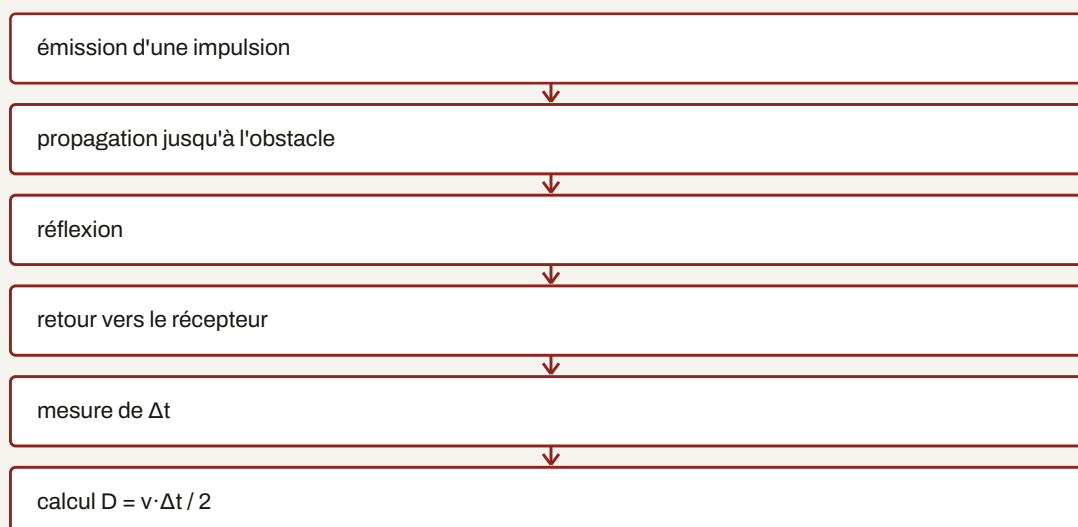


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

7. Mesurer une célérité et une longueur d'onde

Plusieurs méthodes expérimentales sont au programme.

Mesure d'un retard. Deux microphones (ou deux récepteurs ultrasonores) sont placés sur la même direction de propagation, à une distance d l'un de l'autre. On enregistre une impulsion sonore (un claquement) et on mesure le décalage temporel τ entre les deux signaux. On en déduit $v = d / \tau$.

Chronophotographie ou vidéo. On filme une perturbation qui se propage le long d'une corde ou d'un ressort. On relève la position du front à différents instants : la pente de la droite position en fonction du temps est la célérité.

Mesure de la longueur d'onde à l'oscilloscope. Un émetteur produit une onde sinusoïdale (par exemple des ultrasons de 40 kHz). Deux récepteurs R_1 et R_2 sont reliés aux deux voies d'un oscilloscope. Au départ, ils sont côte à côte et les deux signaux sont en phase. On éloigne lentement R_2 : les signaux se décalent, puis redeviennent en phase chaque fois que R_2 a reculé d'une longueur d'onde. On compte un grand nombre n de retours en phase et on mesure la distance totale D parcourue par R_2 : $\lambda = D / n$. Mesurer plusieurs longueurs d'onde d'un coup réduit l'erreur relative de lecture. Connaissant f (lue à l'oscilloscope à partir de T , ou affichée par le générateur), on obtient $v = \lambda \cdot f$.

Lecture d'un oscillogramme. La sensibilité horizontale (par exemple 10 μs par division) permet de convertir un nombre de divisions en durée. On mesure la durée de plusieurs périodes et on divise par leur nombre pour obtenir T avec plus de précision.

Exemples résolus

Exemple 1 : perturbation le long d'une corde

Énoncé. On secoue brièvement l'extrémité S d'une corde horizontale à l'instant $t = 0$. La perturbation atteint un point A situé à 1,20 m de S à l'instant $t_A = 0,40$ s. a) Calculer la célérité de l'onde. b) Quand atteindra-t-elle le point B situé à 3,00 m de S ? c) La perturbation dure 0,10 s en chaque point : quelle longueur de corde est déformée à un instant donné ? d) L'onde est-elle transversale ou longitudinale ?

Résolution. a) La perturbation parcourt $SA = 1,20$ m en $\Delta t = 0,40$ s : $v = SA / \Delta t = 1,20 / 0,40 = 3,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. b) Le retard de B sur S est $\tau_B = SB / v = 3,00 / 3,0 = 1,0$ s. Comme la source a été perturbée à $t = 0$, B est atteint à $t_B = 1,0$ s. c) Pendant les 0,10 s que dure le passage en un point, le front avance de $L = v\cdot\Delta t = 3,0 \times 0,10 = 0,30$ m : c'est l'étendue de la perturbation sur la corde. d) La main déplace la corde perpendiculairement à sa direction, et la perturbation se propage le long de la corde : le mouvement des points est perpendiculaire à la propagation, l'onde est **transversale**.

Exemple 2 : mesure de la longueur d'onde d'ultrasons

Énoncé. Un émetteur produit des ultrasons sinusoïdaux. Sur l'oscilloscope, avec une sensibilité horizontale de $5 \mu\text{s}$ par division, quatre périodes occupent 20 divisions. On éloigne le récepteur R_2 du récepteur R_1 : les signaux redeviennent en phase 10 fois pendant un déplacement de 8,5 cm. a) Déterminer la période et la fréquence. b) Déterminer la longueur d'onde. c) En déduire la célérité des ultrasons dans l'air. d) S'agit-il bien d'ultrasons ?

Résolution. a) Quatre périodes durent $20 \times 5 \mu\text{s} = 100 \mu\text{s}$, donc $T = 100 / 4 = 25 \mu\text{s} = 2,5 \times 10^{-5}$ s. Alors $f = 1 / T = 1 / (2,5 \times 10^{-5}) = 4,0 \times 10^4$ Hz, soit 40 kHz. b) Chaque retour en phase correspond à un déplacement d'une longueur d'onde : $10 \lambda = 8,5$ cm, donc $\lambda = 0,85$ cm = $8,5 \times 10^{-3}$ m. c) $v = \lambda \cdot f = 8,5 \times 10^{-3} \times 4,0 \times 10^4 = 3,4 \times 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, valeur attendue pour le son dans l'air. d) $f = 40$ kHz est supérieure à 20 kHz : ce sont bien des **ultrasons**, inaudibles pour l'être humain.

Exemple 3 : échographie

Énoncé. Une sonde échographique émet des impulsions ultrasonores de fréquence 5,0 MHz. L'écho renvoyé par la paroi d'un organe revient $65 \mu\text{s}$ après l'émission. Dans les tissus mous, $v = 1\,540 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. a) À quelle profondeur se trouve la paroi ? b) Calculer la longueur d'onde des ultrasons dans les tissus. c) Pourquoi utilise-t-on une fréquence aussi élevée ?

Résolution. a) L'onde fait l'aller et le retour : $2D = v\cdot\Delta t$, donc $D = v\cdot\Delta t / 2 = 1\,540 \times 65 \times 10^{-6} / 2 = 0,100 / 2 \approx 5,0 \times 10^{-2}$ m. La paroi est à **5,0 cm** de profondeur. b) $\lambda = v / f = 1\,540 / (5,0 \times 10^6) = 3,1 \times 10^{-4}$ m, soit environ 0,31 mm. c) On ne distingue que des détails dont la taille est au moins de l'ordre de la longueur d'onde. Une fréquence élevée donne une longueur d'onde petite, donc une image plus fine : une fréquence de quelques mégahertz permet de voir des structures de l'ordre du millimètre.

Méthodes et pièges

- Méthode type : identifie d'abord ce que l'énoncé fixe (la source fixe f , le milieu fixe v), puis déduis $T = 1/f$ et $\lambda = v\cdot T$. Écris toujours la formule littérale avant l'application numérique.
- Convertis avant de calculer : cm en m, μs en s ($1 \mu\text{s} = 10^{-6}$ s), kHz en Hz ($1 \text{ kHz} = 10^3$ Hz), MHz en Hz ($1 \text{ MHz} = 10^6$ Hz).

- Ne confonds pas la célérité de l'onde avec la vitesse des points du milieu : un bouchon sur l'eau n'avance pas avec la vague.
- Quand une onde change de milieu, c'est la fréquence qui reste constante, pas la longueur d'onde. Le rapport des longueurs d'onde est égal au rapport des célérités.
- Pour un écho, n'oublie pas le facteur 2 : la durée mesurée correspond à un aller-retour.
- Pour mesurer une période ou une longueur d'onde, mesure plusieurs périodes ou plusieurs longueurs d'onde et divise : l'erreur de lecture est alors répartie.
- Pour savoir si deux points sont en phase, calcule d / λ : entier, en phase ; entier plus 0,5, opposition de phase.
- Sur une représentation spatiale, le front de l'onde est du côté vers lequel elle avance ; sur une représentation temporelle d'un point, le front est ce qui arrive en premier. Ne recopie pas une forme d'un graphique à l'autre sans la retourner.
- Un son ne traverse pas le vide : toute réponse qui fait se propager un son dans l'espace interplanétaire est fausse.

Vers le PASS

En PASS, les ondes mécaniques sont la base de l'acoustique physiologique et de l'imagerie ultrasonore. On y étudie l'intensité et le niveau sonore en décibels, la notion d'impédance acoustique qui explique pourquoi une partie de l'onde est réfléchiée à chaque interface entre tissus (et pourquoi on applique un gel entre la sonde et la peau), l'atténuation qui croît avec la fréquence, et l'effet Doppler qui permet de mesurer la vitesse du sang. Le compromis entre résolution (petite longueur d'onde, donc haute fréquence) et profondeur d'exploration (faible atténuation, donc basse fréquence) découle directement de la relation $\lambda = v / f$ vue ici. Les questions classiques de concours portent sur le calcul d'une profondeur à partir d'un écho, d'une longueur d'onde dans un tissu, ou sur le changement de milieu à fréquence constante.

Suite en PASS : Ondes, acoustique et formation des images

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Un son parcourt 1,02 km dans l'air en 3,0 s. Calcule sa célérité en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
2. Un diapason émet un la de fréquence 440 Hz dans l'air, où la célérité du son vaut $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcule la période du son puis sa longueur d'onde.
3. Une perturbation se propage le long d'une corde à la célérité de $2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La source est secouée à $t = 0$. À quel instant un point M situé à 1,5 m de la source commence-t-il à bouger ?
4. Classe chacun des sons suivants parmi les infrasons, les sons audibles et les ultrasons : 15 Hz ; 1,2 kHz ; 18 kHz ; 25 kHz ; 3 MHz.
5. Indique si chaque onde est transversale ou longitudinale, en justifiant : a) onde le long d'une corde de guitare pincée ; b) onde sonore dans l'air ; c) compression se propageant le long d'un ressort, dans son axe ; d) ola dans un stade.

Niveau 2 : type bac

6. Un bouchon flottant sur la mer effectue 12 oscillations verticales complètes en 60 s. On mesure que deux crêtes successives de la houle sont distantes de 40 m.
- a) Calcule la période et la fréquence de la houle. b) Indique la longueur d'onde, puis calcule la célérité de la houle. c) Combien de temps une crête met-elle pour atteindre un voilier situé à 200 m du bouchon, dans la direction de propagation ? d) Le bouchon est-il emporté par la houle ? Justifie.
7. Un émetteur sonore est relié à deux microphones R_1 et R_2 branchés sur un oscilloscope réglé à 50 μ s par division. Sur l'écran, une période du signal occupe 5,0 divisions.
- a) Calcule la période et la fréquence du son. Est-il audible ? b) Au départ, R_1 et R_2 sont côte à côte et les signaux sont en phase. On éloigne R_2 : les signaux redeviennent en phase pour la cinquième fois après un déplacement de 42,5 cm. Calcule la longueur d'onde. c) Déduis-en la célérité du son. d) Pourquoi vaut-il mieux compter cinq retours en phase plutôt qu'un seul ?
8. Lors d'un orage, Léa voit un éclair puis entend le tonnerre 4,5 s plus tard. On donne la célérité du son dans l'air, $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, et celle de la lumière, $3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- a) Calcule la distance qui sépare Léa de l'impact. b) Calcule la durée de propagation de la lumière sur cette distance et justifie qu'on peut la négliger. c) Une règle pratique dit « trois secondes par kilomètre ». Vérifie-la.
9. On filme une perturbation qui se propage le long d'une corde tendue. Le front de la perturbation est à la position $x = 0,30 \text{ m}$ à l'instant $t = 0,10 \text{ s}$ et à $x = 0,90 \text{ m}$ à $t = 0,30 \text{ s}$.
- a) Calcule la célérité de l'onde. b) À quel instant la perturbation a-t-elle quitté la source, placée en $x = 0$? c) À quel instant atteindra-t-elle le point situé à $x = 1,80 \text{ m}$? d) La perturbation s'étend sur 0,15 m de corde. Combien de temps dure le mouvement d'un point de la corde à son passage ?

Niveau 3 : vers le PASS

10. Une sonde échographique de fréquence 3,5 MHz est posée sur l'abdomen. Elle reçoit deux échos, 26 μ s et 91 μ s après l'émission, correspondant aux parois avant et arrière d'un organe. Dans les tissus mous, $v = 1\,540 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- a) Calcule la profondeur de chacune des deux parois. b) Déduis-en l'épaisseur de l'organe. c) Calcule la longueur d'onde des ultrasons dans les tissus. d) Un médecin souhaite distinguer des détails plus fins. Doit-il augmenter ou diminuer la fréquence ? Justifie à l'aide de la relation entre λ et f .
11. Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie ou fausse en justifiant.
- A. Dans un même milieu, doubler la fréquence d'une onde sinusoïdale divise sa longueur d'onde par deux. B. Quand un son passe de l'air ($340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) à l'eau ($1\,500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$), sa longueur d'onde est multipliée par environ 4,4. C. La célérité d'une onde le long d'une corde augmente avec l'amplitude de la perturbation. D. Deux points d'une même direction de propagation séparés de $1,5 \lambda$ vibrent en phase. E. Une onde sonore transporte de l'air depuis la source jusqu'à l'auditeur.
12. Un sonar fixé sous la coque d'un navire émet de brèves impulsions ultrasonores verticalement. Dans l'eau de mer, $v = 1\,500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- a) L'écho du fond revient 0,80 s après l'émission. Calcule la profondeur. b) Un second écho, plus faible, revient 0,24 s après l'émission. Interprète-le et calcule la profondeur correspondante. c) Pour ne pas confondre l'écho d'une impulsion avec l'impulsion suivante, chaque écho du fond doit revenir avant l'émission suivante. Calcule la durée minimale entre deux impulsions, puis la fréquence maximale de

répétition des impulsions à cette profondeur.

13. Une onde sinusoïdale de fréquence 50 Hz se propage le long d'une corde à la célérité de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Deux points A et B de la corde, dans cet ordre à partir de la source, sont distants de 1,0 m.

a) Calcule la longueur d'onde et la période. b) Calcule le retard de B sur A et exprime-le en nombre de périodes. A et B vibrent-ils en phase, en opposition de phase, ou ni l'un ni l'autre ? c) Quelle est la plus petite distance non nulle entre A et un point de la corde vibrant en phase avec A ? d) On règle la fréquence de la source à 100 Hz, sans changer la corde. Que deviennent la longueur d'onde et la relation de phase entre A et B ?

Corrigés

1. La célérité est le quotient de la distance parcourue par la durée : $v = d / \Delta t$. On convertit $d = 1,02 \text{ km} = 1\,020 \text{ m}$. Donc $v = 1\,020 / 3,0 = 3,4 \times 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ($340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$), valeur habituelle du son dans l'air.

2. Période : $T = 1 / f = 1 / 440 = 2,27 \times 10^{-3} \text{ s}$, soit $T \approx 2,3 \text{ ms}$. Longueur d'onde : $\lambda = v / f = 340 / 440 = 0,773 \text{ m}$, soit $\lambda \approx 0,77 \text{ m}$. Vérification : $v \cdot T = 340 \times 2,27 \times 10^{-3} = 0,772 \text{ m}$, cohérent.

3. Le retard de M sur la source est $\tau = d / v = 1,5 / 2,5 = 0,60 \text{ s}$. La source a été secouée à $t = 0$, donc M commence à bouger à $t = 0,60 \text{ s}$.

4. Les sons audibles par l'être humain vont de 20 Hz à 20 kHz. Donc : 15 Hz est un **infrason** (inférieur à 20 Hz) ; 1,2 kHz = 1 200 Hz est **audible** ; 18 kHz est **audible** (inférieur à 20 kHz, même si beaucoup d'adultes ne l'entendent plus) ; 25 kHz est un **ultrason** ; 3 MHz = $3 \times 10^6 \text{ Hz}$ est un **ultrason** (domaine de l'échographie).

5. a) Les points de la corde se déplacent perpendiculairement à la corde alors que l'onde se propage le long de la corde : **transversale**. b) Les molécules d'air oscillent dans la direction de propagation (compressions et dilatations successives) : **longitudinale**. c) Les spires se déplacent le long de l'axe, qui est aussi la direction de propagation : **longitudinale**. d) Les spectateurs se lèvent verticalement, l'onde parcourt les gradins horizontalement : **transversale**.

6. a) Douze oscillations durent 60 s, donc $T = 60 / 12 = 5,0 \text{ s}$, et $f = 1 / T = 1 / 5,0 = 0,20 \text{ Hz}$.

b) Deux crêtes successives vibrent en phase et sont les plus proches : leur distance est la longueur d'onde, $\lambda = 40 \text{ m}$. Alors $v = \lambda / T = 40 / 5,0 = 8,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. c) Durée de propagation : $\Delta t = d / v = 200 / 8,0 = 25 \text{ s}$. d) **Non** : une onde transporte de l'énergie sans transport global de matière. Le bouchon monte et descend (et oscille un peu autour de sa position), mais il n'est pas entraîné avec la houle.

7. a) $T = 5,0 \text{ div} \times 50 \mu\text{s/div} = 250 \mu\text{s} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ s}$. $f = 1 / T = 1 / (2,5 \times 10^{-4}) = 4,0 \times 10^3 \text{ Hz}$ (4,0 kHz). Cette fréquence est comprise entre 20 Hz et 20 kHz : le son est **audible**.

b) Chaque retour en phase correspond à un déplacement d'une longueur d'onde : $5 \lambda = 42,5 \text{ cm}$, donc $\lambda = 8,5 \text{ cm} = 8,5 \times 10^{-2} \text{ m}$. c) $v = \lambda \cdot f = 8,5 \times 10^{-2} \times 4,0 \times 10^3 = 3,4 \times 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. d) L'erreur de repérage d'une position de mise en phase est à peu près la même quel que soit le nombre de longueurs d'onde mesurées. En la répartissant sur cinq longueurs d'onde, on divise par cinq l'erreur commise sur λ : **la mesure est plus précise**.

8. a) La lumière arrive pratiquement instantanément, donc 4,5 s est la durée de propagation du son. $d = v \cdot \Delta t = 340 \times 4,5 = 1\,530 \text{ m}$, soit $d \approx 1,5 \text{ km}$.

b) Durée de propagation de la lumière : $\Delta t' = d / c = 1\,530 / (3,00 \times 10^8) = 5,1 \times 10^{-6} \text{ s}$. Elle est près d'un million de fois plus petite que 4,5 s : elle est **négligeable**. c) Durée pour 1 km = 1 000 m : $\Delta t = 1\,000 / 340 = 2,9 \text{ s}$, soit environ 3 s. La règle est **vérifiée**.

9. a) Entre $t = 0,10$ s et $t = 0,30$ s, le front avance de $0,90 - 0,30 = 0,60$ m en $0,20$ s : $v = 0,60 / 0,20 = 3,0$ m·s⁻¹.

b) Pour aller de $x = 0$ à $x = 0,30$ m, il faut $0,30 / 3,0 = 0,10$ s. Le front était en $0,30$ m à $t = 0,10$ s, il a donc quitté la source à $t = 0,10 - 0,10 = 0$ s. c) Retard du point $x = 1,80$ m sur la source : $\tau = 1,80 / 3,0 = 0,60$ s. Il est atteint à $t = 0,60$ s. d) La perturbation de longueur $L = 0,15$ m défile devant un point à la célérité v : la durée du mouvement est $\Delta t = L / v = 0,15 / 3,0 = 0,050$ s (50 ms).

10. a) Pour chaque écho, la durée correspond à un aller-retour : $D = v \cdot \Delta t / 2$.

Paroi avant : $D_1 = 1\,540 \times 26 \times 10^{-6} / 2 = 0,0400 / 2 = 2,0 \times 10^{-2}$ m, soit 2,0 cm. Paroi arrière : $D_2 = 1\,540 \times 91 \times 10^{-6} / 2 = 0,140 / 2 = 7,0 \times 10^{-2}$ m, soit 7,0 cm. b) Épaisseur : $e = D_2 - D_1 = 7,0 - 2,0 = 5,0$ cm. On peut aussi écrire $e = v \cdot (\Delta t_2 - \Delta t_1) / 2 = 1\,540 \times 65 \times 10^{-6} / 2 = 5,0 \times 10^{-2}$ m. c) $\lambda = v / f = 1\,540 / (3,5 \times 10^6) = 4,4 \times 10^{-4}$ m, soit 0,44 mm. d) On ne distingue que des détails de taille au moins comparable à λ . Pour voir plus fin, il faut une longueur d'onde plus petite. Comme $\lambda = v / f$ avec v fixée par le tissu, il faut **augmenter la fréquence**. (En pratique, l'onde est alors plus atténuée et explore moins profondément : c'est un compromis.)

11. A. **Vrai** : $\lambda = v / f$ et v ne dépend que du milieu, donc λ est inversement proportionnelle à f .

B. **Vrai** : f est conservée, donc $\lambda_{\text{eau}} / \lambda_{\text{air}} = v_{\text{eau}} / v_{\text{air}} = 1\,500 / 340 = 4,4$. C. **Faux** : dans le cadre du programme, la célérité dépend du milieu (tension et masse de la corde), pas de l'amplitude. D. **Faux** : $1,5 \lambda = (1 + 1/2) \lambda$, c'est un multiple impair de $\lambda/2$. Les points vibrent en **opposition** de phase. E. **Faux** : l'onde sonore transporte de l'énergie, pas de matière. Les molécules d'air oscillent autour de leur position moyenne.

12. a) L'écho correspond à un aller-retour : $D = v \cdot \Delta t / 2 = 1\,500 \times 0,80 / 2 = 6,0 \times 10^2$ m (600 m).

b) Un écho plus précoce provient d'un obstacle situé entre le navire et le fond, par exemple un banc de poissons. Sa profondeur : $D' = 1\,500 \times 0,24 / 2 = 1,8 \times 10^2$ m (180 m). c) L'écho du fond revient 0,80 s après l'émission : l'impulsion suivante doit partir au moins 0,80 s après. La fréquence maximale de répétition est $f_{\text{max}} = 1 / 0,80 = 1,25$ Hz, soit environ 1,3 impulsion par seconde.

13. a) $\lambda = v / f = 20 / 50 = 0,40$ m ; $T = 1 / f = 1 / 50 = 0,020$ s (20 ms).

b) Retard de B sur A : $\tau = AB / v = 1,0 / 20 = 0,050$ s. En périodes : $\tau / T = 0,050 / 0,020 = 2,5$. De même $AB / \lambda = 1,0 / 0,40 = 2,5 = 2 + 1/2$: A et B vibrent en **opposition de phase**. c) Les points en phase avec A sont à des distances multiples entières de λ . La plus petite distance non nulle est $\lambda = 0,40$ m. d) La corde n'a pas changé, donc $v = 20$ m·s⁻¹ reste la même. $\lambda' = v / f' = 20 / 100 = 0,20$ m (divisée par deux). $AB / \lambda' = 1,0 / 0,20 = 5$, nombre entier : A et B vibrent désormais en **phase**.

Lentilles minces, images et vision

COURS • P06 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	6
Vers le PASS	7
Exercices	7
Corrigés	8

Ce que tu dois savoir faire

- Reconnaître une lentille mince convergente et décrire son centre optique, son axe optique, ses foyers.
- Définir la distance focale et la vergence, et passer de l'une à l'autre en unités SI.
- Tracer la marche des trois rayons particuliers à travers une lentille convergente.
- Construire graphiquement l'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe, et dire si elle est réelle ou virtuelle, droite ou renversée, agrandie ou réduite.
- Utiliser les mesures algébriques et appliquer la relation de conjugaison pour déterminer la position d'une image ou d'un objet.
- Définir et calculer le grandissement, puis en déduire la taille et le sens de l'image.
- Déterminer expérimentalement la distance focale d'une lentille sur un banc d'optique.
- Décrire le modèle réduit de l'œil et le comparer à un appareil photographique.
- Expliquer l'accommodation et calculer la vergence de l'œil pour un objet à distance donnée.

Cours

1. La lentille mince convergente

Une **lentille** est un milieu transparent (verre, plastique) limité par deux faces dont l'une au moins est courbe. Elle dévie la lumière par réfraction sur ses deux faces. Une lentille est dite **mince** lorsque son épaisseur au centre est petite devant les rayons de courbure de ses faces ; on la représente alors par un simple segment.

Une lentille **convergente** est plus épaisse au centre qu'aux bords. Elle fait converger un faisceau de lumière parallèle. On la schématise par un segment terminé par deux pointes de flèche tournées vers

l'extérieur. Une lentille **divergente**, plus mince au centre qu'aux bords, fait diverger un faisceau parallèle ; elle n'est pas étudiée en détail dans ce chapitre.

Éléments caractéristiques :

- le **centre optique** O, au milieu de la lentille ;
- l'**axe optique**, droite perpendiculaire à la lentille passant par O ;
- le **foyer image** F', point de l'axe où convergent, après la lentille, les rayons arrivant parallèlement à l'axe ;
- le **foyer objet** F, symétrique de F' par rapport à O : un rayon passant par F ressort parallèle à l'axe.

On travaille dans les **conditions de Gauss** : rayons peu inclinés sur l'axe et passant près du centre de la lentille. Dans ces conditions, l'image d'un point est un point (on dit que la lentille est stigmatique) et les résultats ci-dessous sont valables.

2. Distance focale et vergence

On oriente l'axe optique dans le sens de propagation de la lumière, en général de gauche à droite. Les distances sur l'axe sont des **mesures algébriques** : on note OA la mesure algébrique du segment allant de O à A, positive si A est après O dans le sens de la lumière, négative sinon. De même, perpendiculairement à l'axe, on oriente vers le haut : une hauteur AB positive correspond à un objet dirigé vers le haut.

La **distance focale image** est $f' = OF'$. Pour une lentille convergente, F' est après la lentille : $f' > 0$. On a aussi $OF = -f'$.

La **vergence** C d'une lentille est l'inverse de sa distance focale :

$$C = 1 / f'$$

avec f' en mètres (m) et C en **dioptries** (symbole δ), une dioptrie valant 1 m^{-1} . Une lentille convergente a une vergence positive. Plus la vergence est grande, plus la distance focale est courte, plus la lentille fait converger fortement la lumière (ses faces sont plus bombées).

Exemples : une lentille de distance focale 20 cm a une vergence $C = 1 / 0,20 = 5,0 \delta$; une lentille de 10 δ a une distance focale $f' = 1 / 10 = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$.

Propriété utile : deux lentilles minces **accollées** (centres confondus) se comportent comme une lentille unique de vergence égale à la somme des vergences. C'est ce principe qu'on utilise lorsqu'un verre correcteur s'ajoute au système optique de l'œil.

3. Les trois rayons particuliers

Trois rayons ont une marche connue sans calcul :

1. Un rayon passant par le **centre optique** O n'est pas dévié.
2. Un rayon incident **parallèle à l'axe optique** ressort en passant par le **foyer image** F'.
3. Un rayon incident passant par le **foyer objet** F ressort **parallèle à l'axe optique**.

Plus généralement, des rayons incidents parallèles entre eux, mais inclinés par rapport à l'axe, convergent en un point du **plan focal image** (plan perpendiculaire à l'axe passant par F'). On trouve ce point en traçant celui de ces rayons qui passe par O : il n'est pas dévié et coupe le plan focal image au point cherché.



Les trois rayons particuliers

passant par O : non dévié

parallèle à l'axe : ressort par F'

passant par F : ressort parallèle à l'axe

Repères complémentaires, sans séquence causale

4. Construire l'image d'un objet

On considère un objet plan AB perpendiculaire à l'axe, avec A sur l'axe. Pour trouver l'image B' du point B, il suffit de tracer **deux** des trois rayons particuliers issus de B : l'image B' est à leur intersection après la lentille (ou à l'intersection de leurs prolongements, voir plus bas). L'image A' de A est sur l'axe, à la verticale de B' : l'image A'B' est elle aussi perpendiculaire à l'axe.

Vocabulaire :

- une image est **réelle** lorsque les rayons qui en sortent se croisent effectivement après la lentille ; on peut la recueillir sur un écran ;
- une image est **virtuelle** lorsque ce sont les prolongements des rayons émergents (vers l'arrière) qui se croisent ; on ne peut pas la recueillir sur un écran, mais l'œil la voit en regardant à travers la lentille.

Selon la position de l'objet réel par rapport à la lentille convergente, on obtient les situations suivantes.

Position de l'objet AB	Image A'B'	Usage
Très loin (à l'infini)	réelle, dans le plan focal image	objectif d'appareil photo, œil
Au-delà de $2f'$ avant O	réelle, renversée, plus petite, entre F' et $2f'$	appareil photo
À $2f'$ avant O	réelle, renversée, même taille, à $2f'$ après O	
Entre $2f'$ et F	réelle, renversée, agrandie, au-delà de $2f'$	projecteur
Dans le plan focal objet (en F)	rejetée à l'infini	loupe utilisée sans fatigue
Entre F et O	virtuelle, droite, agrandie, du même côté que l'objet	loupe

Pour une lentille convergente et un objet réel : image réelle donc renversée, ou image virtuelle donc droite et agrandie. L'image est virtuelle seulement si l'objet est entre le foyer objet et la lentille.

Le cas de l'objet placé entre F et O est celui de la **loupe** : les rayons issus de B divergent encore après la lentille, mais moins ; l'œil les interprète comme venant d'un point B' plus éloigné et plus haut, d'où une image agrandie.

5. Relation de conjugaison et grandissement

Les positions de l'objet et de l'image sont liées par la **relation de conjugaison** de Descartes, valable pour une lentille mince dans les conditions de Gauss :

$$1/OA' - 1/OA = 1/OF' = C$$

Toutes les grandeurs sont algébriques, exprimées en mètres si l'on veut C en dioptries. Pour un objet réel placé avant la lentille, **OA est négatif**.

Le **grandissement** γ (gamma) compare la taille et le sens de l'image à ceux de l'objet :

$$\gamma = A'B' / AB = OA' / OA$$

γ est sans unité. Interprétation :

- $\gamma < 0$: image **renversée** ; $\gamma > 0$: image **droite** ;
- $|\gamma| > 1$: image **agrandie** ; $|\gamma| < 1$: image **réduite**.

Justification du grandissement. Le rayon issu de B passant par O n'est pas dévié et passe par B'. Les triangles OAB et OA'B' sont alors semblables (deux angles droits en A et A', angles opposés par le sommet en O), d'où $A'B' / AB = OA' / OA$, les signes rendant compte du renversement.

Cohérence avec la construction. Si l'objet est en A tel que $OA = -2f'$, la relation donne $1/OA' = 1/f' - 1/(2f') = 1/(2f')$, donc $OA' = 2f'$ et $\gamma = 2f' / (-2f') = -1$: image renversée de même taille, conformément au tableau. Si OA tend vers moins l'infini, $1/OA$ tend vers 0 et OA' tend vers f' : l'image se forme dans le plan focal image.

Méthode de calcul. On isole $1/OA' = 1/OF' + 1/OA$, on calcule numériquement, puis on prend l'inverse. Un résultat $OA' > 0$ indique une image réelle (après la lentille) ; $OA' < 0$ indique une image virtuelle (avant la lentille, du côté de l'objet).

6. Mesurer une distance focale

Méthode rapide. On forme sur un écran l'image d'un objet très éloigné (une fenêtre au fond de la salle) : l'écran est alors dans le plan focal image et la distance lentille-écran vaut f' .

Méthode par la relation de conjugaison. Sur un banc d'optique, on place un objet lumineux, la lentille et un écran. Pour plusieurs positions de l'objet, on cherche la position de l'écran où l'image est nette et on relève OA et OA'. On trace $1/OA'$ en fonction de $1/OA$: on obtient une droite de coefficient directeur 1 et d'ordonnée à l'origine $1/OF' = C$. C'est une vérification expérimentale de la relation de conjugaison.

Autocollimation. On accole un miroir plan derrière la lentille et on déplace la lentille jusqu'à ce que l'image de l'objet se forme nette dans le plan même de l'objet : l'objet est alors dans le plan focal objet.

7. Le modèle de l'œil

L'œil est un système optique complexe (cornée, humeur aqueuse, cristallin, humeur vitrée). On le modélise par l'**œil réduit**, formé de trois éléments :

Œil réel	Modèle réduit	Appareil photographique
Iris (et pupille)	diaphragme	diaphragme
Cristallin et milieux transparents	lentille mince convergente de vergence variable	objectif (lentille convergente de vergence fixe)
Rétine	écran	capteur

Dans le modèle, la distance entre la lentille et l'écran est **fixe**, de l'ordre de 17 mm. L'iris règle la quantité de lumière qui entre, comme le diaphragme d'un appareil photo. L'image d'un objet sur la rétine est **réelle et renversée** ; le cerveau rétablit le sens de la perception.

Accommodation. Pour qu'un objet soit vu net, son image doit se former sur la rétine, donc OA' doit valoir la distance lentille-rétine d . D'après la relation de conjugaison, $1/d - 1/OA = C$. Quand l'objet se rapproche, $|OA|$ diminue, $-1/OA$ augmente, donc la **vergence C doit augmenter**. L'œil y parvient grâce aux muscles ciliaires qui bombent le cristallin : c'est l'**accommodation**.

Pour un œil normal (dit emmétrope), dans le modèle $d = 17 \text{ mm}$:

- au repos, l'œil voit net à l'infini : $C_{\min} = 1/d = 1/0,017 \approx 58,8 \text{ } \delta$; le point vu net sans accommoder est le **punctum remotum** (PR), à l'infini ;
- en accommodant au maximum, il voit net un objet au **punctum proximum** (PP), conventionnellement à 25 cm : $C_{\max} = 1/0,017 - 1/(-0,25) = 58,8 + 4,0 = 62,8 \text{ } \delta$.

L'écart $C_{\max} - C_{\min}$ (ici $4,0 \text{ } \delta$) est l'**amplitude d'accommodation**. Avec l'âge, le cristallin perd de sa souplesse, l'amplitude d'accommodation diminue et le punctum proximum s'éloigne.

Comparaison avec l'appareil photo. Pour faire la mise au point sur des objets à différentes distances, l'appareil photographique ne change pas la vergence de son objectif : il **déplace l'objectif** par rapport au capteur (la distance OA' varie). L'œil fait l'inverse : la distance lentille-rétine est fixe, et c'est la **vergence** qui varie.

Comment l'œil voit net un objet proche

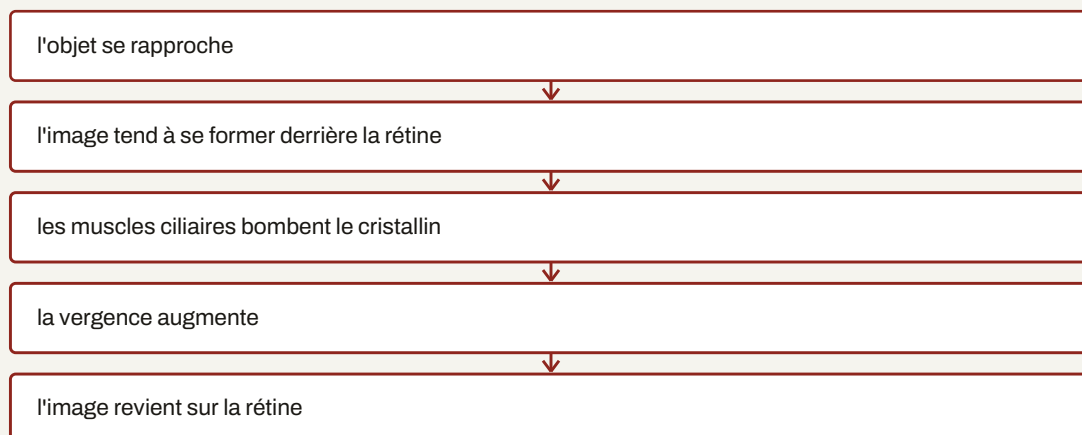


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Exemples résolus

Exemple 1 : image donnée par une lentille convergente

Énoncé. Un objet AB de hauteur 1,0 cm est placé perpendiculairement à l'axe d'une lentille convergente de distance focale $f' = 5,0$ cm, avec $OA = -15,0$ cm. a) Déterminer la position de l'image. b) Calculer le grandissement et la taille de l'image. c) Caractériser l'image et vérifier la cohérence avec la construction.

Résolution. a) Relation de conjugaison : $1/OA' = 1/OF' + 1/OA = 1/5,0 + 1/(-15,0) = 3/15 - 1/15 = 2/15$ cm⁻¹. Donc $OA' = 7,5$ cm. L'image est 7,5 cm après la lentille. b) $\gamma = OA' / OA = 7,5 / (-15,0) = -0,50$. $A'B' = \gamma \times AB = -0,50 \times 1,0 = -0,50$ cm. c) $OA' > 0$: l'image est **réelle** ; $\gamma < 0$: **renversée** ; $|\gamma| < 1$: **réduite** (deux fois plus petite). L'objet est au-delà de $2f' = 10$ cm, l'image doit être entre F' et $2f'$, c'est-à-dire entre 5,0 cm et 10 cm : 7,5 cm convient.

Exemple 2 : la loupe

Énoncé. Une loupe est une lentille convergente de vergence 12,5 δ. On observe un timbre de 2,0 cm de large placé à 5,0 cm de la loupe. a) Calculer la distance focale. b) Déterminer la position et la nature de l'image. c) Calculer sa taille.

Résolution. a) $f' = 1 / C = 1 / 12,5 = 0,080$ m = **8,0 cm**. b) $OA = -5,0$ cm : l'objet est entre F (à -8,0 cm) et O, on attend une image virtuelle. $1/OA' = 1/8,0 + 1/(-5,0) = 0,125 - 0,200 = -0,075$ cm⁻¹, donc $OA' = -1 / 0,075 = -13$ cm (-13,3 cm). $OA' < 0$: l'image est **virtuelle**, située du même côté que l'objet, à 13 cm de la loupe. c) $\gamma = OA' / OA = (-13,3) / (-5,0) = 2,7$. L'image est **droite** et agrandie ; sa largeur vaut $2,7 \times 2,0 = 5,3$ cm.

Exemple 3 : vergence de l'œil

Énoncé. On modélise l'œil par une lentille convergente placée à 17 mm de la rétine. a) Calculer la vergence de l'œil qui regarde une étoile. b) Calculer sa vergence pour lire un livre à 25 cm. c) Une personne de 1,80 m se tient à 10 m : quelle est la hauteur de son image sur la rétine ?

Résolution. a) L'étoile est à l'infini : $1/OA = 0$, et l'image doit être sur la rétine, $OA' = 0,017$ m. $C = 1/OA' = 1 / 0,017 = 58,8$ δ. b) $OA = -0,25$ m et $OA' = 0,017$ m : $C = 1/0,017 - 1/(-0,25) = 58,8 + 4,0 = 62,8$ δ. L'œil a accommodé : sa vergence a augmenté de 4,0 δ. c) $\gamma = OA' / OA = 0,017 / (-10) = -1,7 \times 10^{-3}$. $A'B' = \gamma \times AB = -1,7 \times 10^{-3} \times 1,80 = -3,1 \times 10^{-3}$ m. L'image mesure **3,1 mm** et elle est renversée.

Méthodes et pièges

- Méthode type : fais d'abord un schéma au brouillon avec l'axe orienté dans le sens de la lumière, place O, F, F' et l'objet, puis applique la relation de conjugaison avec les signes.
- Un objet réel placé avant la lentille a toujours $OA < 0$. Oublier ce signe moins est l'erreur la plus fréquente.
- Calcule d'abord $1/OA'$ puis prends l'inverse : ne prends pas l'inverse terme à terme ($1/(a + b)$ n'est pas $1/a + 1/b$).
- Pour une vergence en dioptries, toutes les distances doivent être en mètres.
- Le signe de γ donne le sens de l'image, sa valeur absolue la taille relative ; une image réelle donnée par une lentille convergente d'un objet réel est toujours renversée.

- Pour construire une image, deux rayons particuliers suffisent ; le troisième sert de vérification. Ne trace pas un rayon « parallèle à l'axe qui passe par F » : il ressort par F', pas par F.
- Dans l'œil, c'est la vergence qui varie et la distance lentille-rétine qui reste fixe ; dans l'appareil photo, c'est l'inverse.
- Ne confonds pas foyer objet F (avant la lentille) et foyer image F' (après la lentille).

Vers le PASS

En PASS, l'optique géométrique est reprise de façon plus générale : lois de Snell-Descartes de la réfraction, dioptries sphériques, lentilles divergentes, association de plusieurs lentilles, puis instruments (loupe, microscope). La relation de conjugaison et la notion de vergence servent directement à l'étude de l'œil comme système optique et de ses défauts : myopie (œil trop convergent, punctum remotum à distance finie), hypermétropie (œil pas assez convergent), presbytie (perte d'amplitude d'accommodation), et à leur correction par des verres de vergence choisie, que l'on calcule en additionnant les vergences. Les exercices de concours demandent souvent un calcul de vergence, de position de punctum remotum ou de grandissement, avec des distances à convertir en mètres et des signes à maîtriser.

Suite en PASS : Optique géométrique : réfraction, lentilles et instruments

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Calcule la vergence d'une lentille de distance focale 20 cm, puis la distance focale de lentilles de vergence 2,5 δ et 50 δ.
2. Un objet est placé à $OA = -30$ cm d'une lentille convergente de distance focale 10 cm. Calcule la position de l'image et le grandissement.
3. Une lentille donne d'un objet de hauteur 2,0 cm une image avec un grandissement $\gamma = -3,0$. Calcule la taille algébrique de l'image et décris-la.
4. Une lentille convergente a une distance focale de 4,0 cm. Pour chacune des positions de l'objet $OA = -10$ cm, $-6,0$ cm, $-4,0$ cm et $-2,0$ cm, détermine la position de l'image (si elle existe) et indique si elle est réelle ou virtuelle, droite ou renversée.
5. Complète : a) un rayon passant par le centre optique ... ; b) un rayon incident parallèle à l'axe ressort en passant par ... ; c) un rayon incident passant par le foyer objet ressort ... ; d) une image que l'on peut recueillir sur un écran est dite

Niveau 2 : type bac

6. Un projecteur forme sur un écran situé à 3,0 m de son objectif l'image nette d'une diapositive de 24 mm de haut. L'image mesure 1,20 m de haut.
a) Calcule le grandissement, sachant que l'image est renversée. b) Déduis-en la position de la diapositive par rapport à l'objectif. c) Calcule la distance focale et la vergence de l'objectif. d) Pourquoi place-t-on la diapositive à l'envers dans le projecteur ?
7. Sur un banc d'optique, on mesure pour une même lentille les positions suivantes (en cm) : $OA = -20,0$ et $OA' = 33,3$; $OA = -25,0$ et $OA' = 25,0$; $OA = -40,0$ et $OA' = 18,2$; $OA = -50,0$ et $OA' = 16,7$.

- a) Calcule $1/OA$ et $1/OA'$ en m^{-1} pour chaque mesure. b) Montre que ces mesures vérifient la relation de conjugaison. c) Déduis-en la vergence et la distance focale de la lentille.
8. L'objectif d'un appareil photo est modélisé par une lentille convergente de distance focale 50 mm. Le capteur mesure 24 mm $\times$ 36 mm.
- a) L'appareil est réglé sur l'infini. À quelle distance de l'objectif est le capteur ? b) On photographie une personne de 1,70 m située à 2,0 m. De combien et dans quel sens faut-il déplacer l'objectif par rapport au capteur pour que l'image soit nette ? c) Calcule la hauteur de l'image de la personne. d) La personne tient-elle entière sur la photo, en orientation verticale ?
9. On modélise l'œil par une lentille convergente située à 17 mm de la rétine.
- a) Calcule la vergence de l'œil normal au repos. b) Le punctum proximum d'un jeune adulte est à 25 cm. Calcule la vergence maximale et l'amplitude d'accommodation. c) Le punctum proximum d'une personne âgée est à 1,0 m, son punctum remotum à l'infini. Calcule sa vergence maximale et son amplitude d'accommodation. d) Explique pourquoi cette personne éloigne son journal pour le lire.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Un objet lumineux et un écran sont fixés à une distance D l'un de l'autre. On cherche à placer entre eux une lentille convergente de distance focale f' pour obtenir une image nette sur l'écran. On note $x = -OA > 0$ la distance objet-lentille.
- a) Montre que x vérifie l'équation $x^2 - D \cdot x + D \cdot f' = 0$. b) Déduis-en qu'une image nette n'est possible que si $D \geq 4f'$. c) Avec $f' = 10$ cm et $D = 50$ cm, calcule les deux positions possibles de la lentille et le grandissement dans chaque cas. d) Est-ce possible avec $D = 30$ cm ?
11. Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie ou fausse en justifiant.
- A. L'image d'un arbre sur la rétine est renversée. B. Quand un objet se rapproche de l'œil, la vergence de l'œil doit augmenter pour qu'il reste net. C. L'œil fait la mise au point en déplaçant le cristallin par rapport à la rétine. D. Un œil dont la vergence au repos vaut 60 δ , avec une rétine à 17 mm, voit net à l'infini sans accommoder. E. Dans le cas de D, l'œil voit net sans accommoder un objet situé à environ 85 cm.
12. On observe un insecte de 1,0 mm de long à travers une loupe de vergence 20 δ .
- a) Calcule la distance focale de la loupe. b) L'insecte est placé à 4,0 cm de la loupe. Détermine la position, la nature et la taille de l'image. c) Où faut-il placer l'insecte pour que l'image soit rejetée à l'infini, ce qui permet de l'observer sans accommoder ?
13. On forme l'image du Soleil avec une lentille convergente de distance focale 1,0 m. Le Soleil a un diamètre de $1,39 \times 10^9$ m et se trouve à $1,50 \times 10^{11}$ m de la Terre.
- a) Où se forme l'image du Soleil ? Justifie. b) En utilisant le rayon issu du bord du Soleil qui passe par le centre optique, calcule le diamètre de l'image. c) Retrouve ce résultat avec la formule du grandissement. d) Comment varie le diamètre de l'image si l'on utilise une lentille de vergence 2,0 δ ?

Corrigés

1. $C = 1/f'$ avec f' en mètres. $f' = 20$ cm = 0,20 m : $C = 1/0,20 = 5,0$ δ . $C = 2,5$ δ : $f' = 1/2,5 = 0,40$ m (40 cm). $C = 50$ δ : $f' = 1/50 = 0,020$ m (2,0 cm).
2. $1/OA' = 1/OF' + 1/OA = 1/10 + 1/(-30) = 3/30 - 1/30 = 2/30$ cm^{-1} , donc $OA' = 15$ cm : image réelle 15 cm après la lentille. $\gamma = OA'/OA = 15/(-30) = -0,50$: image renversée, deux fois plus petite.

3. $A'B' = \gamma \times AB = -3,0 \times 2,0 = -6,0 \text{ cm}$. L'image est **renversée** ($\gamma < 0$) et **agrandie** trois fois ($|\gamma| = 3,0$), elle mesure 6,0 cm. Pour une lentille convergente et un objet réel, une image renversée est réelle.

4. On utilise $1/OA' = 1/4,0 + 1/OA$ (en cm^{-1}).

$OA = -10 \text{ cm}$: $1/OA' = 0,250 - 0,100 = 0,150$, $OA' = 6,7 \text{ cm}$, $\gamma = 6,7 / (-10) = -0,67$: réelle, renversée, réduite. $OA = -6,0 \text{ cm}$: $1/OA' = 0,250 - 0,167 = 0,0833$, $OA' = 12 \text{ cm}$, $\gamma = 12 / (-6,0) = -2,0$: réelle, renversée, agrandie. $OA = -4,0 \text{ cm}$: $1/OA' = 0,250 - 0,250 = 0$: l'objet est au foyer objet, l'image est **rejetée à l'infini**. $OA = -2,0 \text{ cm}$: $1/OA' = 0,250 - 0,500 = -0,250$, $OA' = -4,0 \text{ cm}$, $\gamma = (-4,0) / (-2,0) = 2,0$: virtuelle, droite, agrandie (fonctionnement en loupe).

5. a) ... **n'est pas dévié** ; b) ... **le foyer image F'** ; c) ... **parallèle à l'axe optique** ; d) ... **réelle**.

6. a) $\gamma = A'B' / AB$. L'image est renversée, donc $\gamma < 0$: $\gamma = -1,20 / 0,024 = -50$.

b) $OA' = 3,0 \text{ m}$ (écran après l'objectif). $OA = OA' / \gamma = 3,0 / (-50) = -0,060 \text{ m}$: la diapositive est à 6,0 cm avant l'objectif. c) $C = 1/OA' - 1/OA = 1/3,0 - 1/(-0,060) = 0,33 + 16,67 = 17,0 \text{ } \delta$. $f' = 1 / 17,0 = 0,059 \text{ m}$ (5,9 cm). On vérifie que la diapositive est entre F et 2F, cas d'une image réelle agrandie : $5,9 \text{ cm} < 6,0 \text{ cm} < 11,8 \text{ cm}$. d) L'image donnée est **renversée** par rapport à l'objet. Pour que l'image soit à l'endroit sur l'écran, il faut placer la diapositive à l'envers.

7. a) En convertissant en mètres :

$OA = -0,200 \text{ m}$: $1/OA = -5,00 \text{ m}^{-1}$; $OA' = 0,333 \text{ m}$: $1/OA' = 3,00 \text{ m}^{-1}$. $OA = -0,250 \text{ m}$: $1/OA = -4,00 \text{ m}^{-1}$; $OA' = 0,250 \text{ m}$: $1/OA' = 4,00 \text{ m}^{-1}$. $OA = -0,400 \text{ m}$: $1/OA = -2,50 \text{ m}^{-1}$; $OA' = 0,182 \text{ m}$: $1/OA' = 5,49 \text{ m}^{-1}$. $OA = -0,500 \text{ m}$: $1/OA = -2,00 \text{ m}^{-1}$; $OA' = 0,167 \text{ m}$: $1/OA' = 5,99 \text{ m}^{-1}$. b) On calcule $1/OA' - 1/OA$: $3,00 + 5,00 = 8,00$; $4,00 + 4,00 = 8,00$; $5,49 + 2,50 = 7,99$; $5,99 + 2,00 = 7,99$. La différence est **constante** (aux arrondis près) : les points $(1/OA ; 1/OA')$ sont alignés sur une droite de pente 1, ce que prévoit la relation de conjugaison. c) La constante est la vergence : $C = 8,0 \text{ } \delta$, d'où $f' = 1 / 8,0 = 0,125 \text{ m}$ (12,5 cm).

8. a) L'image d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal image : le capteur est à **50 mm** de l'objectif.

b) $OA = -2,0 \text{ m}$, $f' = 0,050 \text{ m}$. $1/OA' = 1/0,050 + 1/(-2,0) = 20,0 - 0,50 = 19,5 \text{ m}^{-1}$, $OA' = 1 / 19,5 = 0,0513 \text{ m} = 51,3 \text{ mm}$. Il faut **éloigner l'objectif du capteur de 1,3 mm** ($51,3 - 50,0$). c) $\gamma = OA' / OA = 0,0513 / (-2,0) = -0,0256$. $A'B' = -0,0256 \times 1,70 = -0,0436 \text{ m}$: l'image mesure **4,4 cm** (renversée). d) En orientation verticale, le capteur offre 36 mm de hauteur. $44 \text{ mm} > 36 \text{ mm}$: **la personne ne tient pas entière** ; il faut reculer.

9. a) Au repos, l'œil normal voit net à l'infini : $C_{\text{min}} = 1 / 0,017 = 58,8 \text{ } \delta$.

b) $OA = -0,25 \text{ m}$: $C_{\text{max}} = 1/0,017 - 1/(-0,25) = 58,8 + 4,0 = 62,8 \text{ } \delta$. Amplitude : $62,8 - 58,8 = 4,0 \text{ } \delta$. c) $OA = -1,0 \text{ m}$: $C_{\text{max}} = 58,8 + 1/1,0 = 59,8 \text{ } \delta$. Amplitude : $59,8 - 58,8 = 1,0 \text{ } \delta$. d) Sa vergence ne peut pas dépasser $59,8 \text{ } \delta$: un objet plus proche que 1,0 m donnerait une image derrière la rétine, donc floue. Elle **éloigne le journal** au-delà de 1,0 m pour le voir net.

10. a) L'objet est en A avec $OA = -x$, l'écran à la distance D de l'objet, donc $OA' = D - x$. La relation de conjugaison donne $1/(D - x) - 1/(-x) = 1/f'$, soit $1/(D - x) + 1/x = 1/f'$. En réduisant au même dénominateur : $(x + D - x) / (x(D - x)) = 1/f'$, donc $D \cdot f' = x(D - x) = D \cdot x - x^2$, d'où $x^2 - D \cdot x + D \cdot f' = 0$.

b) Cette équation du second degré a des solutions réelles si et seulement si son discriminant est positif ou nul : $\Delta = D^2 - 4D \cdot f' = D(D - 4f') \geq 0$. Comme $D > 0$, il faut $D \geq 4f'$. c) $x^2 - 50x + 500 = 0$ (en cm). $\Delta = 2500 - 2000 = 500$, $\sqrt{500} = 22,4$. $x_1 = (50 + 22,4) / 2 = 36,2 \text{ cm}$ et $x_2 = (50 - 22,4) / 2 = 13,8 \text{ cm}$. Lentille à 36,2 cm de l'objet : $OA' = 50 - 36,2 = 13,8 \text{ cm}$, $\gamma = 13,8 / (-36,2) = -0,38$ (image réduite). Lentille à 13,8 cm de l'objet : $OA' = 50 - 13,8 = 36,2 \text{ cm}$, $\gamma = 36,2 / (-13,8) = -2,6$ (image agrandie). Les deux positions sont symétriques : on échange les rôles de x et $D - x$. d) $4f' = 40 \text{ cm} > 30 \text{ cm}$: la condition $D \geq 4f'$ n'est pas

remplie, **aucune position** ne donne d'image nette sur l'écran.

11. A. **Vrai** : l'image d'un objet réel lointain par une lentille convergente est réelle et renversée.

B. **Vrai** : d'après $C = 1/d - 1/OA$, quand $|OA|$ diminue, $-1/OA = 1/|OA|$ augmente, donc C augmente. C.

Faux : dans l'œil, la distance cristallin-rétine est fixe ; c'est la vergence qui change (accommodation).

Le déplacement de l'objectif est le procédé de l'appareil photo. D. **Faux** : au repos, l'image d'un objet à l'infini se forme au foyer image, à $f' = 1/60 = 0,0167 \text{ m} = 16,7 \text{ mm}$, donc **avant** la rétine (17 mm). L'image sur la rétine est floue : cet œil est trop convergent (c'est un œil myope). E. **Vrai** : l'objet vu net sans accommoder ($C = 60 \text{ } \delta$) vérifie $1/OA = 1/0,017 - 60 = 58,8 - 60 = -1,2 \text{ m}^{-1}$ (-1,18 en gardant les décimales), soit $OA = -0,85 \text{ m}$. Le punctum remotum est à **85 cm**.

12. a) $f' = 1 / 20 = \mathbf{0,050 \text{ m}}$ (5,0 cm).

b) $OA = -0,040 \text{ m}$. $1/OA' = 20 + 1/(-0,040) = 20 - 25 = -5,0 \text{ m}^{-1}$, donc $OA' = \mathbf{-0,20 \text{ m}}$. L'image est **virtuelle**, à 20 cm de la loupe du côté de l'insecte. $\gamma = (-0,20) / (-0,040) = \mathbf{5,0}$: image droite, de longueur $5,0 \times 1,0 = \mathbf{5,0 \text{ mm}}$. c) L'image est à l'infini quand l'objet est dans le plan focal objet : il faut placer l'insecte à **5,0 cm** de la loupe ($OA = -f'$).

13. a) Le Soleil est très éloigné devant la distance focale : on le considère à l'infini. Son image se forme dans le **plan focal image**, à 1,0 m de la lentille.

b) Le rayon issu du bord du Soleil passant par O n'est pas dévié. Par les triangles semblables : diamètre de l'image / $f' =$ diamètre du Soleil / distance Terre-Soleil. Diamètre de l'image = $1,0 \times 1,39 \times 10^9 / (1,50 \times 10^{11}) = \mathbf{9,3 \times 10^{-3} \text{ m}}$, soit 9,3 mm. c) $OA = -1,50 \times 10^{11} \text{ m}$ et $OA' \approx f' = 1,0 \text{ m}$. $\gamma = OA' / OA = 1,0 / (-1,50 \times 10^{11}) = -6,7 \times 10^{-12}$. $A'B' = -6,7 \times 10^{-12} \times 1,39 \times 10^9 = -9,3 \times 10^{-3} \text{ m}$: on retrouve **9,3 mm** (image renversée).

d) Une vergence de $2,0 \text{ } \delta$ donne $f' = 0,50 \text{ m}$. Le diamètre de l'image est proportionnel à f' : il est **divisé par deux**, soit environ 4,6 mm.

Couleurs, lumière et photon

COURS • P07 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	7
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	10

Ce que tu dois savoir faire

- Décrire la synthèse additive et la synthèse soustractive des couleurs et prévoir la couleur obtenue.
- Utiliser la notion de couleurs complémentaires.
- Expliquer la couleur perçue d'un objet par l'absorption, la diffusion et la transmission de la lumière, selon la lumière qui l'éclaire.
- Relier la vision des couleurs aux trois types de cônes de la rétine (trichromie).
- Citer les limites du spectre visible et situer les domaines ultraviolet et infrarouge.
- Décrire la lumière comme une onde électromagnétique et utiliser la relation $\lambda = c/\nu$.
- Décrire le modèle du photon et utiliser la relation $E = h\nu = hc/\lambda$, en joules et en électronvolts.
- Exploiter un diagramme de niveaux d'énergie d'un atome pour calculer l'énergie et la longueur d'onde d'un photon émis ou absorbé.
- Distinguer spectre continu, spectre de raies d'émission et spectre de raies d'absorption, et identifier un élément chimique à partir de ses raies.

Cours

1. La lumière visible et le spectre

La lumière blanche (lumière du Soleil, d'une lampe à incandescence) est **polychromatique** : un prisme ou un réseau la décompose en un spectre continu de couleurs, du violet au rouge. Chaque radiation de ce spectre est **monochromatique** et caractérisée par sa longueur d'onde dans le vide λ .

Le **spectre visible** s'étend environ de **400 nm** (violet) à **800 nm** (rouge), avec $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$. On retient les repères approximatifs : violet et bleu de 400 à 500 nm, vert de 500 à 570 nm, jaune et orange de 570 à 620 nm, rouge de 620 à 800 nm.

En dehors du visible :

- en dessous de 400 nm se trouve l'**ultraviolet** (UV), puis les rayons X et les rayons gamma ;

- au-dessus de 800 nm se trouve l'**infrarouge** (IR), puis les micro-ondes et les ondes radio.

Toutes ces radiations sont de même nature : ce sont des **ondes électromagnétiques**, qui se propagent dans le vide à la célérité $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2. Vision des couleurs et synthèse additive

La **réine** contient deux types de cellules sensibles à la lumière : les bâtonnets, très sensibles mais qui ne distinguent pas les couleurs, et les **cônes**, responsables de la vision des couleurs. Il existe trois types de cônes, dont les sensibilités sont maximales respectivement dans le bleu, dans le vert et dans le rouge. La couleur perçue résulte de la comparaison, par le cerveau, des signaux de ces trois types de cônes : c'est la **trichromie**.

Conséquence importante : deux lumières physiquement différentes peuvent produire la même sensation. Une radiation monochromatique de 580 nm et un mélange de lumière rouge et de lumière verte excitent les cônes de façon semblable : les deux sont perçus jaunes.

La **synthèse additive** consiste à superposer des lumières colorées. Elle utilise trois **couleurs primaires** : rouge (R), vert (V), bleu (B). En les superposant sur un écran blanc :

Lumières superposées	Couleur obtenue
Rouge + vert	jaune
Vert + bleu	cyan
Rouge + bleu	magenta
Rouge + vert + bleu	blanc

Le jaune, le cyan et le magenta sont les **couleurs secondaires** de la synthèse additive. En dosant l'intensité des trois lumières primaires, on obtient toutes les couleurs : c'est le principe des écrans (chaque pixel est formé de trois sous-pixels rouge, vert et bleu) et des projecteurs vidéo.

Deux lumières colorées sont **complémentaires** si leur superposition donne du blanc. Ainsi :

- le cyan (V + B) est complémentaire du rouge ;
- le magenta (R + B) est complémentaire du vert ;
- le jaune (R + V) est complémentaire du bleu.

Couleurs complémentaires

rouge et cyan

vert et magenta

bleu et jaune

Repères complémentaires, sans séquence causale

3. Synthèse soustractive

La **synthèse soustractive** consiste à retirer des composantes à une lumière blanche, à l'aide de filtres ou de pigments qui en absorbent une partie. Elle utilise trois **couleurs primaires** : cyan, magenta, jaune.

Un **filtre** coloré transmet certaines radiations et absorbe les autres. En pensant en trois composantes R, V, B :

- un filtre **jaune** transmet le rouge et le vert, il **absorbe le bleu** ;
- un filtre **cyan** transmet le vert et le bleu, il **absorbe le rouge** ;
- un filtre **magenta** transmet le rouge et le bleu, il **absorbe le vert**.

Chaque filtre primaire de la synthèse soustractive absorbe donc sa couleur complémentaire. En superposant des filtres, on cumule les absorptions :

Filtres superposés (en lumière blanche)	Lumière transmise
Jaune + cyan	vert
Jaune + magenta	rouge
Cyan + magenta	bleu
Jaune + cyan + magenta	aucune : noir

On raisonne en enlevant : le jaune retire le bleu, le cyan retire le rouge, il ne reste que le vert. Les encres d'imprimante (cyan, magenta, jaune, plus du noir pour l'économie et le contraste) et les peintures fonctionnent ainsi : un pigment absorbe certaines composantes de la lumière qui l'éclaire et renvoie les autres.

Superposition d'un filtre jaune et d'un filtre cyan

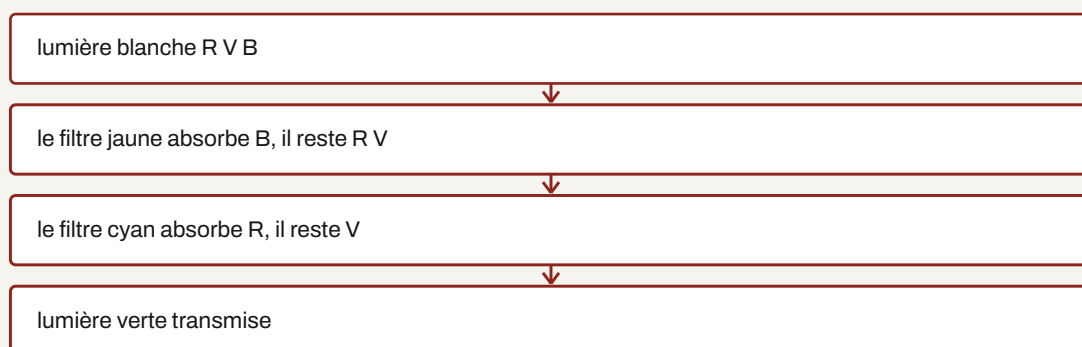


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

4. La couleur des objets : absorption, diffusion, transmission

Lorsqu'une lumière arrive sur un objet, elle peut être :

- **absorbée** : son énergie est transférée à la matière (l'objet s'échauffe) ;

- **diffusée** : renvoyée dans toutes les directions par l'objet ;
- **transmise** : elle traverse l'objet (s'il est transparent ou translucide) ;
- **réfléchi** : renvoyée dans une direction privilégiée (miroir, surface polie).

Objet opaque. Sa couleur perçue est celle de la lumière qu'il **diffuse**. Un objet est dit « rouge » s'il diffuse le rouge et absorbe le vert et le bleu, lorsqu'il est éclairé en lumière blanche. Un objet blanc diffuse toutes les radiations, un objet noir les absorbe toutes.

Objet transparent coloré (filtre, vitrail, solution colorée). Sa couleur perçue est celle de la lumière qu'il **transmet**. Une solution qui absorbe le rouge apparaît cyan, couleur complémentaire de la couleur absorbée.

La couleur perçue d'un objet dépend à la fois de l'objet (ce qu'il absorbe) et de la lumière qui l'éclaire. Un objet ne peut diffuser que ce qu'il reçoit.

Méthode : on décompose la lumière incidente en R, V, B ; on retire ce que l'objet absorbe ; ce qui reste est la couleur perçue (noir s'il ne reste rien).

Exemples :

- une tomate rouge (diffuse R, absorbe V et B) éclairée en lumière verte ne diffuse rien : elle paraît **noire** ;
- un citron jaune (diffuse R et V, absorbe B) éclairé en lumière magenta (R + B) diffuse seulement le rouge : il paraît **rouge** ;
- une feuille blanche éclairée en lumière cyan paraît **cyan**.

La diffusion par l'atmosphère. Les molécules de l'air diffusent beaucoup plus les courtes longueurs d'onde (bleu, violet) que les grandes (rouge). La lumière diffusée par le ciel est donc à dominante bleue. Au coucher du Soleil, la lumière traverse une grande épaisseur d'atmosphère : elle a perdu une grande partie de son bleu par diffusion, et le Soleil paraît orangé ou rouge.

5. La dualité onde-particule et le photon

Aspect ondulatoire. La lumière est une onde électromagnétique. Les phénomènes de diffraction et d'interférences, que seule une onde peut expliquer, le montrent. Une radiation monochromatique est caractérisée par sa fréquence ν (lettre grecque nu), qui ne dépend pas du milieu, et par sa longueur d'onde dans le vide :

$$\lambda = c / \nu$$

avec λ en m, c en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et ν en Hz. La lumière visible a des fréquences comprises entre environ $3,75 \times 10^{14}$ Hz (800 nm) et $7,50 \times 10^{14}$ Hz (400 nm).

Aspect particulaire. Certains phénomènes, comme l'**effet photoélectrique** (extraction d'électrons d'un métal par la lumière, qui ne se produit qu'au-dessus d'une certaine fréquence, quelle que soit l'intensité), ne s'expliquent pas avec une onde. Einstein a proposé en 1905, à la suite des travaux de Planck, que la lumière est constituée de « grains » d'énergie : les **photons**.

Un **photon** est une particule de masse nulle, se déplaçant à la célérité c dans le vide, et transportant un **quantum** d'énergie :

$$E = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda$$

où $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s est la **constante de Planck**, E en joules (J), ν en hertz, λ en mètres.

L'énergie d'un photon est proportionnelle à la fréquence et inversement proportionnelle à la longueur d'onde : un photon ultraviolet est plus énergétique qu'un photon visible, lui-même plus énergétique qu'un photon infrarouge.

L'électronvolt. Ces énergies sont très petites en joules. On utilise l'**électronvolt** (eV) :

$$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Un calcul utile : $h \cdot c = 6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8 = 1,99 \times 10^{-25} \text{ J} \cdot \text{m}$. En divisant par $1,60 \times 10^{-19}$, on obtient $h \cdot c \approx 1,24 \times 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m}$, d'où la relation pratique :

$$E \text{ (en eV)} \approx 1\,240 / \lambda \text{ (en nm)}$$

Pour $\lambda = 400 \text{ nm}$, $E = 1,99 \times 10^{-25} / (4,00 \times 10^{-7}) = 4,97 \times 10^{-19} \text{ J} = 3,1 \text{ eV}$. Pour $\lambda = 800 \text{ nm}$, $E = 2,49 \times 10^{-19} \text{ J} = 1,55 \text{ eV}$. Les photons visibles ont donc une énergie comprise entre environ **1,6 eV et 3,1 eV**.

Dualité onde-particule. La lumière n'est ni une onde seulement, ni des particules seulement : selon l'expérience, l'un ou l'autre aspect se manifeste. Les deux descriptions sont reliées par $E = h \cdot \nu$, qui associe une grandeur particulaire (l'énergie du photon) à une grandeur ondulatoire (la fréquence).

Puissance d'une source et nombre de photons. Une source monochromatique de puissance P émet N photons par seconde, chacun d'énergie E : $P = N \cdot E$, donc $N = P / E$. Un laser de quelques milliwatts émet de l'ordre de 10^{16} photons par seconde.

6. Les niveaux d'énergie de l'atome

À la fin du XIX^e siècle, on observe que les gaz chauffés n'émettent que certaines radiations bien précises. Le modèle de Bohr (1913) l'explique : l'énergie d'un atome est **quantifiée**, elle ne peut prendre que certaines valeurs discrètes, appelées **niveaux d'énergie**.

On représente ces niveaux sur un **diagramme d'énergie** : un axe vertical d'énergie, avec un trait horizontal par niveau.

- Le niveau de plus basse énergie est l'**état fondamental**, état stable de l'atome.
- Les niveaux supérieurs sont des **états excités**, instables.
- Par convention, l'énergie 0 correspond à l'atome ionisé (électron arraché, au repos) : les énergies des niveaux liés sont négatives.

Émission. Un atome dans un état excité d'énergie E_{sup} peut redescendre vers un niveau d'énergie E_{inf} en émettant un photon dont l'énergie est exactement la différence :

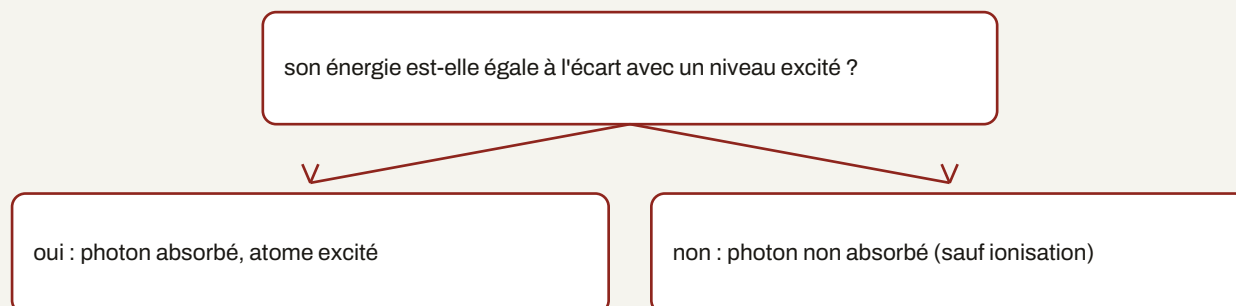
$$E_{\text{photon}} = E_{\text{sup}} - E_{\text{inf}} = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda$$

Absorption. Un atome dans un état d'énergie E_{inf} peut absorber un photon et passer au niveau E_{sup} **seulement** si l'énergie du photon est exactement égale à $E_{\text{sup}} - E_{\text{inf}}$. Un photon dont l'énergie ne correspond à aucune transition n'est pas absorbé (sauf s'il suffit à ioniser l'atome, l'excédent devenant de l'énergie cinétique de l'électron).

L'atome d'hydrogène. Ses niveaux d'énergie sont donnés par $E_n = -13,6 / n^2$ (en eV), où n est un entier non nul. On obtient $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ (fondamental), $E_2 = -3,40 \text{ eV}$, $E_3 = -1,51 \text{ eV}$, $E_4 = -0,85 \text{ eV}$, et E_n tend vers 0 quand n devient grand. L'énergie d'ionisation depuis l'état fondamental est 13,6 eV.

Exemple : transition du niveau 3 au niveau 2. $E = -1,51 - (-3,40) = 1,89 \text{ eV}$. $\lambda = 1\,240 / 1,89 \approx 656 \text{ nm}$: c'est la raie rouge de l'hydrogène, effectivement observée à 656 nm.

Un photon arrive sur un atome au repos dans son état fondamental



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

7. Spectres d'émission et d'absorption

Spectre continu d'origine thermique. Un corps dense et chaud (solide, liquide, gaz sous forte pression : filament de lampe, braise, surface d'une étoile) émet un spectre continu. Plus il est chaud, plus son spectre s'enrichit vers le violet et plus sa couleur passe du rouge à l'orangé, puis au blanc, puis au bleuté.

Spectre de raies d'émission. Un gaz sous faible pression, excité par une décharge électrique ou par la chaleur, émet un spectre formé de **raies colorées** sur fond noir. Chaque raie correspond à une transition d'un niveau excité vers un niveau inférieur. Les longueurs d'onde des raies sont caractéristiques de l'élément : c'est sa « signature ». Exemple : la lampe à vapeur de sodium émet un doublet jaune à 589,0 nm et 589,6 nm.

Spectre de raies d'absorption. Quand une lumière blanche traverse un gaz froid, celui-ci absorbe les radiations qui correspondent à ses transitions : on observe un spectre continu barré de **raies noires**. Un élément absorbe exactement les radiations qu'il est capable d'émettre : les raies noires d'absorption d'un élément sont aux mêmes longueurs d'onde que ses raies colorées d'émission.

Spectre	Source	Aspect
Continu	corps dense et chaud	toutes les couleurs, sans interruption
De raies d'émission	gaz sous faible pression excité	raies colorées sur fond noir
De raies d'absorption	lumière blanche traversant un gaz froid	raies noires sur fond coloré continu

Application à l'astrophysique. Le spectre du Soleil est un spectre continu (émis par sa surface très chaude) barré de raies noires, dues à l'absorption par les gaz de son atmosphère. En comparant ces raies aux raies connues des éléments, on identifie la composition chimique de l'atmosphère d'une étoile sans jamais s'y rendre : c'est ainsi que l'hélium a été découvert dans le Soleil avant de l'être sur Terre.

Exemples résolus

Exemple 1 : couleur d'un objet selon l'éclairage

Énoncé. Une banane paraît jaune en lumière blanche. a) Quelles composantes diffuse-t-elle et lesquelles absorbe-t-elle ? b) Quelle est sa couleur en lumière cyan ? c) En lumière bleue ?

Résolution. a) Le jaune correspond à R + V. La banane **diffuse le rouge et le vert** et **absorbe le bleu**. b) La lumière cyan contient V + B. La banane absorbe B et diffuse V : elle paraît **verte**. c) La lumière bleue ne contient que B, que la banane absorbe : elle ne diffuse rien et paraît **noire**.

Exemple 2 : photons d'un laser vert

Énoncé. Un pointeur laser émet une radiation de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$ avec une puissance de 5,0 mW. Données : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$. a) Calculer la fréquence de la radiation. b) Calculer l'énergie d'un photon en joules et en électronvolts. c) Calculer le nombre de photons émis par seconde.

Résolution. a) $\nu = c / \lambda = 3,00 \times 10^8 / (532 \times 10^{-9}) = 5,64 \times 10^{14} \text{ Hz}$. b) $E = h \cdot \nu = 6,63 \times 10^{-34} \times 5,64 \times 10^{14} = 3,74 \times 10^{-19} \text{ J}$. En électronvolts : $E = 3,74 \times 10^{-19} / (1,60 \times 10^{-19}) = 2,34 \text{ eV}$. Vérification avec la relation pratique : $1240 / 532 = 2,33 \text{ eV}$, cohérent. c) La puissance est l'énergie émise par seconde : $P = N \cdot E$, donc $N = P / E = 5,0 \times 10^{-3} / (3,74 \times 10^{-19}) = 1,3 \times 10^{16} \text{ photons par seconde}$.

Exemple 3 : absorption par l'atome d'hydrogène

Énoncé. Un atome d'hydrogène est dans son état fondamental ($E_1 = -13,6 \text{ eV}$). On donne $E_2 = -3,40 \text{ eV}$ et $E_3 = -1,51 \text{ eV}$. a) Un photon de 10,2 eV est-il absorbé ? b) Un photon de 11,0 eV ? c) Calculer la longueur d'onde du photon de 10,2 eV et situer son domaine.

Résolution. a) Si le photon est absorbé, l'atome passe à l'énergie $-13,6 + 10,2 = -3,40 \text{ eV} = E_2$, qui est un niveau permis. Le photon de 10,2 eV est **absorbé** : l'atome passe dans le premier état excité. b) $-13,6 + 11,0 = -2,6 \text{ eV}$ ne correspond à aucun niveau ($E_2 = -3,40 \text{ eV}$, $E_3 = -1,51 \text{ eV}$), et 11,0 eV est inférieur à l'énergie d'ionisation 13,6 eV. Le photon de 11,0 eV **n'est pas absorbé**. c) $\lambda = h \cdot c / E = 6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8 / (10,2 \times 1,60 \times 10^{-19}) = 1,99 \times 10^{-25} / (1,63 \times 10^{-18}) = 1,22 \times 10^{-7} \text{ m}$, soit 122 nm. C'est inférieur à 400 nm : domaine de l'**ultraviolet**.

Méthodes et pièges

- Méthode pour une couleur perçue : décompose la lumière incidente en R, V, B, retire ce que l'objet ou le filtre absorbe, nomme ce qui reste.
- Ne mélange pas les deux synthèses : en additive, rouge + vert donne jaune ; en soustractive, jaune + cyan donne vert.
- Un objet ne peut pas « créer » une couleur absente de la lumière qui l'éclaire : un objet rouge éclairé en vert paraît noir.
- Pour $E = h \cdot c / \lambda$, convertis les nanomètres en mètres ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) avant le calcul ; pour passer en électronvolts, divise par $1,60 \times 10^{-19}$.
- Retiens le sens de variation : plus λ est petite, plus le photon est énergétique (UV plus énergétique que le rouge).

- Pour une transition, l'énergie du photon est une différence positive : $E_{\text{sup}} - E_{\text{inf}}$, jamais une énergie de niveau seule.
- Un photon n'est absorbé que si son énergie correspond exactement à un écart entre niveaux (sauf ionisation) : une énergie « supérieure » ne suffit pas.
- Les raies d'absorption d'un élément sont aux mêmes longueurs d'onde que ses raies d'émission : c'est la clé de l'identification d'un gaz.

Vers le PASS

En PASS, le photon est au cœur de la biophysique des rayonnements. Les photons X et gamma, des milliers à des millions de fois plus énergétiques que les photons visibles, interagissent avec la matière par effet photoélectrique et par diffusion, et peuvent ioniser les atomes : c'est la base de la radiographie, du scanner, de la médecine nucléaire et de la radioprotection. On y calcule des énergies de photons en keV ou en MeV avec la même relation $E = h \cdot \nu$, et on raisonne sur des niveaux d'énergie électroniques et nucléaires. La spectrophotométrie (absorption de la lumière par une solution colorée, couleur complémentaire de la couleur absorbée) sert aussi au dosage en biochimie, et la trichromie de la vision est reprise en physiologie sensorielle.

Suite en PASS : Radioactivité, interactions et dosimétrie

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. En synthèse additive, quelle couleur obtient-on en superposant : a) du rouge et du vert ; b) du vert et du bleu ; c) du rouge et du bleu ; d) les trois couleurs primaires ?
2. Donne la couleur complémentaire de : a) rouge ; b) vert ; c) bleu. Justifie avec la synthèse additive.
3. Calcule l'énergie, en joules puis en électronvolts, d'un photon de longueur d'onde 650 nm. Données : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$.
4. Une radiation a une fréquence de $6,00 \times 10^{14} \text{ Hz}$. Calcule sa longueur d'onde dans le vide, l'énergie d'un photon associé, et indique si elle est visible.
5. Un objet vert (qui diffuse seulement le vert) est éclairé successivement en lumière blanche, rouge, jaune puis magenta. Indique sa couleur perçue dans chaque cas.

Niveau 2 : type bac

6. On éclaire un écran blanc avec une lumière blanche à travers un ou plusieurs filtres.
 - a) Quelle composante un filtre jaune absorbe-t-il ? b) On place un filtre jaune puis un filtre cyan. Quelle couleur voit-on sur l'écran ? Détaille le raisonnement. c) Même question avec un filtre magenta et un filtre jaune. d) Que voit-on avec les trois filtres jaune, cyan et magenta superposés ?
7. Le diagramme simplifié de l'atome de sodium comporte les niveaux $E_1 = -5,14 \text{ eV}$ (fondamental), $E_2 = -3,03 \text{ eV}$ et $E_3 = -1,95 \text{ eV}$. On donne h , c et la valeur de l'électronvolt comme à l'exercice 3.
 - a) Calcule l'énergie, en eV puis en J, du photon émis lors de la transition du niveau 2 au niveau 1, puis sa longueur d'onde. De quelle couleur est-il ? b) Calcule la longueur d'onde du photon émis lors de la transition du niveau 3 au niveau 2. Dans quel domaine se situe-t-il ? c) Quelle énergie minimale faut-il fournir pour ioniser l'atome depuis son état fondamental ? d) Un atome au fondamental reçoit un

photon de 2,50 eV. Est-il absorbé ?

8. On dispose des raies d'émission de trois éléments : hydrogène (410 nm, 434 nm, 486 nm, 656 nm) ; sodium (589,0 nm, 589,6 nm) ; mercure (436 nm, 546 nm, 579 nm). Le spectre de la lumière d'une étoile présente un fond continu barré de raies noires à 486 nm, 589 nm et 656 nm.

a) De quel type de spectre s'agit-il ? Explique son origine. b) Quels éléments sont présents dans l'atmosphère de l'étoile ? Justifie. c) Pourquoi ces raies sont-elles noires et non colorées ? d) Une autre étoile a un fond continu plus riche en bleu. Que peut-on dire de sa température de surface ?

9. Un pointeur laser rouge ($\lambda = 650$ nm) a une puissance de 1,0 mW.

a) Calcule l'énergie d'un photon. b) Calcule le nombre de photons émis par seconde. c) Un pointeur bleu ($\lambda = 450$ nm) a la même puissance. Émet-il plus ou moins de photons par seconde ? Calcule ce nombre.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont $E_n = -13,6 / n^2$ en eV. Les raies de la série de Balmer correspondent aux transitions d'un niveau $n \geq 3$ vers le niveau 2. On utilise E (en eV) = $1240 / \lambda$ (en nm).

a) Calcule E_2 , E_3 , E_4 , E_5 et E_6 (à trois chiffres significatifs). b) Calcule les longueurs d'onde des quatre premières raies de Balmer ($n = 3, 4, 5, 6$ vers 2) et compare-les aux valeurs mesurées 656 nm, 486 nm, 434 nm et 410 nm. c) Calcule la longueur d'onde limite de la série, correspondant à un électron venant de l'ionisation ($E = 0$) jusqu'au niveau 2. Dans quel domaine est-elle ?

11. Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie ou fausse en justifiant.

A. Plus la longueur d'onde d'une radiation est grande, plus ses photons sont énergétiques. B. Un photon ultraviolet de longueur d'onde 300 nm transporte environ 4,1 eV. C. Le photon est une particule de masse non nulle. D. Les interférences lumineuses illustrent l'aspect ondulatoire de la lumière, l'effet photoélectrique son aspect particulaire. E. Un atome au fondamental absorbe tout photon dont l'énergie est supérieure à l'écart entre le fondamental et le premier état excité.

12. Un gaz d'atomes d'hydrogène, tous dans l'état fondamental, est éclairé par des photons de 12,75 eV. Niveaux : $E_1 = -13,6$ eV, $E_2 = -3,40$ eV, $E_3 = -1,51$ eV, $E_4 = -0,85$ eV.

a) Montre que ces photons peuvent être absorbés et indique le niveau atteint. b) Les atomes se dés excitent ensuite en une ou plusieurs étapes. Dénombre toutes les transitions possibles vers des niveaux inférieurs. c) Calcule la longueur d'onde de chacune de ces raies d'émission, avec E (en eV) = $1240 / \lambda$ (en nm). d) Lesquelles sont visibles ? De quelle couleur ?

13. Une solution colorée, éclairée en lumière blanche, absorbe le rouge et transmet le vert et le bleu.

a) De quelle couleur la voit-on par transparence ? Justifie avec la notion de couleur complémentaire. b) De quelle couleur la voit-on si on l'éclaire avec une lumière rouge seule ? Avec une lumière jaune ? c) La radiation la plus absorbée a une longueur d'onde de 700 nm. Calcule l'énergie d'un photon absorbé en eV. d) On place derrière cette solution une seconde cuve contenant une solution jaune (qui absorbe le bleu). Quelle lumière sort de l'ensemble ?

Corrigés

1. a) Rouge + vert : **jaune**. b) Vert + bleu : **cyan**. c) Rouge + bleu : **magenta**. d) Rouge + vert + bleu : **blanc**.
2. Deux couleurs sont complémentaires si leur superposition donne du blanc (R + V + B). a) Au rouge il manque V + B : complémentaire **cyan**. b) Au vert il manque R + B : complémentaire **magenta**. c) Au bleu il manque R + V : complémentaire **jaune**.
3. $E = h \cdot c / \lambda = 6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8 / (650 \times 10^{-9}) = 1,99 \times 10^{-25} / (6,50 \times 10^{-7}) = 3,06 \times 10^{-19} \text{ J}$. En électronvolts : $3,06 \times 10^{-19} / (1,60 \times 10^{-19}) = 1,91 \text{ eV}$.
4. $\lambda = c / \nu = 3,00 \times 10^8 / (6,00 \times 10^{14}) = 5,00 \times 10^{-7} \text{ m}$, soit 500 nm. $E = h \cdot \nu = 6,63 \times 10^{-34} \times 6,00 \times 10^{14} = 3,98 \times 10^{-19} \text{ J}$, soit $3,98 \times 10^{-19} / (1,60 \times 10^{-19}) = 2,49 \text{ eV}$. 500 nm est compris entre 400 et 800 nm : la radiation est **visible** (bleu-vert).
5. L'objet diffuse V et absorbe R et B. Lumière blanche (R V B) : il diffuse V, il paraît **vert**. Lumière rouge (R) : rien à diffuser, **noir**. Lumière jaune (R V) : il diffuse V, **vert**. Lumière magenta (R B) : rien à diffuser, **noir**.
6. a) Le filtre jaune transmet R et V, il **absorbe le bleu**.
b) Lumière blanche R V B. Le filtre jaune retire B : il reste R V. Le filtre cyan (qui transmet V et B) retire R : il reste V. L'écran est **vert**. c) Le magenta (transmet R et B) retire V : il reste R B. Le jaune retire B : il reste R. L'écran est **rouge**. d) Le jaune retire B, le cyan retire R, le magenta retire V : il ne reste rien, l'écran est **noir**.
7. a) $E = E_2 - E_1 = -3,03 - (-5,14) = 2,11 \text{ eV}$, soit $2,11 \times 1,60 \times 10^{-19} = 3,38 \times 10^{-19} \text{ J}$. $\lambda = h \cdot c / E = 1,99 \times 10^{-25} / (3,38 \times 10^{-19}) = 5,89 \times 10^{-7} \text{ m}$, soit 589 nm : lumière **jaune** (c'est la raie du sodium des lampes d'éclairage public).
b) $E = E_3 - E_2 = -1,95 - (-3,03) = 1,08 \text{ eV} = 1,73 \times 10^{-19} \text{ J}$. $\lambda = 1,99 \times 10^{-25} / (1,73 \times 10^{-19}) = 1,15 \times 10^{-6} \text{ m}$, soit 1 150 nm, supérieur à 800 nm : domaine de l'**infrarouge**. c) Ioniser l'atome, c'est l'amener de $E_1 = -5,14 \text{ eV}$ à 0 : il faut **5,14 eV** au minimum. d) $-5,14 + 2,50 = -2,64 \text{ eV}$ ne correspond à aucun niveau (ni $E_2 = -3,03 \text{ eV}$ ni $E_3 = -1,95 \text{ eV}$) et 2,50 eV est inférieur à l'énergie d'ionisation : le photon **n'est pas absorbé**.
8. a) C'est un **spectre de raies d'absorption** : la surface chaude de l'étoile émet un spectre continu, et les gaz plus froids de son atmosphère absorbent certaines radiations.
b) 486 nm et 656 nm sont des raies de l'**hydrogène**, 589 nm est la raie du **sodium**. Un élément absorbe aux mêmes longueurs d'onde qu'il émet : l'atmosphère contient de l'hydrogène et du sodium. Aucune raie du mercure (546 nm par exemple) n'apparaît. c) Aux longueurs d'onde absorbées, la lumière n'arrive plus (ou très affaiblie) : il **manque** ces radiations dans le spectre, d'où des raies noires. d) Plus un corps est chaud, plus son spectre continu s'enrichit vers le violet et le bleu : cette étoile a une **température de surface plus élevée**.
9. a) $E = h \cdot c / \lambda = 1,99 \times 10^{-25} / (6,50 \times 10^{-7}) = 3,06 \times 10^{-19} \text{ J}$ (1,91 eV).
b) $N = P / E = 1,0 \times 10^{-3} / (3,06 \times 10^{-19}) = 3,3 \times 10^{15} \text{ photons par seconde}$. c) À 450 nm, chaque photon est plus énergétique : $E' = 1,99 \times 10^{-25} / (4,50 \times 10^{-7}) = 4,42 \times 10^{-19} \text{ J}$. À puissance égale, il en faut **moins** : $N' = 1,0 \times 10^{-3} / (4,42 \times 10^{-19}) = 2,3 \times 10^{15} \text{ photons par seconde}$.
10. a) $E_2 = -13,6 / 4 = -3,40 \text{ eV}$; $E_3 = -13,6 / 9 = -1,51 \text{ eV}$; $E_4 = -13,6 / 16 = -0,850 \text{ eV}$; $E_5 = -13,6 / 25 = -0,544 \text{ eV}$; $E_6 = -13,6 / 36 = -0,378 \text{ eV}$.

b) Énergie du photon : $E = E_n - E_2$, puis $\lambda = 1\,240 / E$. $n = 3$: $E = -1,51 + 3,40 = 1,89 \text{ eV}$, $\lambda = 1\,240 / 1,89 = 656 \text{ nm}$. $n = 4$: $E = -0,85 + 3,40 = 2,55 \text{ eV}$, $\lambda = 1\,240 / 2,55 = 486 \text{ nm}$. $n = 5$: $E = -0,544 + 3,40 = 2,86 \text{ eV}$, $\lambda = 1\,240 / 2,86 = 434 \text{ nm}$. $n = 6$: $E = -0,378 + 3,40 = 3,02 \text{ eV}$, $\lambda = 1\,240 / 3,02 = 411 \text{ nm}$. Les valeurs calculées coïncident avec les mesures à 1 nm près, l'écart venant des arrondis : le modèle des niveaux quantifiés rend compte du spectre de l'hydrogène. c) $E = 0 - (-3,40) = 3,40 \text{ eV}$, $\lambda = 1\,240 / 3,40 = 365 \text{ nm}$: inférieure à 400 nm, cette limite est dans l'**ultraviolet**. Toutes les raies de Balmer ont donc une longueur d'onde supérieure à 365 nm.

11. A. **Faux** : $E = h \cdot c / \lambda$, l'énergie est inversement proportionnelle à λ .

B. **Vrai** : $E = 1\,240 / 300 = 4,13 \text{ eV}$, soit environ 4,1 eV. C. **Faux** : le photon a une masse nulle et se déplace à la célérité c dans le vide. D. **Vrai** : seules les ondes interfèrent ; l'effet photoélectrique s'explique par des photons qui cèdent chacun leur énergie à un électron. E. **Faux** : un photon n'est absorbé que si son énergie est exactement égale à l'écart entre deux niveaux (ou suffit à ioniser l'atome). Une énergie simplement supérieure au premier écart ne suffit pas.

12. a) Après absorption, l'atome aurait l'énergie $-13,6 + 12,75 = -0,85 \text{ eV} = E_4$: c'est un niveau permis, le photon est **absorbé** et l'atome passe au **niveau 4**.

b) Depuis le niveau 4, l'atome peut descendre vers 3, 2 ou 1 ; depuis 3, vers 2 ou 1 ; depuis 2, vers 1. Transitions possibles : $4 \rightarrow 3$, $4 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 1$, soit **6 raies**. c) Avec $\lambda = 1\,240 / E$: $4 \rightarrow 3$: $E = -0,85 + 1,51 = 0,66 \text{ eV}$, $\lambda = 1,88 \times 10^3 \text{ nm}$ (infrarouge). $4 \rightarrow 2$: $E = -0,85 + 3,40 = 2,55 \text{ eV}$, $\lambda = 486 \text{ nm}$. $4 \rightarrow 1$: $E = 12,75 \text{ eV}$, $\lambda = 97,3 \text{ nm}$ (ultraviolet). $3 \rightarrow 2$: $E = 1,89 \text{ eV}$, $\lambda = 656 \text{ nm}$. $3 \rightarrow 1$: $E = -1,51 + 13,6 = 12,09 \text{ eV}$, $\lambda = 103 \text{ nm}$ (ultraviolet). $2 \rightarrow 1$: $E = -3,40 + 13,6 = 10,2 \text{ eV}$, $\lambda = 122 \text{ nm}$ (ultraviolet). d) Seules les raies comprises entre 400 et 800 nm sont visibles : **486 nm (bleu-vert)** et **656 nm (rouge)**.

13. a) Elle transmet V et B : on la voit **cyan**. Le cyan est la couleur complémentaire du rouge absorbé.

b) En lumière rouge : la solution absorbe le rouge, rien n'est transmis, elle paraît **noire**. En lumière jaune (R + V) : le rouge est absorbé, le vert est transmis, elle paraît **verte**. c) $E = 1\,240 / 700 = 1,77 \text{ eV}$ (soit $1,99 \times 10^{-25} / (7,00 \times 10^{-7}) = 2,84 \times 10^{-19} \text{ J}$). d) La première solution laisse passer V + B ; la solution jaune absorbe B. Il sort une lumière **verte**.

Cinématique : vecteurs vitesse et accélération

COURS • P08 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	7
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	10

Ce que tu dois savoir faire

- Définir un système, choisir un référentiel et un repère adaptés à l'étude d'un mouvement.
- Écrire le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ d'un point dans un repère cartésien et en déduire ses équations horaires.
- Établir les coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur accélération par dérivation par rapport au temps.
- Retrouver le vecteur position à partir du vecteur accélération par intégration, en exploitant les conditions initiales.
- Estimer une vitesse et une accélération à partir d'une chronophotographie ou d'un pointage vidéo.
- Caractériser un mouvement rectiligne uniforme et un mouvement rectiligne uniformément varié (accéléré ou ralenti).
- Établir et utiliser la relation $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ pour un mouvement rectiligne uniformément varié.
- Décrire un mouvement circulaire uniforme : vitesse angulaire, période, fréquence, relation $v = R \cdot \omega$.
- Exprimer le vecteur accélération dans le repère de Frenet et identifier ses composantes tangentielle et normale.
- Justifier que l'accélération d'un mouvement circulaire uniforme est centripète et de valeur v^2/R .

Cours

1. Décrire un mouvement : système, référentiel, repère

La **cinématique** est l'étude du mouvement indépendamment de ses causes : on décrit comment un objet bouge, sans chercher encore pourquoi (ce sera le rôle de la deuxième loi de Newton).

Le **système** est l'objet ou l'ensemble d'objets étudié. En Terminale, on modélise le plus souvent le système par un **point matériel**, en pratique son centre de masse, noté G ou M . Ce modèle est pertinent quand les dimensions de l'objet sont petites devant les distances parcourues, ou quand on ne s'intéresse qu'au mouvement d'ensemble.

Le **référentiel** est l'objet de référence par rapport auquel on décrit le mouvement, muni d'une horloge. Le mouvement est **relatif** : un passager assis dans un train est immobile dans le référentiel du train et en mouvement dans le référentiel terrestre. Les référentiels usuels sont :

- le **référentiel terrestre** (le sol, un laboratoire) ;
- le **référentiel géocentrique** (centre de la Terre et trois étoiles lointaines) ;
- le **référentiel héliocentrique** (centre du Soleil et trois étoiles lointaines).

On associe au référentiel un **repère d'espace** : une origine O et une base orthonormée ($\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$), et un **repère de temps** : une origine des dates $t = 0$ et une unité, la seconde.

La **trajectoire** est l'ensemble des positions successives occupées par le point au cours du temps. Elle dépend du référentiel : la valve d'une roue de vélo décrit un cercle dans le référentiel du vélo, et une cycloïde dans le référentiel terrestre.

Décrire un mouvement

1. système modélisé par un point • 2. référentiel et horloge • 3. repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) • 4. trajectoire • 5. équations horaires

2. Le vecteur position

La position du point M à la date t est repérée par le **vecteur position** :

$$\vec{OM}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j} + z(t) \cdot \vec{k}$$

Les fonctions $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont les **équations horaires** du mouvement. Elles s'expriment en mètres (m) et t en secondes (s). La distance OM vaut $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Pour un mouvement plan, on se limite à deux coordonnées, par exemple $x(t)$ et $y(t)$. Si l'on élimine t entre $x(t)$ et $y(t)$, on obtient l'**équation de la trajectoire** $y = f(x)$.

Exemple court : $x(t) = 2t$ et $y(t) = 4t^2$. De $t = x/2$ on tire $y = 4(x/2)^2 = x^2$. La trajectoire est un arc de parabole.

3. Le vecteur vitesse

Définition. Le **vecteur vitesse** du point M à la date t est la dérivée du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{v}(t) = d\vec{OM}/dt$$

Ses coordonnées sont donc les dérivées des équations horaires :

$$v_x = dx/dt ; v_y = dy/dt ; v_z = dz/dt$$

Sa valeur (ou norme) vaut $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, en mètres par seconde ($m \cdot s^{-1}$).

Pourquoi cette définition ? Entre t et $t + \Delta t$, le point passe de M à M' . La vitesse moyenne vectorielle sur cet intervalle est $\vec{MM}'/\Delta t$. Quand Δt tend vers 0, ce rapport tend vers la dérivée de $\vec{OM}$: c'est la

vitesse instantanée. On retrouve exactement la construction du nombre dérivé en mathématiques.

Propriétés du vecteur vitesse :

- il est **tangent à la trajectoire** au point considéré (la corde MM' tend vers la tangente quand M' tend vers M) ;
- il est orienté dans le **sens du mouvement** ;
- sa norme est la vitesse instantanée, celle qu'indiquerait un compteur.

Conversion utile : $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 3,6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Pour passer des $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ aux $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, on divise par 3,6 (car $1 \text{ km/h} = 1000 \text{ m} / 3600 \text{ s}$).

Estimation expérimentale. Sur une chronophotographie (positions $M_0, M_1, M_2...$ séparées d'une durée constante τ), on estime la vitesse au point M_i par :

$$\vec{v} \rightarrow i \approx (\vec{OM} \rightarrow i+1 - \vec{OM} \rightarrow i-1) / (2\tau) = \vec{M}_{i-1}M_{i+1} \rightarrow / (2\tau)$$

Cette méthode, dite centrée, est plus précise que $(\vec{OM} \rightarrow i+1 - \vec{OM} \rightarrow i) / \tau$, qui donne plutôt la vitesse au milieu de l'intervalle. Le vecteur obtenu se trace à partir de M_i , avec une échelle choisie (par exemple 1 cm pour $0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$).

4. Le vecteur accélération

Définition. Le **vecteur accélération** est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps, donc la dérivée seconde du vecteur position :

$$\vec{a} \rightarrow(t) = d\vec{v} \rightarrow / dt = d^2 \vec{OM} \rightarrow / dt^2$$

Coordonnées : $a_x = dv_x / dt = d^2 x / dt^2$, et de même pour y et z . Sa valeur s'exprime en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (des $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ par seconde).

Interprétation. L'accélération mesure la **variation du vecteur vitesse**, en valeur ET en direction. Un objet peut donc accélérer sans changer de valeur de vitesse : il suffit qu'il tourne. C'est le cas d'une voiture qui prend un virage à vitesse constante au compteur.

Estimation expérimentale. Avec les vitesses estimées aux points voisins :

$$\vec{a} \rightarrow i \approx (\vec{v} \rightarrow i+1 - \vec{v} \rightarrow i-1) / (2\tau)$$

On construit graphiquement le vecteur $\Delta \vec{v} \rightarrow = \vec{v} \rightarrow i+1 - \vec{v} \rightarrow i-1$ en plaçant les deux vecteurs à partir d'un même point, puis on divise par 2τ .

Accéléré ou ralenti. Le signe du produit scalaire $\vec{a} \rightarrow \cdot \vec{v} \rightarrow$ renseigne sur l'évolution de la valeur de la vitesse :

- $\vec{a} \rightarrow \cdot \vec{v} \rightarrow > 0$: la valeur de la vitesse augmente, le mouvement est **accéléré** ;
- $\vec{a} \rightarrow \cdot \vec{v} \rightarrow < 0$: la valeur de la vitesse diminue, le mouvement est **ralenti** ;
- $\vec{a} \rightarrow \cdot \vec{v} \rightarrow = 0$ à chaque instant : la valeur de la vitesse est constante, le mouvement est **uniforme**.

Justification : $v^2 = \vec{v} \rightarrow \cdot \vec{v} \rightarrow$, donc $d(v^2) / dt = 2 \vec{v} \rightarrow \cdot (d\vec{v} \rightarrow / dt) = 2 \vec{a} \rightarrow \cdot \vec{v} \rightarrow$. Le signe de $\vec{a} \rightarrow \cdot \vec{v} \rightarrow$ est celui de la dérivée de v^2 .

Du vecteur accélération au vecteur position : l'intégration. Si l'on connaît $\vec{a} \rightarrow(t)$, on remonte à $\vec{v} \rightarrow(t)$ en cherchant une primitive de chaque coordonnée, puis à $\vec{OM} \rightarrow(t)$ de la même façon. Chaque primitive fait apparaître une constante, que l'on détermine grâce aux **conditions initiales** : la position $\vec{OM} \rightarrow(0)$ et la vitesse $\vec{v} \rightarrow(0) = \vec{v} \rightarrow_0$. Sans ces conditions, le mouvement n'est pas déterminé : deux objets soumis à la



même accélération peuvent avoir des trajectoires très différentes.

Dériver ou intégrer

vecteur position $\vec{OM} \rightarrow(t)$



vecteur vitesse $\vec{v} \rightarrow(t) = d\vec{OM} \rightarrow / dt$



vecteur accélération $\vec{a} \rightarrow(t) = d\vec{v} \rightarrow / dt$

Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

5. Mouvement rectiligne uniforme

Un mouvement est **rectiligne** si la trajectoire est une portion de droite. On choisit alors un axe $(O, \vec{i})$ porté par cette droite, et une seule coordonnée $x(t)$ suffit.

Il est **rectiligne uniforme** (MRU) si, de plus, la valeur de la vitesse est constante. Le vecteur vitesse est alors constant (même direction, même sens, même valeur) et :

$$\vec{a} = 0 \rightarrow ; v(t) = v_0 ; x(t) = v_0 \cdot t + x_0$$

Réciproquement, un vecteur vitesse constant implique un mouvement rectiligne uniforme. La représentation de x en fonction de t est une droite de coefficient directeur v_0 .

Exemple court : un train roule à $216 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, soit $216/3,6 = 60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. En 2,0 min (120 s), il parcourt $60 \times 120 = 7,2 \times 10^3 \text{ m}$, soit 7,2 km.

6. Mouvement rectiligne uniformément varié

Le mouvement est **rectiligne uniformément varié** (MRUV) si la trajectoire est rectiligne et le vecteur accélération constant, colinéaire à la trajectoire. Sur l'axe $(O, \vec{i})$: $a(t) = a$, constante.

Équations horaires (par intégration). Avec $x(0) = x_0$ et $v(0) = v_0$:

$$v(t) = a \cdot t + v_0$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

On vérifie : $dx/dt = a \cdot t + v_0 = v(t)$, et $dv/dt = a$.

Relation indépendante du temps. De $v = a \cdot t + v_0$ on tire $t = (v - v_0)/a$ (si $a \neq 0$). En reportant dans $x - x_0 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$:

$$x - x_0 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (v - v_0)^2 / a^2 + v_0 \cdot (v - v_0) / a$$

$$\text{Multiplions par } 2a : 2a(x - x_0) = (v - v_0)^2 + 2v_0(v - v_0) = v^2 - 2v \cdot v_0 + v_0^2 + 2v \cdot v_0 - 2v_0^2 = v^2 - v_0^2.$$

$v^2 - v_0^2 = 2a \cdot (x - x_0)$, valable uniquement pour un mouvement rectiligne uniformément varié.

Cette relation est très utile quand la durée n'est pas donnée (distance de freinage, vitesse atteinte après une distance donnée).

Accélééré ou ralenti. Si a et v sont de même signe, le mouvement est uniformément accéléré ; s'ils sont de signes contraires, il est uniformément ralenti. Attention : le signe de a seul ne suffit pas, il dépend de l'orientation de l'axe.

Représentations graphiques. $v(t)$ est une droite de pente a ; $x(t)$ est une parabole. L'aire sous la courbe $v(t)$ entre deux dates est égale au déplacement (c'est l'intégrale de v).

Exemple court : une voiture roulant à $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ freine avec une accélération de valeur $5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Avec l'axe orienté dans le sens du mouvement, $a = -5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Elle s'arrête ($v = 0$) après une distance $x - x_0 = (0 - 20^2)/(2 \times (-5,0)) = 400/10 = 40 \text{ m}$, en une durée $(0 - 20)/(-5,0) = 4,0 \text{ s}$.

7. Mouvement circulaire uniforme

Un mouvement est **circulaire** si la trajectoire est un cercle (ou un arc de cercle) de centre O et de rayon R . Il est **circulaire uniforme** (MCU) si la valeur de la vitesse est constante.

Grandeurs angulaires. On repère le point par l'angle $\theta(t)$ entre l'axe $(O, \vec{i})$ et $OM \rightarrow$. La **vitesse angulaire** est $\omega = d\theta/dt$, en radians par seconde ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$). Pour un MCU, ω est constante et $\theta(t) = \omega \cdot t + \theta_0$.

La longueur d'arc parcourue est $s = R \cdot \theta$ (θ en radians), donc :

$$v = R \cdot \omega$$

La **période** T est la durée d'un tour : $T = 2\pi R/v = 2\pi/\omega$ (en s). La **fréquence** $f = 1/T$ s'exprime en hertz (Hz), soit en tours par seconde. Ainsi $\omega = 2\pi f$. Une fréquence donnée en tours par minute se divise par 60 pour obtenir des tours par seconde.

Coordonnées cartésiennes. Avec O au centre et $\theta_0 = 0$: $x(t) = R \cdot \cos(\omega t)$ et $y(t) = R \cdot \sin(\omega t)$. En dérivant : $v_x = -R \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$; $v_y = R \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$, d'où $v = R \cdot \omega$.

$$a_x = -R \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t) ; a_y = -R \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t), \text{ d'où } \vec{a} = -\omega^2 \cdot \vec{OM} \rightarrow.$$

Le vecteur accélération est donc de sens opposé à $OM \rightarrow$: il est dirigé **vers le centre** du cercle (on dit **centripète**), et sa valeur est $a = R \cdot \omega^2 = v^2/R$.

Dans un mouvement circulaire uniforme, la valeur de la vitesse est constante mais le vecteur vitesse change de direction à chaque instant : l'accélération n'est pas nulle. Elle est centripète et vaut $a = v^2/R = R \cdot \omega^2$.

Exemple court : un point du tambour d'une essoreuse de rayon 25 cm tournant à 1200 tours par minute a une fréquence $f = 1200/60 = 20 \text{ Hz}$, une vitesse angulaire $\omega = 2\pi \times 20 \approx 126 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, une vitesse $v = 0,25 \times 126 \approx 31 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et une accélération $a = R \cdot \omega^2 \approx 0,25 \times 126^2 \approx 3,9 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

8. Le repère de Frenet

Pour un mouvement curviligne (et en particulier circulaire), le repère cartésien n'est pas toujours le plus parlant. On utilise un **repère mobile**, attaché au point M , appelé **repère de Frenet** (M ; $\vec{t} \rightarrow$, $\vec{n} \rightarrow$) :

- $\vec{t} \rightarrow$ est le **vecteur unitaire tangent** à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement ;
- $\vec{n} \rightarrow$ est le **vecteur unitaire normal**, perpendiculaire à $\vec{t} \rightarrow$ et orienté vers l'intérieur de la courbure (vers le centre pour un cercle).

Dans ce repère :

$$\vec{v} \rightarrow = v \cdot \vec{t} \rightarrow$$

$$\vec{a} = (dv/dt) \cdot \vec{t} + (v^2/R) \cdot \vec{n}$$

où R est le rayon du cercle (ou, pour une courbe quelconque, le **rayon de courbure** au point considéré).
On admet ce résultat dans le cas général ; pour le cercle, il se démontre à partir des coordonnées cartésiennes.

Lecture des deux composantes :

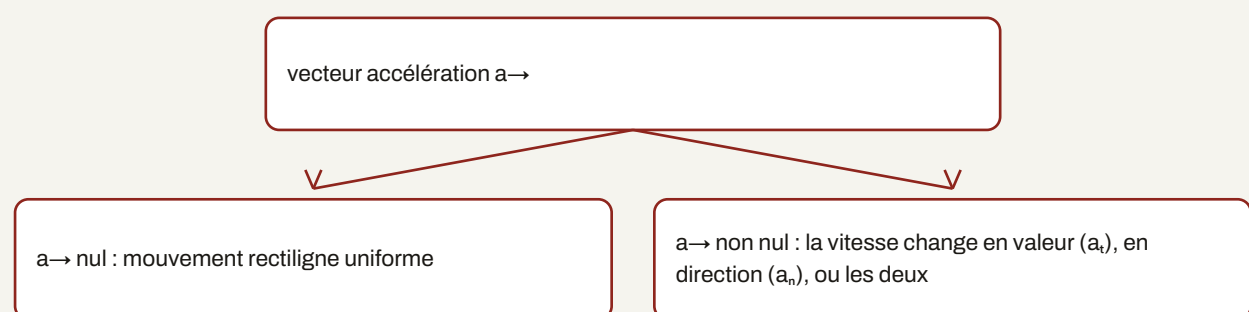
- l'**accélération tangentielle** $a_t = dv/dt$ traduit la variation de la **valeur** de la vitesse ; elle est nulle si le mouvement est uniforme ;
- l'**accélération normale** $a_n = v^2/R$ traduit le changement de **direction** du vecteur vitesse ; elle est toujours positive (ou nulle pour un mouvement rectiligne, où R est infini) ;
- la valeur de l'accélération est $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$.

Cas particuliers :

Mouvement	$a_t = dv/dt$	$a_n = v^2/R$	Vecteur accélération
Rectiligne uniforme	0	0	nul
Rectiligne uniformément varié	constante non nulle	0	constant, porté par la trajectoire
Circulaire uniforme	0	v^2/R constante	centripète, de valeur constante
Circulaire non uniforme	non nulle	v^2/R variable	ni tangent, ni centripète

Le repère de Frenet est particulièrement adapté quand la force qui agit est elle-même dirigée vers un centre : c'est le cas des satellites, étudiés dans un chapitre suivant.

Identifier un mouvement à partir de $\vec{a}$



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

Exemples résolus

Exemple 1 : de l'équation horaire au vecteur accélération

Un mobile se déplace dans un plan muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Ses équations horaires sont, en unités SI : $x(t) = 4,0t$ et $y(t) = -2,5t^2 + 6,0t + 1,0$. a) Établir les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération. b) Calculer la valeur de la vitesse à $t = 2,0$ s. c) Déterminer l'équation de la trajectoire.

Résolution. a) On dérive chaque coordonnée par rapport au temps : $v_x = dx/dt = 4,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_y = dy/dt = -5,0t + 6,0$. Puis : $a_x = dv_x/dt = 0$; $a_y = dv_y/dt = -5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Le vecteur accélération est constant : $\vec{a} = -5,0 \vec{j}$, de valeur $5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. b) À $t = 2,0$ s : $v_x = 4,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_y = -5,0 \times 2,0 + 6,0 = -4,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $v = \sqrt{(4,0)^2 + (-4,0)^2} = \sqrt{32} \approx 5,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. c) De $x = 4,0t$ on tire $t = x/4,0$. On reporte : $y = -2,5(x/4,0)^2 + 6,0(x/4,0) + 1,0$, soit $y = -0,16x^2 + 1,5x + 1,0$ (car $2,5/16 = 0,156 \approx 0,16$ et $6,0/4,0 = 1,5$). La trajectoire est un arc de parabole.

Exemple 2 : une voiture qui démarre puis freine

Une voiture part du repos sur une route rectiligne avec une accélération constante de $3,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ pendant 6,0 s, puis roule à vitesse constante pendant 10 s, puis freine avec une accélération constante jusqu'à l'arrêt sur 45 m. a) Calculer la vitesse atteinte à la fin de la première phase et la distance parcourue. b) Calculer la distance parcourue pendant la deuxième phase. c) Calculer l'accélération pendant le freinage et sa durée.

Résolution. Axe $(O, \vec{i})$ orienté dans le sens du mouvement, origine au point de départ. a) Phase 1 : MRUV avec $v_0 = 0$ et $a = 3,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. $v = a \cdot t = 3,0 \times 6,0 = 18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (soit $65 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$). $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0,5 \times 3,0 \times 36 = 54 \text{ m}$. b) Phase 2 : MRU à $18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pendant 10 s : $d = 18 \times 10 = 1,8 \times 10^2 \text{ m}$. c) Phase 3 : MRUV de $v_0 = 18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $v = 0$ sur 45 m. Relation indépendante du temps : $0^2 - 18^2 = 2a \times 45$, d'où $a = -324/90 = -3,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Le signe négatif (a et v de signes contraires) confirme un mouvement ralenti. Durée : $t = (0 - 18)/(-3,6) = 5,0 \text{ s}$.

Exemple 3 : la centrifugeuse et le repère de Frenet

Le rotor d'une centrifugeuse de laboratoire tourne à vitesse constante. Un tube est placé à $R = 10 \text{ cm}$ de l'axe ; le rotor fait 6000 tours par minute. a) Calculer la fréquence, la période et la vitesse angulaire. b) Calculer la vitesse du fond du tube et son accélération ; comparer à $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. c) Au démarrage, la vitesse angulaire passe de 0 à sa valeur finale en 20 s, uniformément. Calculer l'accélération tangentielle du tube pendant cette phase.

Résolution. a) $f = 6000/60 = 100 \text{ Hz}$; $T = 1/f = 1,00 \times 10^{-2} \text{ s}$; $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 100 \approx 628 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. b) $v = R \cdot \omega = 0,10 \times 628 \approx 63 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Le mouvement est circulaire uniforme : $a = R \cdot \omega^2 = 0,10 \times 628^2 \approx 0,10 \times 3,95 \times 10^5 \approx 3,9 \times 10^4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, dirigée vers l'axe. Rapport $a/g \approx 3,95 \times 10^4 / 9,81 \approx 4,0 \times 10^3$: l'accélération vaut environ 4 000 fois g . c) La valeur de la vitesse passe de 0 à $63 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en 20 s à variation constante : $a_t = dv/dt = 62,8/20 \approx 3,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Cette composante tangentielle est minuscule devant la composante normale en fin de démarrage.

Méthodes et pièges

- Méthode type : choisis le système et le référentiel, pose un repère orienté, écris les conditions initiales, puis dérive (position vers vitesse vers accélération) ou intègre (dans l'autre sens) coordonnée par coordonnée.

- Quand tu intègres, n'oublie jamais les constantes : elles valent les coordonnées de $\vec{v} \rightarrow_0$ puis de $\vec{OM} \rightarrow(0)$. Écris-les avant de calculer.
- Convertis toujours en unités SI avant tout calcul : $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ divisé par 3,6, cm en m, tours par minute divisés par 60, degrés en radians pour les grandeurs angulaires.
- « Vitesse constante » ne veut pas dire « accélération nulle » : dans un virage à vitesse constante, l'accélération est normale, de valeur v^2/R .
- La relation $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ n'est valable que pour un mouvement rectiligne uniformément varié. Ne l'applique pas à un mouvement circulaire ou à une accélération variable.
- Le signe de a dépend de l'orientation de l'axe. Pour savoir si le mouvement est ralenti, compare les signes de a et de v (ou calcule $a \rightarrow v \rightarrow$), ne te fie pas au seul signe de a .
- Sur une chronophotographie, utilise la méthode centrée (points M_{i-1} et M_{i+1} , divisé par 2τ) et reporte le vecteur au point M_i , avec l'échelle indiquée.
- Dans le repère de Frenet, $\vec{n} \rightarrow$ pointe toujours vers l'intérieur de la courbure : la composante normale v^2/R n'est jamais négative.
- Ne confonds pas période T (en s), fréquence f (en Hz) et vitesse angulaire ω (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$) : $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$.

Vers le PASS

En PASS, la cinématique sert d'outil dans l'UE de physique et de biophysique : description du mouvement d'un segment corporel, vitesse d'éjection du sang, chute d'un objet, et surtout la centrifugation, omniprésente en biologie (séparation des éléments du sang, culots cellulaires, ultracentrifugation des protéines). L'accélération d'une centrifugeuse s'exprime d'ailleurs en multiples de g (« force centrifuge relative »), exactement comme dans l'exemple 3. Les QCM demandent souvent de manipuler vite les conversions (tours par minute, $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$), le passage $\omega = 2\pi f$ et la relation $a = R \cdot \omega^2$, et de repérer les propositions fausses du type « l'accélération est nulle car la vitesse est constante ». Maîtriser la dérivation vectorielle et la lecture d'un graphe $v(t)$ te fera gagner beaucoup en sûreté.

Suite en PASS : Forces, mouvements et bilans énergétiques

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Un point M a pour vecteur position, en unités SI, $\vec{OM} \rightarrow(t) = (3t + 1) \cdot \vec{i} \rightarrow + (-2t^2 + 4t) \cdot \vec{j} \rightarrow$. a) Établir les coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur accélération. b) Calculer la valeur de la vitesse à $t = 2$ s. c) Donner la valeur de l'accélération.
2. Un cycliste roule à vitesse constante de $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ sur une route rectiligne. a) Quelle est la nature de son mouvement ? b) Convertir sa vitesse en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. c) Calculer la distance parcourue en 5,0 min.
3. Une voiture part du repos sur une ligne droite avec une accélération constante de $2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pendant 8,0 s. Calculer sa vitesse finale (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) et la distance parcourue.
4. Un disque de rayon 12 cm tourne à 45 tours par minute. Pour un point de sa périphérie, calculer la vitesse angulaire, la vitesse et l'accélération. Préciser la direction et le sens de l'accélération.
5. Sur la chronophotographie d'un palet lâché sur un plan incliné, les positions successives le long de l'axe du mouvement, séparées de $\tau = 40$ ms, sont : $x_0 = 0$; $x_1 = 2,0$ cm ; $x_2 = 4,4$ cm ; $x_3 = 7,2$ cm ; $x_4 =$

10,4 cm. a) Estimer les vitesses v_2 et v_3 . b) En déduire une estimation de l'accélération au voisinage du point 3 (prendre $a \approx (v_3 - v_2)/\tau$). c) Le mouvement semble-t-il uniformément accéléré ? Justifier à partir des écarts successifs.

Niveau 2 : type bac

6. Un automobiliste roule à $90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ sur une route droite. Il aperçoit un obstacle ; son temps de réaction est de 1,0 s, puis il freine avec une décélération constante de valeur $6,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. a) Calculer la distance parcourue pendant le temps de réaction. b) Calculer la durée et la distance du freinage. c) En déduire la distance d'arrêt. d) Montrer que, si la vitesse initiale double, la distance de freinage est multipliée par quatre.
7. Le mouvement d'une balle dans un plan vertical est décrit, en unités SI, par $x(t) = 2,0t$ et $y(t) = -5,0t^2 + 10t$. a) Établir les coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur accélération. b) Déterminer la date où la balle atteint son point le plus haut et les coordonnées de ce point. c) En ce point, préciser la direction du vecteur vitesse et celle du vecteur accélération, puis utiliser le repère de Frenet pour calculer le rayon de courbure de la trajectoire en ce point.
8. Une centrifugeuse de paillasse fait tourner des tubes situés à 10 cm de l'axe à 3000 tours par minute, à vitesse constante. a) Calculer la période et la vitesse angulaire. b) Calculer la vitesse et l'accélération du fond d'un tube. c) Exprimer cette accélération en multiples de $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
9. Une moto est arrêtée à un feu. À l'instant $t = 0$ où le feu passe au vert, elle démarre avec une accélération constante de $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; au même instant, une voiture roulant à la vitesse constante de $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ passe à sa hauteur sur une voie parallèle. a) Écrire les équations horaires des deux véhicules (même axe, même origine). b) Déterminer la date et la position où la moto rattrape la voiture. c) Calculer la vitesse de la moto à cet instant.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Une voiture aborde un virage circulaire de rayon 50 m. Elle freine de façon que la valeur de sa vitesse passe uniformément de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en 5,0 s. a) Calculer l'accélération tangentielle. b) Calculer les composantes et la valeur de l'accélération à l'entrée du virage, puis au moment où $v = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. c) Le vecteur accélération est-il dirigé vers le centre du virage ?
11. Un protocole de biologie demande de centrifuger des échantillons à une accélération égale à $1,0 \times 10^5$ fois g ($g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$), le fond des tubes étant à 8,0 cm de l'axe. Calculer la vitesse angulaire nécessaire puis la fréquence de rotation en tours par minute.
12. Vrai ou faux ? Justifier chaque réponse. A) Dans un mouvement circulaire uniforme, l'accélération est nulle. B) Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire. C) Si $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$, la valeur de la vitesse diminue. D) Dans un mouvement rectiligne, le vecteur accélération est colinéaire à la trajectoire. E) La relation $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ est valable pour tout mouvement rectiligne.
13. Un point décrit une hélice d'équations horaires $x(t) = R \cdot \cos(\omega t)$, $y(t) = R \cdot \sin(\omega t)$, $z(t) = b \cdot t$, avec $R = 2,0 \text{ cm}$, $\omega = 10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $b = 0,15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. a) Établir les coordonnées du vecteur vitesse et montrer que le mouvement est uniforme. b) Établir le vecteur accélération et calculer sa valeur. c) Le mouvement étant uniforme, l'accélération est purement normale. En admettant la relation $a_n = v^2/\rho$, où ρ est le rayon de courbure, calculer ρ et le comparer à R .

Corrigés

1. a) $v_x = dx/dt = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_y = dy/dt = -4t + 4$. Puis $a_x = 0$ et $a_y = dv_y/dt = -4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Donc $\vec{v} = 3\cdot\vec{i} + (-4t + 4)\cdot\vec{j}$ et $\vec{a} = -4\cdot\vec{j}$.
- b) À $t = 2 \text{ s}$: $v_x = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_y = -4 \times 2 + 4 = -4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $v = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. c) $a = |-4| = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, constante, dirigée selon $-\vec{j}$.
2. a) Trajectoire rectiligne et vitesse constante : **mouvement rectiligne uniforme**.
- b) $v = 36/3,6 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. c) $\Delta t = 5,0 \times 60 = 300 \text{ s}$; $d = v \cdot \Delta t = 10 \times 300 = 3,0 \times 10^3 \text{ m}$, soit 3,0 km.
3. MRUV avec $v_0 = 0$ et $a = 2,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Vitesse : $v = a \cdot t = 2,5 \times 8,0 = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit $20 \times 3,6 = 72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Distance : $d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0,5 \times 2,5 \times 8,0^2 = 0,5 \times 2,5 \times 64 = 80 \text{ m}$. Vérification : $v^2 = 2 \cdot a \cdot d$ donne $400 = 2 \times 2,5 \times 80 = 400$.
4. $f = 45/60 = 0,75 \text{ Hz}$; $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 0,75 \approx 4,7 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (4,712). $v = R \cdot \omega = 0,12 \times 4,712 \approx 0,57 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Mouvement circulaire uniforme : $a = R \cdot \omega^2 = 0,12 \times 4,712^2 = 0,12 \times 22,2 \approx 2,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. L'accélération est **centripète** : dirigée selon le rayon, du point vers le centre du disque.
5. a) Méthode centrée : $v_2 \approx (x_3 - x_1)/(2\tau) = (7,2 - 2,0) \times 10^{-2} / (2 \times 0,040) = 0,052/0,080 = 0,65 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $v_3 \approx (x_4 - x_2)/(2\tau) = (10,4 - 4,4) \times 10^{-2} / 0,080 = 0,060/0,080 = 0,75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- b) $a \approx (0,75 - 0,65)/0,040 = 0,10/0,040 = 2,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. c) Écarts successifs : 2,0 ; 2,4 ; 2,8 ; 3,2 cm. Ils augmentent tous de 0,4 cm. Pour un MRUV, cet accroissement constant vaut $a \cdot \tau^2$, d'où $a = 0,004/0,040^2 = 0,004/0,0016 = 2,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, cohérent avec b). Le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré**.
6. Axe orienté dans le sens du mouvement. $v_0 = 90/3,6 = 25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- a) Pendant la réaction, MRU : $d_1 = 25 \times 1,0 = 25 \text{ m}$. b) Freinage : $a = -6,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Durée : $t = (0 - 25)/(-6,25) = 4,0 \text{ s}$. Distance : $0 - 25^2 = 2 \times (-6,25) \times d_2$, d'où $d_2 = 625/12,5 = 50 \text{ m}$. c) Distance d'arrêt : $d = d_1 + d_2 = 25 + 50 = 75 \text{ m}$. d) $d_2 = v_0^2/(2|a|)$ est proportionnelle au carré de v_0 : si v_0 est multipliée par 2, d_2 est multipliée par $2^2 = 4$ (200 m à $180 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ avec la même décélération).
7. a) $v_x = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_y = -10t + 10$. $a_x = 0$; $a_y = -10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Donc $\vec{a} = -10\cdot\vec{j}$, constant.
- b) Au sommet, la composante verticale de la vitesse s'annule : $-10t + 10 = 0$, soit $t = 1,0 \text{ s}$. Alors $x = 2,0 \times 1,0 = 2,0 \text{ m}$ et $y = -5,0 + 10 = 5,0 \text{ m}$. Sommet : (2,0 m ; 5,0 m). c) En ce point $\vec{v} = 2,0\cdot\vec{i}$: **horizontal**, $v = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $\vec{a} = -10\cdot\vec{j}$: **vertical vers le bas**, donc perpendiculaire à $\vec{v}$. Dans le repère de Frenet, $a_t = 0$ et toute l'accélération est normale : $a_n = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = v^2/R$. D'où $R = v^2/a_n = 2,0^2/10 = 0,40 \text{ m}$.
8. a) $f = 3000/60 = 50 \text{ Hz}$; $T = 1/f = 2,0 \times 10^{-2} \text{ s}$; $\omega = 2\pi f = 100\pi \approx 314 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$.
- b) $v = R \cdot \omega = 0,10 \times 314,2 \approx 31 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $a = R \cdot \omega^2 = 0,10 \times 314,2^2 \approx 0,10 \times 9,87 \times 10^4 \approx 9,9 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, centripète. c) $a/g = 9,87 \times 10^3 / 9,81 \approx 1,0 \times 10^3$: environ mille fois g.
9. a) Axe dans le sens du mouvement, origine au feu. Moto : MRUV, $x_{\text{moto}}(t) = \frac{1}{2} \times 2,0 \times t^2 = t^2$. Voiture : MRU, $x_{\text{voiture}}(t) = 15t$ (en m, t en s).
- b) Rattrapage : $t^2 = 15t$, soit $t(t - 15) = 0$. La solution $t = 0$ correspond au départ ; l'autre est $t = 15 \text{ s}$. Position : $x = 15 \times 15 = 2,3 \times 10^2 \text{ m}$ (225 m). c) $v_{\text{moto}} = a \cdot t = 2,0 \times 15 = 30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit $108 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$: le double de la vitesse de la voiture.
10. a) $a_t = dv/dt = (10 - 20)/5,0 = -2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ (négative : la valeur de la vitesse diminue).

b) Entrée du virage ($v = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) : $a_n = v^2/R = 400/50 = 8,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a = \sqrt{(2,0^2 + 8,0^2)} = \sqrt{68} \approx 8,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Pour $v = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$: $a_n = 225/50 = 4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a = \sqrt{(4,0 + 20,25)} = \sqrt{24,25} \approx 4,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. c) **Non** : la composante tangentielle n'est pas nulle, donc $a \rightarrow$ n'est pas porté par $n \rightarrow$ seul. Il est incliné vers l'arrière par rapport à la direction du centre (a_t opposée au sens du mouvement). Seul un mouvement circulaire uniforme a une accélération exactement centripète.

11. On veut $a = R\cdot\omega^2 = 1,0 \times 10^5 \times 9,81 = 9,81 \times 10^5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Donc $\omega = \sqrt{a/R} = \sqrt{(9,81 \times 10^5 / 0,080)} = \sqrt{(1,226 \times 10^7)} \approx 3,5 \times 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (3 502). Fréquence : $f = \omega/(2\pi) = 3\,502/6,283 \approx 557$ tours par seconde, soit $557 \times 60 \approx 3,3 \times 10^4$ tours par minute.

12. A) **Faux** : la valeur de la vitesse est constante mais sa direction change ; $a = v^2/R$, non nulle, centripète.

B) **Vrai** : $v \rightarrow$ est la limite de $MM' \rightarrow / \Delta t$, et la corde MM' tend vers la tangente. C) **Vrai** : $d(v^2)/dt = 2 a \rightarrow \cdot v \rightarrow < 0$, donc v^2 diminue, donc v diminue. D) **Vrai** : la direction de $v \rightarrow$ ne change pas, donc la composante normale est nulle (rayon de courbure infini) ; il ne reste que a_t , portée par la trajectoire. E) **Faux** : elle suppose a constante (mouvement uniformément varié). Pour un mouvement rectiligne à accélération variable, elle ne s'applique pas.

13. a) $v_x = -R\cdot\omega\cdot\sin(\omega t)$; $v_y = R\cdot\omega\cdot\cos(\omega t)$; $v_z = b$. $v^2 = R^2\omega^2(\sin^2 + \cos^2) + b^2 = R^2\omega^2 + b^2$, constante : le mouvement est **uniforme**. Numériquement $R\cdot\omega = 0,020 \times 10 = 0,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v = \sqrt{(0,20^2 + 0,15^2)} = \sqrt{0,0625} = 0,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

b) $a_x = -R\cdot\omega^2\cdot\cos(\omega t)$; $a_y = -R\cdot\omega^2\cdot\sin(\omega t)$; $a_z = 0$. Valeur : $a = R\cdot\omega^2 = 0,020 \times 100 = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, dirigée horizontalement vers l'axe de l'hélice. c) Mouvement uniforme donc $a_t = 0$ et $a_n = a = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. $\rho = v^2/a_n = 0,0625/2,0 \approx 3,1 \times 10^{-2} \text{ m}$ (3,1 cm). On trouve $\rho > R$: l'hélice est moins courbée que le cercle de base, car la montée selon z « déplie » la trajectoire. Si $b = 0$, on retrouve $\rho = (R\cdot\omega)^2/(R\cdot\omega^2) = R$.

Deuxième loi de Newton et mouvement dans un champ uniforme

COURS • P09 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	2
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	9

Ce que tu dois savoir faire

- Définir le centre de masse d'un système et justifier qu'on puisse modéliser le système par ce point.
- Citer les conditions pour qu'un référentiel soit galiléen et choisir un référentiel adapté (terrestre, géocentrique, héliocentrique).
- Énoncer et utiliser la deuxième loi de Newton, $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$, et la relier à la variation de la quantité de mouvement.
- Mener la démarche complète : système, référentiel, bilan des forces, loi de Newton, projection, intégration, conditions initiales.
- Établir les équations horaires et l'équation de la trajectoire d'un projectile en chute libre dans un champ de pesanteur uniforme.
- Calculer la flèche, la durée de vol et la portée d'un tir, et discuter l'influence de l'angle de tir.
- Établir le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme, en justifiant que son poids est négligeable.
- Exprimer le champ entre deux plaques, $E = U/d$, et calculer la déviation d'un faisceau.
- Décrire le principe d'un accélérateur linéaire et calculer la vitesse acquise sous une tension U .
- Mener un bilan énergétique (théorème de l'énergie cinétique, conservation de l'énergie mécanique) et le comparer à la résolution par la loi de Newton.

Cours

1. Système, centre de masse, référentiel galiléen

Centre de masse. Tout système matériel possède un point particulier, son **centre de masse** G , qui est le barycentre des masses de ses parties. Pour un objet homogène possédant un centre de symétrie (boule, cube, disque), G est ce centre. Le mouvement de G est le plus simple de tous les points du système : c'est lui que décrivent les lois de Newton. Un marteau lancé en tournoyant a des points aux trajectoires compliquées, mais son centre de masse décrit une parabole.

On modélise donc le système par un point matériel de masse m situé en G .

Référentiel galiléen. Un référentiel est **galiléen** si le principe d'inertie (première loi de Newton) y est vérifié : un système isolé ou pseudo-isolé ($\Sigma \vec{F} = 0$) y est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme. Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui aussi galiléen.

En pratique :

- le **référentiel terrestre** est considéré comme galiléen pour des mouvements de courte durée (quelques minutes) et de faible étendue ;
- le **référentiel géocentrique** est utilisé pour les satellites de la Terre ;
- le **référentiel héliocentrique** est utilisé pour les planètes.

Une voiture qui freine ou un manège qui tourne ne sont pas des référentiels galiléens : les lois de Newton ne s'y appliquent pas telles quelles.

Rappel des trois lois de Newton :

- première loi (principe d'inertie) : $\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{constant}$, dans un référentiel galiléen ;
- deuxième loi : objet de ce chapitre ;
- troisième loi (actions réciproques) : si A exerce sur B la force $\vec{F}_{A/B}$, alors B exerce sur A la force $\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$, de même droite d'action.

2. La deuxième loi de Newton

Quantité de mouvement. La quantité de mouvement d'un système de masse m dont le centre de masse a la vitesse $\vec{v}_G$ est $\vec{p} = m \cdot \vec{v}_G$, en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Énoncé. Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système est égale à la dérivée de sa quantité de mouvement :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = d\vec{p}/dt$$

Pour un système de **masse constante**, $d\vec{p}/dt = m \cdot d\vec{v}_G/dt$, d'où la forme utilisée en Terminale :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G \text{ (forces en newtons N, masse en kg, accélération en } \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \text{)}$$

Ce que dit cette loi.

- Les forces ne déterminent pas la vitesse, mais sa variation : l'accélération a la direction et le sens de la somme des forces, pas forcément ceux du mouvement. Un ballon qui monte subit une force vers le bas.

- À force égale, un objet plus massif accélère moins : la masse mesure l'inertie.
- Le principe d'inertie est un cas particulier : si $\Sigma \vec{F} = 0$, alors $\vec{a} = 0$ et $\vec{v}$ est constant.

Cette loi relie la dynamique (les forces) à la cinématique (le chapitre précédent) : connaissant les forces, on obtient $\vec{a}$, puis par intégration $\vec{v}$ et OM .

Démarche de résolution (à appliquer systématiquement) :

Démarche newtonienne

1. définir le système et le référentiel galiléen
2. faire le bilan des forces extérieures
3. appliquer $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ et exprimer $\vec{a}$
4. projeter sur les axes du repère
5. intégrer avec les conditions initiales
6. exploiter les équations horaires

Forces usuelles : poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ (vertical, vers le bas, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ en France), réaction d'un support, tension d'un fil, frottements, force électrique $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, force de gravitation (chapitre suivant).

Exemple court : une cabine d'ascenseur de masse 500 kg monte avec une accélération de $1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ dirigée vers le haut. Axe vertical vers le haut : $T - m \cdot g = m \cdot a$, donc $T = m(g + a) = 500 \times 10,81 \approx 5,4 \times 10^3 \text{ N}$. Le câble tire plus que le poids, ce qui fait accélérer la cabine vers le haut.

3. Chute libre dans un champ de pesanteur uniforme

Hypothèses. Un projectile de masse m est lancé depuis un point O , avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale. On étudie son centre de masse dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose que le projectile n'est soumis qu'à son poids : on néglige les frottements de l'air et la poussée d'Archimède. C'est la **chute libre**. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est **uniforme** dans la zone étudiée (même direction, même sens, même valeur en tout point), ce qui est valable sur des distances faibles devant le rayon terrestre.

Accélération. Deuxième loi : $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}$, donc :

$\vec{a} = \vec{g}$: en chute libre, l'accélération ne dépend pas de la masse.

Repère. Axe (Ox) horizontal dans le plan du tir, axe (Oz) vertical vers le haut, origine au point de lancement (ou au sol, à la hauteur h sous le point de lancement). Le mouvement a lieu dans le plan vertical contenant $\vec{v}_0$ (aucune force ni vitesse initiale hors de ce plan).

Coordonnées et intégration. $\vec{a} = \vec{g}$ pour coordonnées $a_x = 0$ et $a_z = -g$. Conditions initiales : $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$, $v_{0z} = v_0 \cdot \sin \alpha$; $x(0) = 0$, $z(0) = h$.

En intégrant une première fois :

$$v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha ; v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha$$

En intégrant une seconde fois :

$$x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

$$z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + h$$

Le mouvement horizontal est **uniforme** (aucune force horizontale) ; le mouvement vertical est **uniformément varié**.

Équation de la trajectoire. Si $\alpha \neq 90^\circ$, on tire $t = x / (v_0 \cdot \cos \alpha)$ et on reporte :

$$z(x) = -g \cdot x^2 / (2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha) + \tan \alpha \cdot x + h$$

La trajectoire est une **parabole** de concavité tournée vers le bas. Si $\alpha = 90^\circ$, le mouvement est rectiligne vertical. Si $v_0 = 0$ (objet lâché), le mouvement est rectiligne vertical uniformément accéléré : $z = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$.

La flèche (altitude maximale). Au sommet S, la vitesse est horizontale : $v_z = 0$. Donc $t_S = v_0 \cdot \sin \alpha / g$ et :
 $z_S = h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha / (2g)$

Au sommet, la vitesse n'est pas nulle : elle vaut $v_0 \cdot \cos \alpha$.

La portée (cas $h = 0$, retour au niveau de départ). On cherche $x \neq 0$ tel que $z = 0$: $-g \cdot x / (2v_0^2 \cos^2 \alpha) + \tan \alpha = 0$, soit $x = 2v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha / g$:

$$x_P = v_0^2 \cdot \sin(2\alpha) / g$$

À v_0 fixée, la portée est maximale quand $\sin(2\alpha) = 1$, soit $\alpha = 45^\circ$, et vaut v_0^2/g . Deux angles complémentaires (par exemple 30° et 60°) donnent la même portée, le plus grand avec une flèche plus haute. La durée de vol vaut alors $2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha / g$. Si $h \neq 0$, il faut résoudre l'équation du second degré $z(x) = 0$, et l'angle optimal est inférieur à 45° .

Chute libre : ce qu'il faut retenir

$\vec{a} = \vec{g}$, indépendante de m

v_x constante

$$v_z = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha$$

trajectoire parabolique

$$\text{flèche : } v_z = 0$$

$$\text{portée : } z = 0$$

Repères complémentaires, sans séquence causale

Limite du modèle. Dans l'air, les frottements augmentent avec la vitesse ; le modèle de la chute libre convient pour des objets denses et lents (une bille d'acier, un poids d'athlétisme), beaucoup moins pour une balle de tennis de table ou une plume.

4. Particule chargée dans un champ électrique uniforme

Champ entre deux plaques. Entre deux plaques planes et parallèles, distantes de d et soumises à une tension $U = V_A - V_B > 0$, il règne (loin des bords) un **champ électrique uniforme** :

- perpendiculaire aux plaques ;
- orienté de la plaque positive (A) vers la plaque négative (B), c'est-à-dire dans le sens des potentiels décroissants ;
- de valeur $E = U/d$ (E en $V \cdot m^{-1}$, U en V , d en m).

Force électrique. Une particule de charge q placée dans ce champ subit la force $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ (en N, q en C). Si $q > 0$, $\vec{F}$ a le sens de $\vec{E}$; si $q < 0$ (électron, $q = -e$), $\vec{F}$ est de sens opposé à $\vec{E}$. Charge élémentaire : $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

Le poids est négligeable. Pour un électron ($m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg) dans un champ de $1,0 \times 10^4$ V·m⁻¹ : $F = e \cdot E = 1,6 \times 10^{-15}$ N, alors que $P = m \cdot g \approx 8,9 \times 10^{-30}$ N. Le rapport F/P vaut environ 2×10^{14} : on néglige le poids. C'est vrai aussi pour un proton ($m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg) et pour les ions dans les champs usuels.

Accélération. Deuxième loi, poids négligé, dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen :

$$\vec{a} = q \cdot \vec{E} / m$$

Le vecteur accélération est **constant** : la situation est mathématiquement identique à la chute libre, en remplaçant g par $q \cdot E/m$. Toutes les méthodes du paragraphe 3 s'appliquent.

Déviation d'un faisceau. Une particule de charge q entre en O entre les plaques avec une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale, parallèle aux plaques ; le champ $\vec{E}$ est vertical. Axe (Ox) selon $\vec{v}_0$, axe (Oy) vertical, orienté dans le sens de la force. Avec $a = |q| \cdot E/m$:

$$v_x = v_0 ; v_y = a \cdot t ; x = v_0 \cdot t ; y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Trajectoire : $y = |q| \cdot E \cdot x^2 / (2 \cdot m \cdot v_0^2)$, arc de parabole. À la sortie des plaques de longueur L (date $\tau = L/v_0$), la déviation vaut :

$$y_S = |q| \cdot E \cdot L^2 / (2 \cdot m \cdot v_0^2)$$

Après les plaques, la particule n'est plus soumise à aucune force notable : elle poursuit en ligne droite (principe d'inertie). Ce principe est utilisé pour dévier les faisceaux dans les anciens oscilloscopes, les spectromètres et les imprimantes à jet d'encre.

5. Accélérateur linéaire de particules

Si la vitesse initiale est parallèle au champ (ou nulle), le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré**. C'est le principe d'un **accélérateur linéaire** (canon à électrons, première étape des accélérateurs de recherche, accélérateurs médicaux de radiothérapie).

Une particule de charge q , partant du repos d'une plaque, traverse l'espace de largeur d sous la tension U . Par la loi de Newton : $a = |q| \cdot U / (m \cdot d)$, puis $v^2 = 2 \cdot a \cdot d$, d'où :

$$v = \sqrt{2 \cdot |q| \cdot U / m}$$

La vitesse acquise ne dépend que de la tension, pas de la distance entre les plaques. Pour obtenir de grandes vitesses, on enchaîne plusieurs étages accélérateurs. Ce calcul reste valable tant que v reste petite devant la vitesse de la lumière $c = 3,00 \times 10^8$ m·s⁻¹ (au-delà de 10 % de c environ, il faut la relativité, hors programme).

6. Aspects énergétiques

Théorème de l'énergie cinétique. Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système entre deux positions A et B est égale à la somme des travaux des forces appliquées :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \Sigma W(\vec{F}) \text{ entre A et B, avec } E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ (en J).}$$

Travail du poids : $W(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$, indépendant du chemin suivi (force conservative). **Travail de la force électrique** dans un champ uniforme : $W(\vec{F}) = q \cdot (V_A - V_B) = q \cdot U_{AB}$, lui aussi indépendant du chemin.

Application à l'accélérateur : $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0 = |q| \cdot U$, d'où $v = \sqrt{(2|q|U/m)}$: on retrouve en une ligne le résultat du paragraphe 5. Pour un électron, l'énergie acquise sous 1 V vaut $1,60 \times 10^{-19}$ J, c'est l'électronvolt (1 eV = $1,60 \times 10^{-19}$ J).

Conservation de l'énergie mécanique en chute libre. Le poids étant la seule force, $E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot z$ est constante. Pour un projectile lancé à la hauteur h avec la vitesse v_0 , la vitesse à l'altitude z vaut :

$$v = \sqrt{(v_0^2 + 2g(h - z))}$$

Elle ne dépend pas de l'angle de tir. L'énergie donne vite une valeur de vitesse, mais pas la date ni la direction : pour la trajectoire, la loi de Newton reste indispensable.

Question posée	Outil le plus efficace
Position à une date donnée, trajectoire, portée	Deuxième loi de Newton et équations horaires
Valeur de la vitesse en un point connu	Bilan énergétique
Vitesse acquise dans un accélérateur	Théorème de l'énergie cinétique
Déviation d'un faisceau	Loi de Newton (mouvement parabolique)

Exemples résolus

Exemple 1 : tir d'un ballon

Un ballon est frappé depuis le sol avec une vitesse $v_0 = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale. On néglige les actions de l'air. $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. a) Établir les équations horaires. b) Calculer la flèche. c) Calculer la durée du vol et la portée.

Résolution. a) Système : le ballon, modélisé par son centre de masse. Référentiel terrestre supposé galiléen. Seule force : le poids. Deuxième loi : $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$: $a_x = 0$; $a_z = -g$. Avec $v_{0x} = 12 \cdot \cos 30^\circ \approx 10,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_{0z} = 12 \cdot \sin 30^\circ = 6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, origine au point de frappe : $x(t) = 10,4 \cdot t$; $z(t) = -4,905 \cdot t^2 + 6,0 \cdot t$. b) Au sommet, $v_z = -9,81 \cdot t + 6,0 = 0$, d'où $t_S = 0,612 \text{ s}$. $z_S = v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha / (2g) = 144 \times 0,25 / 19,62 \approx 1,83 \text{ m}$. c) Le ballon retombe ($z = 0$, $t \neq 0$) à $t = 2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha / g = 12/9,81 \approx 1,22 \text{ s}$. Portée : $x_P = v_0^2 \cdot \sin(2\alpha) / g = 144 \times \sin 60^\circ / 9,81 = 144 \times 0,866/9,81 \approx 12,7 \text{ m}$. Vérification : $10,39 \times 1,223 \approx 12,7 \text{ m}$.

Exemple 2 : un canon à électrons

Dans un canon à électrons, des électrons émis sans vitesse par une cathode sont accélérés vers une anode sous une tension $U = 1,00 \text{ kV}$. Données : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$. a) Préciser le sens du champ électrique entre la cathode et l'anode. b) Calculer la vitesse des électrons à l'anode. c) Le modèle non relativiste est-il acceptable ?

Résolution. a) L'électron ($q = -e < 0$) doit être attiré vers l'anode : la force $\vec{F} = -e \cdot \vec{E}$ est dirigée de la cathode vers l'anode, donc $\vec{E}$ est dirigé de l'anode vers la cathode. L'anode est la plaque positive. b) Théorème de l'énergie cinétique entre cathode et anode (poids négligé) : $\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 - 0 = e \cdot U$. Donc $v = \sqrt{(2eU/m_e)} = \sqrt{(2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 1,00 \times 10^3 / 9,11 \times 10^{-31})} = \sqrt{(3,51 \times 10^{14})} \approx 1,87 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. c) $v/c = 1,87 \times 10^7 / 3,00 \times 10^8 \approx 0,062$, soit 6 % : le modèle classique reste acceptable.

Exemple 3 : déviation d'un faisceau d'électrons

Des électrons entrent en O, à mi-distance de deux plaques horizontales de longueur $L = 5,0 \text{ cm}$, avec une vitesse horizontale $v_0 = 2,0 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Le champ entre les plaques est vertical, dirigé vers le bas, de valeur $E = 1,0 \times 10^4 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$. a) Montrer que le poids est négligeable et donner les caractéristiques de l'accélération. b) Établir l'équation de la trajectoire. c) Calculer la déviation à la sortie des plaques.

Résolution. a) $F = e \cdot E = 1,60 \times 10^{-19} \times 1,0 \times 10^4 = 1,6 \times 10^{-15} \text{ N}$; $P = m_e \cdot g = 9,11 \times 10^{-31} \times 9,81 \approx 8,9 \times 10^{-30} \text{ N}$. $F/P \approx 1,8 \times 10^{14}$: poids négligeable. Deuxième loi : $a \rightarrow = -e \cdot E \rightarrow / m_e$. $E \rightarrow$ vers le bas et charge négative : $a \rightarrow$ vertical vers le haut, de valeur $a = e \cdot E / m_e = 1,6 \times 10^{-15} / 9,11 \times 10^{-31} \approx 1,76 \times 10^{15} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. b) Axe (Ox) selon $v \rightarrow_0$, axe (Oy) vertical vers le haut. Intégration : $v_x = v_0$, $v_y = a \cdot t$; $x = v_0 \cdot t$, $y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$. D'où $y = e \cdot E \cdot x^2 / (2 \cdot m_e \cdot v_0^2)$: arc de parabole tourné vers le haut. c) Durée de traversée : $\tau = L/v_0 = 0,050 / 2,0 \times 10^7 = 2,5 \times 10^{-9} \text{ s}$. $y_S = \frac{1}{2} \times 1,76 \times 10^{15} \times (2,5 \times 10^{-9})^2 = 0,5 \times 1,76 \times 10^{15} \times 6,25 \times 10^{-18} \approx 5,5 \times 10^{-3} \text{ m}$, soit 5,5 mm vers le haut. Il faut donc que l'écart entre les plaques dépasse $2 \times 5,5 = 11 \text{ mm}$ pour que les électrons ne heurtent pas la plaque.

Méthodes et pièges

- Méthode type : écris dans l'ordre système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi, projections, intégration, conditions initiales. Chaque étape vaut des points au bac.
- Fais un schéma avec les axes orientés, l'angle α et le vecteur $v \rightarrow_0$: la plupart des erreurs de signe viennent d'un axe mal orienté.
- Projette correctement $v \rightarrow_0$: $v_0 \cdot \cos \alpha$ sur l'horizontale, $v_0 \cdot \sin \alpha$ sur la verticale quand α est mesuré par rapport à l'horizontale.
- La masse disparaît en chute libre : ne la cherche pas dans les équations horaires, et n'écris pas qu'un objet lourd tombe plus vite (en l'absence d'air).
- Au sommet de la trajectoire, c'est v_z qui est nulle, pas la vitesse : la vitesse vaut $v_0 \cdot \cos \alpha$.
- La formule $x_P = v_0^2 \cdot \sin(2\alpha) / g$ ne vaut que si l'arrivée est à la même altitude que le départ. Sinon, résous $z(x) = 0$ et garde la racine positive.
- Pour une charge négative, la force électrique est opposée au champ. Le champ va de la plaque + vers la plaque -.
- Justifie toujours que le poids d'une particule chargée est négligeable par un calcul de rapport, ne l'affirme pas.
- Pour une valeur de vitesse, pense d'abord à l'énergie ; pour une position ou une date, utilise les équations horaires.

Vers le PASS

En PASS, la deuxième loi de Newton est l'outil de base de la biomécanique et de la biophysique : forces exercées sur une articulation, mouvement d'un segment du corps, sédimentation de particules dans un fluide (où l'on ajoute la poussée d'Archimède et une force de frottement proportionnelle à la vitesse, ce qui mène à une vitesse limite). Le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme sert à comprendre l'électrophorèse, les spectromètres de masse et les accélérateurs utilisés en radiothérapie, avec l'électronvolt comme unité d'énergie privilégiée en imagerie et en physique des rayonnements. Les QCM testent beaucoup les cas limites : indépendance vis-à-vis de la masse, déviation inversement proportionnelle à l'énergie cinétique, rôle du signe de la charge.

Suite en PASS : Forces, mouvements et bilans énergétiques

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Un chariot de masse 2,0 kg, initialement immobile sur un rail horizontal, est tiré par une force horizontale constante de 5,0 N. Les frottements sont négligés. a) Calculer son accélération. b) Calculer sa vitesse au bout de 4,0 s et la distance parcourue.
2. Une cabine d'ascenseur de masse 800 kg démarre vers le haut avec une accélération de $1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Calculer la tension du câble ($g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$). Comparer au poids de la cabine.
3. Une bille est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur de 20 m. On néglige les actions de l'air. Calculer la durée de la chute et la vitesse à l'arrivée au sol, de deux façons (équations horaires, puis énergie).
4. Un proton, initialement au repos, est accéléré sous une tension de 5,0 kV. Calculer l'énergie cinétique acquise (en J et en eV) et la vitesse finale. Données : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.
5. Deux plaques parallèles distantes de 2,0 cm sont soumises à une tension de 400 V. a) Calculer la valeur du champ électrique entre les plaques. b) Calculer la force électrique subie par un électron et la comparer à son poids ($m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$).

Niveau 2 : type bac

6. Une athlète lance un poids depuis une hauteur $h = 2,0 \text{ m}$ avec une vitesse $v_0 = 13 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ faisant un angle $\alpha = 40^\circ$ avec l'horizontale. On néglige les actions de l'air. a) Établir les équations horaires du mouvement. b) En déduire l'équation de la trajectoire. c) Calculer la hauteur maximale atteinte. d) Calculer la longueur du jet, mesurée au sol depuis la verticale du point de lancement.
7. Un caillou est lancé horizontalement du haut d'une falaise de 45 m avec une vitesse de $8,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On néglige les actions de l'air. a) Calculer la durée de la chute. b) À quelle distance du pied de la falaise touche-t-il l'eau ? c) Calculer la valeur de sa vitesse à l'impact, par deux méthodes. d) Quel angle sa vitesse fait-elle alors avec l'horizontale ?
8. Un électron entre avec une vitesse horizontale $v_0 = 3,0 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à mi-distance entre deux plaques horizontales de longueur $L = 4,0 \text{ cm}$, distantes de $d = 2,0 \text{ cm}$, soumises à une tension $U = 200 \text{ V}$. a) Calculer E et l'accélération de l'électron. b) Calculer la déviation verticale à la sortie des plaques. L'électron sort-il des plaques ? c) Calculer l'angle de déviation à la sortie.

9. Dans un canon à électrons, la cathode et l'anode sont distantes de 3,0 cm et la tension accélératrice vaut 1,5 kV. Les électrons partent sans vitesse. a) Calculer la vitesse à l'anode par le théorème de l'énergie cinétique. b) Calculer l'accélération par la deuxième loi de Newton, puis la durée du trajet. c) Vérifier la cohérence des deux méthodes en recalculant la distance parcourue.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Un projectile est lancé depuis le sol avec une vitesse $v_0 = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; il doit retomber au sol à 30 m du point de tir. a) Montrer que deux angles de tir conviennent et les calculer. b) Lequel donne la durée de vol la plus courte ? Calculer les deux durées.
11. Un électron et un proton pénètrent dans le même champ électrique uniforme, perpendiculairement à $E \rightarrow$, sur la même longueur L . a) Montrer que la déviation à la sortie s'écrit $y_S = |q| \cdot E \cdot L^2 / (4 \cdot E_c)$, où E_c est l'énergie cinétique d'entrée. b) Comparer leurs déviations s'ils entrent avec la même énergie cinétique. c) Comparer leurs déviations s'ils entrent avec la même vitesse ($m_p/m_e \approx 1,83 \times 10^3$). Préciser le sens de chaque déviation.
12. Une personne de 60 kg se tient sur un pèse-personne dans un ascenseur. Le pèse-personne affiche la valeur N/g , où N est la force qu'il exerce sur la personne ($g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$). Calculer l'affichage dans les cas suivants : a) ascenseur à vitesse constante ; b) ascenseur qui descend en ralentissant, accélération de valeur $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; c) ascenseur qui monte en ralentissant, accélération de valeur $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; d) câble rompu, chute libre.
13. Vrai ou faux ? Justifier. A) En chute libre, un objet plus lourd a une trajectoire plus courbée. B) En chute libre, la composante horizontale de la vitesse est constante. C) Au sommet de la trajectoire, la vitesse est nulle. D) La portée est maximale pour $\alpha = 45^\circ$ quelle que soit la hauteur de lancement. E) En chute libre, l'énergie mécanique se conserve.

Corrigés

1. Système : chariot ; référentiel terrestre galiléen. Forces : poids et réaction verticaux qui se compensent, force $F \rightarrow$ horizontale.
- a) Projection horizontale : $F = m \cdot a$, donc $a = F/m = 5,0/2,0 = 2,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. b) MRUV partant du repos : $v = a \cdot t = 2,5 \times 4,0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0,5 \times 2,5 \times 16 = 20 \text{ m}$.
2. Axe vertical vers le haut. Forces : poids ($-m \cdot g$) et tension T . Deuxième loi : $T - m \cdot g = m \cdot a$, donc $T = m(g + a) = 800 \times (9,81 + 1,5) = 800 \times 11,31 \approx 9,0 \times 10^3 \text{ N}$ (9 048 N). Poids : $P = 800 \times 9,81 \approx 7,8 \times 10^3 \text{ N}$. La tension dépasse le poids : c'est cette différence qui produit l'accélération vers le haut.
3. Axe vertical vers le bas, origine au point de lâcher. $a = g$, $v_0 = 0$: $z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$. Au sol, $z = 20 \text{ m}$: $t = \sqrt{(2 \times 20 / 9,81)} = \sqrt{4,08} \approx 2,0 \text{ s}$ (2,02 s). $v = g \cdot t = 9,81 \times 2,02 \approx 19,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- Par l'énergie : $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$, donc $v = \sqrt{(2gh)} = \sqrt{(2 \times 9,81 \times 20)} = \sqrt{392} \approx 19,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Les deux méthodes concordent.
4. Théorème de l'énergie cinétique : $E_c = e \cdot U = 1,60 \times 10^{-19} \times 5,0 \times 10^3 = 8,0 \times 10^{-16} \text{ J}$, soit $5,0 \times 10^3 \text{ eV}$ (5,0 keV). $v = \sqrt{(2E_c/m_p)} = \sqrt{(2 \times 8,0 \times 10^{-16} / 1,67 \times 10^{-27})} = \sqrt{(9,58 \times 10^{11})} \approx 9,8 \times 10^5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
5. a) $E = U/d = 400/0,020 = 2,0 \times 10^4 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$.
- b) $F = e \cdot E = 1,60 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^4 = 3,2 \times 10^{-15} \text{ N}$. $P = 9,11 \times 10^{-31} \times 9,81 \approx 8,9 \times 10^{-30} \text{ N}$. $F/P \approx 3,6 \times 10^{14}$: le poids est totalement négligeable.

6. a) Système : le poids d'athlétisme ; référentiel terrestre galiléen ; seule force : son poids. $\vec{a} = \vec{g}$.

Origine au sol, à la verticale du point de lancement, axe (Oz) vers le haut. $v_{0x} = 13 \cdot \cos 40^\circ \approx 9,96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_{0z} = 13 \cdot \sin 40^\circ \approx 8,36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$v_x = 9,96$; $v_z = -9,81 \cdot t + 8,36$; $x = 9,96 \cdot t$; $z = -4,905 \cdot t^2 + 8,36 \cdot t + 2,0$ (unités SI). b) $z = -g \cdot x^2 / (2v_0^2 \cos^2 \alpha) + \tan \alpha \cdot x + h$. Avec $2v_0^2 \cos^2 40^\circ = 2 \times 169 \times 0,587 \approx 198,4$ et $\tan 40^\circ \approx 0,839$: $z = -0,0495 \cdot x^2 + 0,839 \cdot x + 2,0$. c) $z_{\max} = h + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha / (2g) = 2,0 + 169 \times 0,413 / 19,62 \approx 2,0 + 3,56 \approx 5,6 \text{ m}$. d) On résout $0,0495 \cdot x^2 - 0,839 \cdot x - 2,0 = 0$. Discriminant: $0,839^2 + 4 \times 0,0495 \times 2,0 \approx 0,704 + 0,396 = 1,100$; racine $\approx 1,049$. Racine positive: $x = (0,839 + 1,049) / (2 \times 0,0495) \approx 1,888 / 0,0989 \approx 19 \text{ m}$ (19,1 m).

7. Origine au pied de la falaise, axe (Oz) vers le haut, départ en (0 ; 45 m), $\vec{v}_0$ horizontale.

a) $z = 45 - 4,905 \cdot t^2 = 0$ donne $t = \sqrt{(45/4,905)} = \sqrt{9,17} \approx 3,0 \text{ s}$ (3,03 s). b) $x = v_0 \cdot t = 8,0 \times 3,03 \approx 24 \text{ m}$. c) Méthode 1: $v_x = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_z = -9,81 \times 3,03 \approx -29,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v = \sqrt{(8,0^2 + 29,7^2)} = \sqrt{(64 + 883)} \approx 30,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Méthode 2 (énergie mécanique conservée): $v = \sqrt{(v_0^2 + 2gh)} = \sqrt{(64 + 2 \times 9,81 \times 45)} = \sqrt{946,9} \approx 30,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. d) $\tan \beta = |v_z|/v_x = 29,7/8,0 \approx 3,71$, donc $\beta \approx 75^\circ$ sous l'horizontale.

8. a) $E = U/d = 200/0,020 = 1,0 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. $a = e \cdot E/m_e = 1,60 \times 10^{-15} / 9,11 \times 10^{-31} \approx 1,76 \times 10^{15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (poids négligé, voir exercice 5).

b) $\tau = L/v_0 = 0,040/3,0 \times 10^7 \approx 1,33 \times 10^{-9} \text{ s}$. $y_s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \tau^2 = 0,5 \times 1,76 \times 10^{15} \times (1,33 \times 10^{-9})^2 \approx 1,6 \times 10^{-3} \text{ m}$ (1,6 mm). L'électron entre à 1,0 cm de chaque plaque et ne dévie que de 1,6 mm : **il sort des plaques**. c) À la sortie: $v_y = a \cdot \tau = 1,76 \times 10^{15} \times 1,33 \times 10^{-9} \approx 2,34 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. $\tan \theta = v_y/v_0 = 2,34 \times 10^6 / 3,0 \times 10^7 \approx 0,078$, donc $\theta \approx 4,5^\circ$.

9. a) $\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = e \cdot U$, $v = \sqrt{(2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 1,5 \times 10^3 / 9,11 \times 10^{-31})} = \sqrt{(5,27 \times 10^{14})} \approx 2,3 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) $E = U/d = 1,5 \times 10^3 / 0,030 = 5,0 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$; $a = e \cdot E/m_e = 8,0 \times 10^{-15} / 9,11 \times 10^{-31} \approx 8,8 \times 10^{15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Mouvement rectiligne uniformément accéléré partant du repos: $t = v/a = 2,30 \times 10^7 / 8,78 \times 10^{15} \approx 2,6 \times 10^{-9} \text{ s}$. c) $d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0,5 \times 8,78 \times 10^{15} \times (2,62 \times 10^{-9})^2 \approx 0,5 \times 8,78 \times 10^{15} \times 6,85 \times 10^{-18} \approx 3,0 \times 10^{-2} \text{ m}$: on retrouve bien 3,0 cm, les deux méthodes sont cohérentes.

10. a) Portée au même niveau: $x_P = v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)/g$, donc $\sin(2\alpha) = x_P \cdot g/v_0^2 = 30 \times 9,81/400 \approx 0,736$. Comme $0,736 < 1$, il existe deux solutions dans $[0^\circ ; 180^\circ]$ pour 2α : $2\alpha \approx 47,4^\circ$ ou $2\alpha \approx 180^\circ - 47,4^\circ = 132,6^\circ$. Donc $\alpha_1 \approx 23,7^\circ$ et $\alpha_2 \approx 66,3^\circ$ (complémentaires).

b) Durée de vol $t = 2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha / g$. Pour $\alpha_1 : 2 \times 20 \times \sin 23,7^\circ / 9,81 \approx 40 \times 0,402 / 9,81 \approx 1,64$ s. Pour $\alpha_2 : 40 \times 0,916 / 9,81 \approx 3,73$ s. Le tir **tendu** ($23,7^\circ$) est le plus rapide.

11. a) Avec $a = |q| \cdot E / m$ et $\tau = L / v_0 : yS = \frac{1}{2} \cdot (|q| \cdot E / m) \cdot L^2 / v_0^2 = |q| \cdot E \cdot L^2 / (2 \cdot m \cdot v_0^2)$. Or $m \cdot v_0^2 = 2 \cdot Ec$, d'où $yS = |q| \cdot E \cdot L^2 / (4 \cdot Ec)$.

b) Même charge en valeur absolue (e), même E, même L, même Ec : **même valeur de déviation**, indépendante de la masse. c) À même vitesse, $yS = |q| \cdot E \cdot L^2 / (2 \cdot m \cdot v_0^2)$ est inversement proportionnelle à la masse : $yS(\text{électron}) / yS(\text{proton}) = m_p / m_e \approx 1,83 \times 10^3$. L'électron est dévié environ 1 800 fois plus. Sens : le proton ($q > 0$) est dévié dans le sens de $E \rightarrow$, l'électron ($q < 0$) en sens contraire.

12. Axe vertical vers le haut. Forces : poids $m \cdot g$ vers le bas, réaction N vers le haut. Deuxième loi : $N - m \cdot g = m \cdot a$, donc $N = m(g + a)$, a étant la composante verticale de l'accélération.

a) $a = 0 : N = 60 \times 9,81 = 589$ N ; affichage **60 kg**. b) Descente en ralentissant : la vitesse est vers le bas et diminue, donc $a \rightarrow$ est vers le haut, $a = +2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. $N = 60 \times 11,81 \approx 709$ N ; affichage $709 / 9,81 \approx 72$ kg. c) Montée en ralentissant : $a \rightarrow$ vers le bas, $a = -2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. $N = 60 \times 7,81 \approx 469$ N ; affichage ≈ 48 kg. d) Chute libre : $a = -g$, $N = 0$; affichage **0 kg** (impesanteur apparente).

13. A) **Faux** : $a \rightarrow = g \rightarrow$ quelle que soit la masse ; deux objets lancés de la même façon ont la même trajectoire.

B) **Vrai** : $a_x = 0$, donc $v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$ constante. C) **Faux** : seule v_z est nulle ; $v = v_0 \cdot \cos \alpha$ (nulle seulement pour un tir vertical). D) **Faux** : 45° est l'optimum si départ et arrivée sont au même niveau ; depuis une hauteur $h > 0$, l'angle optimal est inférieur à 45° . E) **Vrai** : la seule force est le poids, force conservative ; $Em = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot z$ reste constante.

Mouvement des satellites et des planètes

COURS • P10 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	9

Ce que tu dois savoir faire

- Écrire la force de gravitation exercée par un astre à symétrie sphérique et le champ de gravitation correspondant.
- Choisir le référentiel adapté (géocentrique pour un satellite de la Terre, héliocentrique pour une planète) et justifier qu'il est galiléen.
- Appliquer la deuxième loi de Newton dans le repère de Frenet pour montrer que le mouvement circulaire d'un satellite est uniforme.
- Établir l'expression de la vitesse $v = \sqrt{GM/r}$ et de la période $T = 2\pi\sqrt{r^3/GM}$ d'un satellite en orbite circulaire.
- Établir la troisième loi de Kepler $T^2/r^3 = 4\pi^2/(GM)$ dans le cas d'une orbite circulaire.
- Énoncer les trois lois de Kepler et les interpréter (ellipse, foyer, loi des aires, vitesse au périhélie et à l'aphélie).
- Définir un satellite géostationnaire et calculer son altitude.
- Déterminer la masse d'un astre à partir de la période et du rayon de l'orbite de l'un de ses satellites.
- Exploiter un tableau de données ou un graphique pour vérifier la troisième loi de Kepler.

Cours

1. La gravitation universelle et le champ de gravitation

Loi de la gravitation universelle (Newton). Deux corps ponctuels A et B, de masses m_A et m_B , séparés d'une distance d , s'attirent mutuellement. La force exercée par A sur B est dirigée de B vers A, de valeur :

$$F = G \cdot m_A \cdot m_B / d^2$$

où $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ est la **constante de gravitation universelle**. Par la troisième loi de Newton, B exerce sur A une force opposée, de même valeur.

Cette loi s'applique aussi aux corps à **répartition sphérique de masse** (étoiles, planètes considérées comme des boules homogènes par couches) : tout se passe comme si leur masse était concentrée en leur centre. La distance d est alors mesurée entre les centres.

Écriture vectorielle. Pour un satellite S de masse m à la distance r du centre O d'un astre de masse M , on note $\vec{u}$ le vecteur unitaire dirigé de O vers S. La force de gravitation s'écrit :

$$\vec{F} = -G \cdot M \cdot m / r^2 \cdot \vec{u}$$

Le signe moins traduit l'attraction : la force est dirigée vers le centre de l'astre.

Champ de gravitation. L'astre crée en tout point de l'espace un **champ de gravitation** $\vec{g}$ tel que $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$:

$$\vec{g} = -G \cdot M / r^2 \cdot \vec{u}, \text{ de valeur } g = G \cdot M / r^2 \text{ (en } \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}, \text{ équivalent à } \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \text{)}$$

Le champ est **radial** (dirigé vers le centre) et sa valeur décroît comme $1/r^2$: à une distance double, il est quatre fois plus faible. À la surface de la Terre ($r = R_T$), on retrouve $g_0 = G \cdot M_T / R_T^2 \approx 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, à condition de négliger la rotation terrestre. Une relation pratique en découle : $G \cdot M_T = g_0 \cdot R_T^2$.

Ordres de grandeur utiles :

Grandeur	Valeur
Masse de la Terre M_T	$5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Rayon moyen de la Terre R_T	$6\,371 \text{ km} = 6,371 \times 10^6 \text{ m}$
$G \cdot M_T$	$3,98 \times 10^{14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
Masse du Soleil M_S	$1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Distance moyenne Terre-Soleil (1 unité astronomique, UA)	$1,50 \times 10^{11} \text{ m}$
Distance moyenne Terre-Lune	$3,84 \times 10^8 \text{ m}$
Jour sidéral (rotation de la Terre sur elle-même)	$86\,164 \text{ s}$ (23 h 56 min 4 s)

Exemple court : à l'altitude de la Station spatiale internationale ($h = 400 \text{ km}$, donc $r = 6\,771 \text{ km}$), $g = 3,98 \times 10^{14} / (6,771 \times 10^6)^2 \approx 8,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. La gravitation y est à peine plus faible qu'au sol : l'impesanteur des astronautes ne vient pas de l'absence de gravitation (voir paragraphe 6).

2. Référentiels et hypothèses d'étude

Le mouvement d'un satellite de la Terre (naturel comme la Lune, ou artificiel) s'étudie dans le **référentiel géocentrique** : repère centré sur le centre de la Terre, dont les axes pointent vers trois étoiles lointaines considérées comme fixes. Il n'est pas entraîné par la rotation de la Terre sur elle-même. On le considère galiléen pour des durées courtes devant l'année.

Le mouvement d'une planète ou d'une comète autour du Soleil s'étudie dans le **référentiel héliocentrique**, considéré comme galiléen.

Hypothèses du modèle :

- l'astre attracteur est à symétrie sphérique ;
- le satellite est modélisé par un point matériel (son centre de masse) ;
- la seule force prise en compte est la force de gravitation exercée par l'astre central (on néglige les autres astres et les frottements de la haute atmosphère) ;
- la masse du satellite est très petite devant celle de l'astre.

3. Le mouvement circulaire d'un satellite est uniforme

On suppose que la trajectoire est un cercle de centre O (centre de l'astre) et de rayon $r = R + h$, où R est le rayon de l'astre et h l'altitude.

Deuxième loi de Newton dans le référentiel géocentrique : $m \cdot \vec{a} = \vec{F}$. Le repère de Frenet est le mieux adapté, car la force est dirigée vers le centre. Avec $\vec{n} = -\vec{u}$ (vecteur normal dirigé vers le centre) :

$$m \cdot \vec{a} = G \cdot M \cdot m / r^2 \cdot \vec{n}, \text{ donc } \vec{a} = G \cdot M / r^2 \cdot \vec{n}$$

Projection sur $\vec{t}$: la force n'a pas de composante tangentielle, donc $a_t = dv/dt = 0$. La valeur de la vitesse est constante : **le mouvement est uniforme.**

Projection sur $\vec{n}$: $a_n = v^2/r = G \cdot M / r^2$. D'où :

$$v = \sqrt{G \cdot M / r}$$

Conséquences :

- la vitesse ne dépend **pas de la masse du satellite** : un gros satellite et un petit débris sur la même orbite vont à la même vitesse ;
- plus le satellite est éloigné (r grand), plus il est **lent** ;
- l'accélération d'un satellite en mouvement circulaire uniforme est centripète et n'est pas nulle : le satellite « tombe » en permanence vers l'astre, mais sa vitesse tangentielle le fait manquer la surface. Newton l'illustre par un boulet tiré horizontalement du haut d'une montagne, de plus en plus vite, jusqu'à faire le tour de la Terre.

Méthode pour un satellite

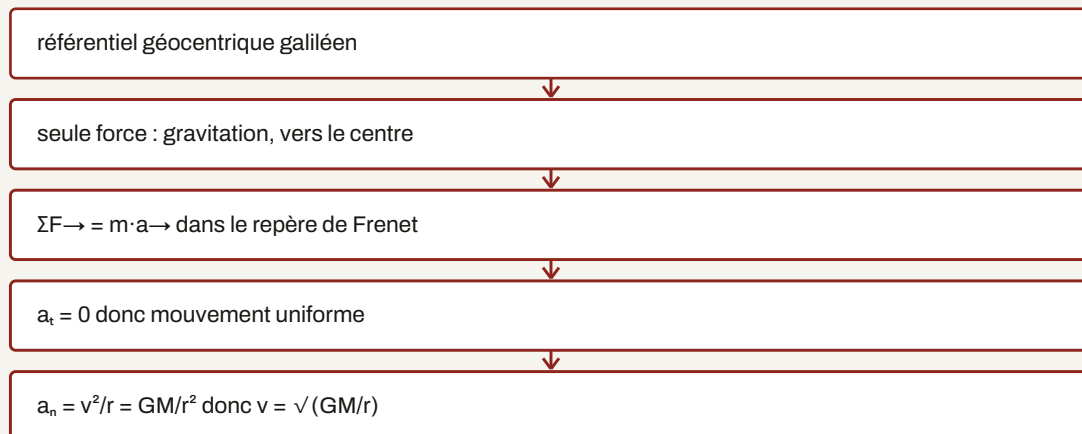


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

4. Période de révolution et troisième loi de Kepler

La **période de révolution** T est la durée d'un tour complet. Pour un mouvement circulaire uniforme, le satellite parcourt la circonférence $2\pi r$ à la vitesse v :

$$T = 2\pi r / v = 2\pi r \cdot \sqrt{r / (G \cdot M)} = 2\pi \cdot \sqrt{r^3 / (G \cdot M)}$$

En élevant au carré :

$$T^2 / r^3 = 4\pi^2 / (G \cdot M)$$

Ce rapport ne dépend que de la masse M de l'astre attracteur : il est **le même pour tous les satellites d'un même astre**. C'est la **troisième loi de Kepler**, établie ici pour des orbites circulaires.

Applications immédiates :

- si le rayon de l'orbite est multiplié par 4, la période est multipliée par $\sqrt{4^3} = 8$ et la vitesse divisée par 2 ;
- connaissant r et T pour un satellite, on calcule la masse de l'astre : $M = 4\pi^2 \cdot r^3 / (G \cdot T^2)$. C'est ainsi qu'on « pèse » la Terre avec la Lune, le Soleil avec les planètes, Jupiter avec ses lunes ;
- inversement, connaissant M , on trouve le rayon d'orbite qui correspond à une période voulue : $r = (G \cdot M \cdot T^2 / (4\pi^2))^{1/3}$, c'est-à-dire la racine cubique.

Unités : dans la formule, T est en secondes et r en mètres. Si l'on compare deux planètes du Soleil, on peut aussi écrire $T_1^2 / r_1^3 = T_2^2 / r_2^3$ avec n'importe quelles unités cohérentes (années et UA, par exemple), puisque seul le rapport compte.

5. Le satellite géostationnaire

Un satellite **géostationnaire** reste immobile pour un observateur terrestre : il est toujours à la verticale du même point de l'équateur. Il est très utilisé pour les télécommunications, la télévision et la météorologie (images continues d'une même zone).

Conditions nécessaires, dans le référentiel géocentrique :

- l'orbite est **circulaire** (mouvement uniforme, à distance constante de la Terre) ;
- l'orbite est dans le **plan de l'équateur** : le centre de l'orbite doit être le centre de la Terre, et le seul cercle centré en O qui reste au-dessus d'un même parallèle tout en tournant avec la Terre est l'équateur ;
- le satellite tourne **dans le même sens** que la Terre ;
- sa période est égale à la période de rotation de la Terre dans le référentiel géocentrique, le **jour sidéral** : $T = 86\,164\text{ s}$ (et non 24 h, durée du jour solaire, qui inclut le mouvement de la Terre autour du Soleil).

Calcul de l'altitude. D'après la troisième loi de Kepler :

$$r = (G \cdot M_T \cdot T^2 / (4\pi^2))^{1/3} \approx 4,22 \times 10^7 \text{ m, soit } h = r - R_T \approx 3,58 \times 10^4 \text{ km.}$$

Il n'existe donc qu'une seule orbite géostationnaire, à environ 36 000 km d'altitude. Un satellite géostationnaire ne peut pas survoler la France en permanence : il est au-dessus de l'équateur.

6. Impesanteur à bord d'un satellite

Dans la Station spatiale internationale, les objets flottent. Ce n'est pas parce que la gravitation est nulle ($g \approx 8,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ à 400 km), mais parce que la station et tout ce qu'elle contient ont la **même accélération**, $a \rightarrow = g \rightarrow$: ils sont en chute libre ensemble. Aucun objet ne presse sur le plancher ; on parle d'**impesanteur** (ou d'apesanteur apparente). C'est la même situation que dans un ascenseur en chute libre.

7. Les lois de Kepler

Au début du XVII^e siècle, Johannes Kepler énonce trois lois à partir des observations très précises de Tycho Brahé sur la planète Mars. Newton les démontrera ensuite à partir de sa loi de la gravitation. Elles s'appliquent aux planètes autour du Soleil (référentiel héliocentrique) et à tout satellite autour de son astre.

Rappel sur l'ellipse. Une ellipse est l'ensemble des points M tels que $MF + MF' = 2a$, où F et F' sont deux points fixes appelés **foyers** et a le **demi-grand axe**. Le cercle est l'ellipse particulière où F et F' sont confondus ($a = r$). Pour une orbite autour du Soleil, le point le plus proche du Soleil est le **périhélie**, le plus éloigné l'**aphélie** ; leurs distances au Soleil vérifient $r_p + r_a = 2a$. Autour de la Terre, on parle de **périgée** et d'**apogée**.

Première loi (loi des orbites). Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une **ellipse** dont le Soleil occupe l'un des **foyers**.

Deuxième loi (loi des aires). Le segment qui relie le Soleil à la planète balaie des **aires égales pendant des durées égales**.

Conséquence : la planète va **plus vite près du Soleil** (au périhélie) et **plus lentement loin du Soleil** (à l'aphélie). En effet, pendant une même durée Δt , l'aire balayée près du Soleil est un triangle étroit et allongé qui doit avoir la même aire qu'un triangle court et large loin du Soleil : l'arc parcouru près du Soleil est plus long. Au périhélie et à l'aphélie, la vitesse est perpendiculaire au rayon ; l'aire balayée pendant une courte durée Δt vaut alors $\frac{1}{2} \cdot r \cdot v \cdot \Delta t$, d'où :

$$r_p \cdot v_p = r_a \cdot v_a$$

Pour une orbite **circulaire**, la loi des aires impose une vitesse constante : on retrouve le mouvement uniforme du paragraphe 3.

Troisième loi (loi des périodes). Pour toutes les planètes du système solaire, le rapport du carré de la période de révolution au cube du demi-grand axe est le même :

$$T^2 / a^3 = \text{constante} = 4\pi^2 / (G \cdot M_S)$$

Pour une orbite circulaire, $a = r$ et l'on retrouve le résultat démontré au paragraphe 4. On admet qu'il reste vrai pour une ellipse, a étant le demi-grand axe.

Les trois lois de Kepler

orbites : ellipse, astre central à un foyer

aires : aires égales en durées égales, plus rapide au périhélie

périodes : T^2/a^3 identique pour tous les satellites d'un même astre

Repères complémentaires, sans séquence causale

Exemple court avec des unités astronomiques. Pour la Terre, $T = 1$ an et $a = 1$ UA, donc $T^2/a^3 = 1 \text{ an}^2 \cdot \text{UA}^{-3}$ pour toute planète du Soleil. Jupiter est à 5,20 UA : $T = \sqrt{(5,20)^3} \approx \sqrt{140,6} \approx 11,9$ ans.

Vérification graphique. Si l'on trace T^2 en fonction de a^3 pour plusieurs satellites d'un même astre, on obtient une droite passant par l'origine, de coefficient directeur $4\pi^2/(G \cdot M)$. On peut en déduire la masse de l'astre central.

Situation	Formule utile
Vitesse sur orbite circulaire	$v = \sqrt{(G \cdot M/r)}$
Période sur orbite circulaire	$T = 2\pi \cdot \sqrt{(r^3/(G \cdot M))}$
Masse de l'astre central	$M = 4\pi^2 \cdot r^3 / (G \cdot T^2)$
Comparer deux satellites d'un même astre	$T_1^2/a_1^3 = T_2^2/a_2^3$
Périhélie et aphélie	$r_p \cdot v_p = r_a \cdot v_a$

Exemples résolus

Exemple 1 : la Station spatiale internationale

La Station spatiale internationale (ISS) décrit une orbite supposée circulaire à l'altitude $h = 400$ km. Données : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6\,371 \text{ km}$. a) Préciser le référentiel d'étude et montrer que le mouvement est uniforme. b) Calculer la vitesse de l'ISS. c) Calculer sa période, puis le nombre de tours qu'elle effectue en un jour solaire de 24 h.

Résolution. a) Référentiel géocentrique, supposé galiléen. Seule force : la gravitation terrestre, dirigée vers le centre de la Terre. Dans le repère de Frenet, la deuxième loi donne $a_t = dv/dt = 0$: la valeur de la vitesse est constante, le mouvement est **circulaire uniforme**. b) $r = R_T + h = 6\,371 + 400 = 6\,771 \text{ km} =$

$6,771 \times 10^6 \text{ m}$. $G \cdot MT = 6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24} = 3,982 \times 10^{14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$. $v = \sqrt{(3,982 \times 10^{14} / 6,771 \times 10^6)} = \sqrt{(5,881 \times 10^7)} \approx 7,67 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit environ $27\,600 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. c) $T = 2\pi r/v = 2\pi \times 6,771 \times 10^6 / 7,669 \times 10^3 \approx 5,55 \times 10^3 \text{ s}$, soit environ $92,5 \text{ min}$. En $24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$: $86\,400 / 5\,548 \approx 15,6 \text{ tours}$.

Exemple 2 : l'orbite géostationnaire

a) Énoncer les conditions pour qu'un satellite soit géostationnaire. b) Calculer le rayon de son orbite et son altitude (mêmes données ; jour sidéral $T = 86\,164 \text{ s}$). c) Calculer sa vitesse dans le référentiel géocentrique.

Résolution. a) Orbite circulaire, dans le plan de l'équateur, parcourue dans le sens de rotation de la Terre, avec une période égale au jour sidéral. b) Troisième loi de Kepler : $r^3 = G \cdot MT \cdot T^2 / (4\pi^2) = 3,982 \times 10^{14} \times (86\,164)^2 / (4\pi^2) = 3,982 \times 10^{14} \times 7,424 \times 10^9 / 39,48 \approx 7,488 \times 10^{22} \text{ m}^3$. Donc $r = (7,488 \times 10^{22})^{1/3} \approx 4,22 \times 10^7 \text{ m}$ ($42\,150 \text{ km}$). Altitude : $h = 42\,150 - 6\,371 \approx 3,58 \times 10^4 \text{ km}$. c) $v = 2\pi r/T = 2\pi \times 4,215 \times 10^7 / 86\,164 \approx 3,07 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vérification : $\sqrt{(G \cdot MT/r)} = \sqrt{(3,982 \times 10^{14} / 4,215 \times 10^7)} = \sqrt{(9,447 \times 10^6)} \approx 3,07 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Exemple 3 : peser Jupiter grâce à Io

Io, satellite de Jupiter, décrit une orbite quasi circulaire de rayon $r = 4,22 \times 10^8 \text{ m}$ en $T = 1,769 \text{ jour}$. Calculer la masse de Jupiter.

Résolution. Référentiel « jupitérocentrique » (centre de Jupiter, axes vers des étoiles lointaines), supposé galiléen ; seule force : l'attraction de Jupiter. Troisième loi de Kepler : $T^2/r^3 = 4\pi^2/(G \cdot MJ)$, donc $MJ = 4\pi^2 \cdot r^3 / (G \cdot T^2)$. Conversion : $T = 1,769 \times 86\,400 \approx 1,528 \times 10^5 \text{ s}$, $T^2 \approx 2,336 \times 10^{10} \text{ s}^2$. $r^3 = (4,22 \times 10^8)^3 \approx 7,515 \times 10^{25} \text{ m}^3$. $MJ = 39,48 \times 7,515 \times 10^{25} / (6,67 \times 10^{-11} \times 2,336 \times 10^{10}) = 2,967 \times 10^{27} / 1,558 \approx 1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$, soit environ 318 fois la masse de la Terre.

Méthodes et pièges

- Méthode type : référentiel (géocentrique ou héliocentrique), bilan (gravitation seule), deuxième loi dans le repère de Frenet, projection sur $t \rightarrow$ (mouvement uniforme) puis sur $n \rightarrow$ (vitesse).
- Le rayon de l'orbite est $r = R + h$: n'oublie jamais d'ajouter le rayon de l'astre à l'altitude, et convertis les km en m.
- Dans $T^2 = 4\pi^2 r^3 / (GM)$, T est en secondes : convertis les jours ($\times 86\,400$) et les années.
- La masse du satellite disparaît des résultats : si un énoncé te la donne, elle sert à calculer une force ou une énergie, pas la vitesse ni la période.
- « Vitesse constante » ne veut pas dire « accélération nulle » : l'accélération d'un satellite est centripète, de valeur GM/r^2 .
- Géostationnaire : période égale au jour sidéral ($86\,164 \text{ s}$), orbite équatoriale. Un satellite à 24 h de période sur une orbite inclinée n'est pas géostationnaire.
- Pour comparer deux planètes du Soleil, travaille en années et en UA : $T^2/a^3 = 1$ évite de manipuler G et MS .
- Pour calculer une racine cubique à la calculatrice, utilise la puissance $1/3$ avec des parenthèses : $(7,488E22)^{1/3}$.
- Loi des aires : la vitesse est maximale au périhélie, minimale à l'aphélie. Ne l'applique pas sous la forme $rp \cdot vp = ra \cdot va$ en d'autres points de l'orbite.

Vers le PASS

Le mouvement des satellites n'est pas en soi un objet d'étude en PASS, mais il entraîne des réflexes qui y servent sans cesse : appliquer la deuxième loi de Newton dans le repère de Frenet, reconnaître une accélération centripète, manipuler des lois en puissance (T proportionnel à $r^{3/2}$, champ en $1/r^2$) et raisonner en proportions sans calculatrice, ce qui est exactement l'esprit des QCM. La même structure mathématique (force centrale en $1/r^2$) se retrouve en électrostatique avec la loi de Coulomb, qui gouverne les interactions entre ions, le modèle planétaire de l'atome et les énergies de liaison. Enfin, l'impesanteur et l'accélération centripète éclairent la physiologie spatiale et la centrifugation, souvent évoquées en biophysique.

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Calculer la valeur de la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur la Lune. Données : $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$; $M_L = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$; distance entre les centres $d = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$.
2. a) Calculer la valeur du champ de gravitation terrestre au sol, g_0 ($R_T = 6\,371 \text{ km}$). b) Sans nouvelle donnée, en déduire sa valeur à l'altitude $h = R_T$. c) À quelle distance du centre de la Terre le champ vaut-il $g_0/9$?
3. Un satellite d'observation décrit une orbite circulaire à 800 km d'altitude. Calculer sa vitesse et sa période ($G\cdot M_T = 3,98 \times 10^{14} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-2}$; $R_T = 6\,371 \text{ km}$).
4. Mars tourne autour du Soleil sur une orbite de demi-grand axe $1,52 \text{ UA}$. En utilisant la troisième loi de Kepler et les données de la Terre (1 an , 1 UA), calculer la période de révolution de Mars en années, puis en jours ($1 \text{ an} = 365,25 \text{ jours}$).
5. Une comète décrit autour du Soleil une ellipse très allongée. a) Où se trouve le Soleil ? b) En quel point de l'orbite la comète va-t-elle le plus vite ? Justifier par une loi de Kepler. c) Son mouvement est-il uniforme ?

Niveau 2 : type bac

6. Les satellites du système GPS décrivent des orbites circulaires de période $T = 11 \text{ h } 58 \text{ min}$. a) Convertir T en secondes. b) Calculer le rayon de leur orbite et leur altitude. c) Calculer leur vitesse de deux façons. d) Ces satellites sont-ils géostationnaires ? Justifier. Données : $G\cdot M_T = 3,982 \times 10^{14} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-2}$; $R_T = 6\,371 \text{ km}$.
7. La Terre décrit autour du Soleil une orbite quasi circulaire de rayon $r = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$ en $T = 3,156 \times 10^7 \text{ s}$. a) Préciser le référentiel d'étude. b) Calculer la masse du Soleil. c) Calculer la vitesse de la Terre sur son orbite. d) Vénus orbite à $1,08 \times 10^{11} \text{ m}$ du Soleil : calculer sa période en jours, sans utiliser G .
8. La Lune décrit autour de la Terre une orbite quasi circulaire de rayon $3,84 \times 10^8 \text{ m}$. a) Calculer sa période de révolution prévue par la troisième loi de Kepler ($G\cdot M_T = 3,982 \times 10^{14} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-2}$), en jours. b) Comparer à la valeur mesurée, $27,3 \text{ jours}$. c) Calculer la vitesse de la Lune à partir de la période mesurée. d) Calculer la valeur de son accélération et la comparer au champ de gravitation terrestre à cette distance.

9. Deux satellites A et B tournent autour de la Terre sur des orbites circulaires de rayons r_A et $r_B = 4 \cdot r_A$. a) Exprimer v_B en fonction de v_A et T_B en fonction de T_A . b) A est à 300 km d'altitude ; calculer r_A , r_B , puis v_A , v_B , T_A et T_B ($G \cdot M_T = 3,98 \times 10^{14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$; $R_T = 6\,371 \text{ km}$). c) Lequel des deux subit l'accélération la plus grande ? Dans quel rapport ?

Niveau 3 : vers le PASS

10. a) Montrer que la période d'un satellite en orbite circulaire rasante ($r \approx R_T$) s'écrit $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{R_T/g_0}$, avec g_0 le champ au sol. b) Calculer T_0 ($g_0 = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $R_T = 6\,371 \text{ km}$). c) Expliquer pourquoi aucun satellite de la Terre en orbite circulaire ne peut avoir une période inférieure à T_0 .
11. Le tableau donne le rayon a de l'orbite et la période T de quatre satellites de Jupiter : Io, $a = 4,22 \times 10^8 \text{ m}$, $T = 1,769 \text{ jour}$; Europe, $a = 6,71 \times 10^8 \text{ m}$, $T = 3,551 \text{ jours}$; Ganymède, $a = 1,070 \times 10^9 \text{ m}$, $T = 7,155 \text{ jours}$; Callisto, $a = 1,883 \times 10^9 \text{ m}$, $T = 16,69 \text{ jours}$. a) Calculer T^2/a^3 pour chaque satellite (T en s). b) Conclure. c) En déduire la masse de Jupiter ($G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$).
12. La comète de Halley passe à $r_p = 0,586 \text{ UA}$ du Soleil au périhélie et à $r_a = 35,1 \text{ UA}$ à l'aphélie. Sa vitesse au périhélie vaut $v_p = 54,5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. a) Calculer sa vitesse à l'aphélie. b) Calculer le demi-grand axe de son orbite. c) Calculer sa période de révolution en années.
13. Vrai ou faux ? Justifier. A) La vitesse d'un satellite en orbite circulaire dépend de sa masse. B) Un satellite géostationnaire peut rester à la verticale de Paris. C) Si le rayon de l'orbite est multiplié par 4, la période est multipliée par 8. D) Un satellite en mouvement circulaire uniforme a une accélération nulle. E) Les astronautes de l'ISS flottent parce que la gravitation terrestre est nulle à 400 km d'altitude.

Corrigés

1. $F = G \cdot M_T \cdot M_L / d^2 = 6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24} \times 7,35 \times 10^{22} / (3,84 \times 10^8)^2$. Numérateur : $3,982 \times 10^{14} \times 7,35 \times 10^{22} \approx 2,927 \times 10^{37}$. Dénominateur : $1,475 \times 10^{17}$. $F \approx 1,98 \times 10^{20} \text{ N}$. La Lune exerce sur la Terre une force de même valeur, de sens opposé.
2. a) $g_0 = G \cdot M_T / R_T^2 = 3,982 \times 10^{14} / (6,371 \times 10^6)^2 = 3,982 \times 10^{14} / 4,059 \times 10^{13} \approx 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- b) À $h = R_T$, $r = 2R_T$: $g = G \cdot M_T / (2R_T)^2 = g_0/4 \approx 2,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. c) $g = g_0/9$ si $r^2 = 9R_T^2$, soit $r = 3R_T \approx 1,91 \times 10^4 \text{ km}$ (altitude $2R_T$).
3. $r = 6\,371 + 800 = 7\,171 \text{ km} = 7,171 \times 10^6 \text{ m}$. $v = \sqrt{G \cdot M_T / r} = \sqrt{3,98 \times 10^{14} / 7,171 \times 10^6} = \sqrt{5,55 \times 10^7} \approx 7,45 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. $T = 2\pi r / v = 2\pi \times 7,171 \times 10^6 / 7,45 \times 10^3 \approx 6,05 \times 10^3 \text{ s}$, soit environ 101 min.
4. Même astre attracteur : T^2/a^3 est le même pour la Terre et Mars. Avec la Terre : $1 \text{ an}^2 / 1 \text{ UA}^3$. Donc $T(\text{Mars})^2 = 1,52^3 = 3,512$ et $T(\text{Mars}) = \sqrt{3,512} \approx 1,87 \text{ an}$, soit $1,874 \times 365,25 \approx 684 \text{ jours}$ (valeur réelle 687 j ; l'écart vient de l'arrondi de 1,52).
5. a) Le Soleil occupe l'un des foyers de l'ellipse (première loi de Kepler).
- b) Au périhélie, point le plus proche du Soleil : d'après la loi des aires, des aires égales sont balayées en des durées égales ; près du Soleil, le rayon est court, l'arc parcouru doit donc être plus long, la vitesse plus grande. c) Non : la valeur de la vitesse varie le long de l'orbite. Seule une orbite circulaire donne un mouvement uniforme.
6. a) $T = 11 \times 3600 + 58 \times 60 = 39\,600 + 3\,480 = 43\,080 \text{ s}$.
- b) $r^3 = G \cdot M_T \cdot T^2 / (4\pi^2) = 3,982 \times 10^{14} \times (43\,080)^2 / 39,48 = 3,982 \times 10^{14} \times 1,856 \times 10^9 / 39,48 \approx 1,872 \times 10^{22} \text{ m}^3$. $r = (1,872 \times 10^{22})^{1/3} \approx 2,66 \times 10^7 \text{ m}$ (26 550 km). $h = 26\,550 - 6\,371 \approx 2,02 \times 10^4 \text{ km}$. c) $v = 2\pi r / T = 2\pi \times 2,655$



$\times 10^7 / 43\,080 \approx 3,87 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ou $v = \sqrt{(G \cdot MT/r)} = \sqrt{(3,982 \times 10^{14} / 2,655 \times 10^7)} = \sqrt{(1,500 \times 10^7)} \approx 3,87 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. d) **Non** : leur période (environ un demi-jour sidéral) n'est pas égale au jour sidéral ; ils font deux tours pendant que la Terre en fait un. Leurs orbites sont d'ailleurs inclinées sur l'équateur.

7. a) **Référentiel héliocentrique**, supposé galiléen.

b) $MS = 4\pi^2 \cdot r^3 / (G \cdot T^2) = 39,48 \times (1,50 \times 10^{11})^3 / (6,67 \times 10^{-11} \times (3,156 \times 10^7)^2) = 39,48 \times 3,375 \times 10^{33} / (6,67 \times 10^{-11} \times 9,960 \times 10^{14}) = 1,332 \times 10^{35} / 6,643 \times 10^4 \approx 2,01 \times 10^{30} \text{ kg}$. c) $v = 2\pi r / T = 2\pi \times 1,50 \times 10^{11} / 3,156 \times 10^7 \approx 2,99 \times 10^4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (près de $30 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$). d) Troisième loi : $T(\text{Vénus})/T(\text{Terre}) = (r(\text{Vénus})/r(\text{Terre}))^{3/2} = (1,08/1,50)^{3/2} = 0,72^{3/2} = \sqrt{0,3732} \approx 0,611$. $T(\text{Vénus}) \approx 0,611 \times 365,25 \approx 223 \text{ jours}$ (valeur réelle 225 j).

8. a) $T = 2\pi \cdot \sqrt{(r^3/(G \cdot MT))}$. $r^3 = (3,84 \times 10^8)^3 \approx 5,662 \times 10^{25} \text{ m}^3$; $r^3/(G \cdot MT) = 5,662 \times 10^{25} / 3,982 \times 10^{14} \approx 1,422 \times 10^{11} \text{ s}^2$; racine $\approx 3,771 \times 10^5 \text{ s}$; $T \approx 2,369 \times 10^6 \text{ s}$, soit $2,369 \times 10^6 / 86\,400 \approx 27,4 \text{ jours}$.

b) Écart avec 27,3 j : $(27,4 - 27,3)/27,3 \approx 0,4 \%$. Le modèle (orbite circulaire, Terre fixe, Soleil négligé) est **très satisfaisant**. c) $T = 27,3 \times 86\,400 \approx 2,359 \times 10^6 \text{ s}$. $v = 2\pi r / T = 2\pi \times 3,84 \times 10^8 / 2,359 \times 10^6 \approx 1,02 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. d) $a = v^2/r = (1,023 \times 10^3)^2 / 3,84 \times 10^8 \approx 2,73 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Champ à cette distance : $g = G \cdot MT/r^2 = 3,982 \times 10^{14} / 1,475 \times 10^{17} \approx 2,70 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Les deux valeurs sont égales à 1 % près : c'est bien la gravitation terrestre qui « courbe » l'orbite de la Lune (raisonnement historique de Newton).

9. a) $v = \sqrt{(G \cdot MT/r)}$: $v_B = v_A / \sqrt{4} = v_A/2$. T proportionnel à $r^{3/2}$: $T_B = 4^{3/2} \cdot T_A = 8 \cdot T_A$.

b) $r_A = 6\,371 + 300 = 6\,671 \text{ km} = 6,671 \times 10^6 \text{ m}$; $r_B = 4 \times 6,671 \times 10^6 \approx 2,668 \times 10^7 \text{ m}$. $v_A = \sqrt{(3,98 \times 10^{14} / 6,671 \times 10^6)} = \sqrt{(5,966 \times 10^7)} \approx 7,72 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_B \approx 3,86 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. $T_A = 2\pi \times 6,671 \times 10^6 / 7,724 \times 10^3 \approx 5,43 \times 10^3 \text{ s}$ (90,4 min) ; $T_B = 8 \times T_A \approx 4,34 \times 10^4 \text{ s}$ (12,1 h). c) $a = G \cdot MT/r^2$: A, plus proche, subit l'accélération la plus grande ; $a_A/a_B = (r_B/r_A)^2 = 16$.

10. a) Orbite rasante : $r = RT$, donc $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{(RT^3/(G \cdot MT))}$. Avec $G \cdot MT = g_0 \cdot RT^2$: $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{(RT^3/(g_0 \cdot RT^2))} = 2\pi \cdot \sqrt{(RT/g_0)}$.

b) $T_0 = 2\pi \times \sqrt{(6,371 \times 10^6 / 9,81)} = 2\pi \times \sqrt{(6,494 \times 10^5)} \approx 2\pi \times 805,9 \approx 5,06 \times 10^3 \text{ s}$, soit environ 84 min. c) $T = 2\pi \cdot \sqrt{(r^3 / (G \cdot M_T))}$ est une fonction croissante de r , et r ne peut pas être inférieur à R_T (sinon le satellite heurterait le sol ; en pratique l'atmosphère impose r nettement plus grand). Donc $T \geq T_0 \approx 84 \text{ min}$ pour tout satellite en orbite circulaire. L'ISS (92,5 min) est proche de cette limite.

11. a) Io : $T = 1,769 \times 86\,400 = 1,528 \times 10^5 \text{ s}$; $T^2 = 2,336 \times 10^{10} \text{ s}^2$; $a^3 = 7,515 \times 10^{25} \text{ m}^3$; $T^2/a^3 \approx 3,11 \times 10^{-16} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$.

Europe : $T = 3,068 \times 10^5 \text{ s}$; $T^2 = 9,413 \times 10^{10}$; $a^3 = 3,021 \times 10^{26}$; $T^2/a^3 \approx 3,12 \times 10^{-16} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$. Ganymède : $T = 6,182 \times 10^5 \text{ s}$; $T^2 = 3,822 \times 10^{11}$; $a^3 = 1,225 \times 10^{27}$; $T^2/a^3 \approx 3,12 \times 10^{-16} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$. Callisto : $T = 1,442 \times 10^6 \text{ s}$; $T^2 = 2,079 \times 10^{12}$; $a^3 = 6,677 \times 10^{27}$; $T^2/a^3 \approx 3,11 \times 10^{-16} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$. b) Le rapport est constant (écarts inférieurs à 0,4 %) : la **troisième loi de Kepler** est vérifiée pour les satellites de Jupiter. Valeur moyenne $k \approx 3,115 \times 10^{-16} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$. c) $k = 4\pi^2 / (G \cdot M_J)$, donc $M_J = 4\pi^2 / (G \cdot k) = 39,48 / (6,67 \times 10^{-11} \times 3,115 \times 10^{-16}) = 39,48 / 2,078 \times 10^{-26} \approx 1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$, cohérent avec l'exemple 3.

12. a) Loi des aires au périhélie et à l'aphélie : $r_p \cdot v_p = r_a \cdot v_a$, donc $v_a = v_p \cdot r_p / r_a = 54,5 \times 0,586 / 35,1 \approx 0,910 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ (les unités de distance se simplifient, inutile de convertir les UA).

b) $2a = r_p + r_a = 0,586 + 35,1 = 35,686 \text{ UA}$, donc $a \approx 17,8 \text{ UA}$. c) Troisième loi avec les données terrestres : $T^2 = a^3$ (T en années, a en UA). $a^3 = 17,843^3 \approx 5\,681$, donc $T = \sqrt{5\,681} \approx 75,4 \text{ ans}$ (valeur observée : environ 76 ans).

13. A) **Faux** : $v = \sqrt{(G \cdot M / r)}$ ne fait intervenir que la masse M de l'astre, pas celle du satellite.

B) **Faux** : un satellite géostationnaire est forcément dans le plan de l'équateur ; Paris est à environ 49° de latitude nord. C) **Vrai** : T est proportionnel à $r^{3/2}$, et $4^{3/2} = 8$. D) **Faux** : la direction de la vitesse change ; l'accélération est centripète, de valeur $v^2/r = G \cdot M / r^2$. E) **Faux** : à 400 km, $g \approx 8,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, soit près de 90 % de sa valeur au sol. Les astronautes flottent parce qu'ils sont en chute libre avec la station (même accélération $g \rightarrow$).

Mécanique des fluides

COURS • P11 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	8
Méthodes et pièges	9
Vers le PASS	9
Exercices	9
Corrigés	11

Ce que tu dois savoir faire

- Définir et calculer une masse volumique et une densité, en convertissant correctement les volumes (L, mL, cm^3 , m^3).
- Définir la pression, relier force pressante, pression et surface, et convertir les unités usuelles (Pa, hPa, bar, mmHg).
- Énoncer et exploiter la loi fondamentale de la statique des fluides pour un fluide incompressible au repos.
- Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède, en donner les caractéristiques (direction, sens, valeur) et l'utiliser pour étudier la flottaison.
- Définir le débit volumique, le relier à la section et à la vitesse moyenne d'écoulement, et passer au débit massique.
- Exploiter la conservation du débit volumique pour un fluide incompressible en écoulement permanent.
- Énoncer la relation de Bernoulli avec ses conditions de validité et l'appliquer entre deux points d'une ligne de courant.
- Expliquer l'effet Venturi et l'exploiter pour mesurer une vitesse ou un débit.
- Repérer les limites du modèle du fluide parfait (viscosité, turbulence) dans une situation concrète.

Cours

1. Le fluide, sa masse volumique et sa densité

Un **fluide** est un milieu matériel qui se déforme et s'écoule sous l'effet de forces même faibles, et qui épouse la forme du récipient qui le contient. Les liquides et les gaz sont des fluides. À l'échelle microscopique, un fluide est formé d'entités (molécules, atomes, ions) en mouvement désordonné permanent. À l'échelle macroscopique, on le décrit par des grandeurs moyennes définies en chaque point : masse volumique, pression, température, vitesse d'écoulement.

La **masse volumique** ρ d'un échantillon de masse m occupant un volume V est :

$$\rho = m / V, \text{ avec } m \text{ en kg, } V \text{ en m}^3 \text{ et } \rho \text{ en kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$

Ordres de grandeur à connaître : eau liquide $1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; eau de mer environ $1,03 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; sang environ $1,06 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; mercure $13,6 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; glace $917 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; air à 20°C et sous 1 bar environ $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Un gaz est environ mille fois moins dense qu'un liquide, car ses entités sont beaucoup plus espacées.

Conversions utiles : $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$; $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$; $1 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3} = 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} = 1 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$.

La **densité** d d'un liquide ou d'un solide est le rapport de sa masse volumique à celle de l'eau : $d = \rho / \rho(\text{eau})$. C'est un nombre sans unité. Une densité supérieure à 1 signifie que le corps est plus dense que l'eau.

Un fluide est dit **incompressible** si sa masse volumique ne dépend pas de la pression. Les liquides sont très peu compressibles et seront toujours modélisés ainsi dans ce chapitre. Les gaz sont compressibles, mais sur des hauteurs de quelques mètres et pour des vitesses modérées, leur masse volumique varie peu et on peut aussi les traiter comme incompressibles.

2. La pression et la force pressante

Un fluide au contact d'une paroi exerce sur elle une action mécanique répartie. Sur une petite surface plane d'aire S , cette action se modélise par une **force pressante** $\vec{F}$:

- perpendiculaire à la surface ;
- orientée du fluide vers la paroi ;
- de valeur $F = P \times S$.

La **pression** P est donc la valeur de la force pressante par unité de surface :

$$P = F / S, \text{ avec } F \text{ en N, } S \text{ en m}^2 \text{ et } P \text{ en pascal (Pa). } 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}.$$

Unités usuelles : $1 \text{ hPa} = 10^2 \text{ Pa}$; $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$; la pression atmosphérique normale vaut $P(\text{atm}) = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1\,013 \text{ hPa}$; 1 mmHg (millimètre de mercure) vaut environ $133,3 \text{ Pa}$, donc 760 mmHg correspondent à $1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$. Le mmHg reste l'unité de la pression artérielle en médecine.

Interprétation microscopique. La pression résulte des innombrables chocs des entités du fluide sur la paroi. Chaque choc transfère une petite quantité de mouvement ; la somme de ces transferts par unité de temps et de surface est la pression. Plus les entités sont nombreuses par unité de volume et rapides (donc plus la température est élevée), plus la pression est grande.

Pression absolue et pression relative. La pression définie ci-dessus est la pression absolue. Beaucoup d'appareils (manomètre de pneu, tensiomètre) mesurent une **pression relative**, c'est-à-dire l'écart à la pression atmosphérique : $P(\text{relative}) = P - P(\text{atm})$. Une pression artérielle « de 120 mmHg » est une pression relative : la pression absolue du sang vaut alors $760 + 120 = 880 \text{ mmHg}$.

Une pression est une grandeur scalaire, définie en chaque point du fluide, indépendante de l'orientation de la surface qu'on y place. C'est la force pressante, elle, qui est un vecteur.

Exemple court : la pression atmosphérique exerce sur une feuille A4 posée à plat ($S = 0,210 \text{ m} \times 0,297 \text{ m} = 6,24 \times 10^{-2} \text{ m}^2$) une force $F = 1,013 \times 10^5 \times 6,24 \times 10^{-2} \approx 6,3 \times 10^3 \text{ N}$, soit le poids d'une masse de plus de 600 kg. La feuille ne s'envole ni ne s'écrase, car l'air exerce une force égale et opposée sur sa face inférieure.

3. La loi fondamentale de la statique des fluides

Énoncé. Dans un fluide incompressible de masse volumique ρ , au repos, dans le champ de pesanteur uniforme g , la pression en deux points 1 et 2 d'altitudes z_1 et z_2 (axe Oz vertical orienté vers le haut) vérifie :

$$P_2 - P_1 = \rho \times g \times (z_1 - z_2)$$

On l'écrit aussi $P + \rho g z = \text{constante}$ dans tout le fluide. Si l'on repère plutôt la profondeur h sous la surface libre, où règne la pression $P(\text{atm})$, alors $P(h) = P(\text{atm}) + \rho g h$.

Démonstration. On isole par la pensée un cylindre de fluide vertical, de section S , compris entre les altitudes z_2 (base) et z_1 (sommet), avec $z_1 > z_2$. Ce cylindre est au repos : la somme des forces qui s'exercent sur lui est nulle (principe d'inertie). Les forces sont :

- son poids, vertical vers le bas, de valeur $m g = \rho S (z_1 - z_2) g$;
- la force pressante sur la face supérieure, vers le bas, de valeur $P_1 S$;
- la force pressante sur la face inférieure, vers le haut, de valeur $P_2 S$;
- les forces pressantes sur la paroi latérale, horizontales, qui se compensent deux à deux.

En projection sur l'axe vertical orienté vers le haut : $P_2 S - P_1 S - \rho S (z_1 - z_2) g = 0$, d'où $P_2 - P_1 = \rho g (z_1 - z_2)$. La pression augmente donc quand on descend.

Conséquences.

- Deux points d'un même fluide au repos situés à la même altitude ont la même pression : les surfaces isobares sont des plans horizontaux. La surface libre d'un liquide au repos est horizontale.
- Dans des **vases communicants** contenant un même liquide, les surfaces libres sont au même niveau, quelle que soit la forme des récipients.
- Dans l'eau, une profondeur d'environ 10 m ajoute une pression d'environ 1 bar : $\rho g h = 1,00 \times 10^3 \times 9,81 \times 10,0 = 9,81 \times 10^4 \text{ Pa}$.
- Toute variation de pression imposée en un point d'un liquide incompressible au repos se transmet intégralement en tout point : c'est le principe de Pascal, utilisé dans les freins et les vérins hydrauliques.
- Dans un gaz, ρ est si faible que la pression varie très peu sur quelques mètres : dans l'air, 10 m de dénivelé changent la pression d'environ $1,2 \times 9,81 \times 10 \approx 1,2 \times 10^2 \text{ Pa}$, soit à peine plus d'un millième de bar. On considère donc la pression uniforme dans un récipient de gaz de taille ordinaire.

Le baromètre de Torricelli. Un tube rempli de mercure, retourné sur une cuve de mercure, se vide partiellement : au-dessus du mercure règne un quasi-vide ($P \approx 0$). La loi fondamentale entre la surface de la cuve ($P(\text{atm})$) et le sommet de la colonne donne $P(\text{atm}) = \rho(Hg) g h$, soit $h = 1,013 \times 10^5 / (13,6 \times 10^3 \times 9,81) \approx 0,759 \text{ m}$. C'est l'origine de l'unité mmHg.

Le manomètre en U. Un tube en U contenant un liquide de masse volumique ρ , relié d'un côté à un gaz à la pression P et ouvert de l'autre à l'air, présente une dénivellation h telle que $P - P(\text{atm}) = \rho g h$. Mesurer h revient à mesurer la pression relative.

Loi fondamentale en pratique

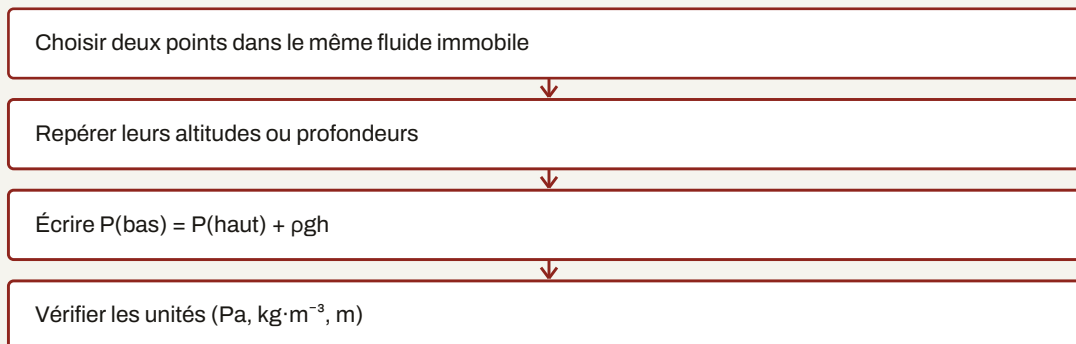


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

4. La poussée d'Archimède

Énoncé. Tout corps immergé, totalement ou partiellement, dans un fluide au repos subit de la part de ce fluide une force appelée **poussée d'Archimède** $\vec{\Pi}$, qui est :

- verticale, dirigée vers le haut ;
- de valeur égale au poids du fluide déplacé : $\Pi = \rho(\text{fluide}) \times V(\text{immergé}) \times g$;
- appliquée au centre de la partie immergée (centre de poussée).

Vectoriellement : $\vec{\Pi} = - \rho(\text{fluide}) \times V(\text{immergé}) \times \vec{g}$.

Attention : ρ est la masse volumique du FLUIDE, et V le volume de la partie IMMERGÉE du corps, pas son volume total s'il flotte.

Origine. La poussée d'Archimède est la résultante des forces pressantes exercées par le fluide sur toute la surface du corps. Pour un cylindre vertical de section S et de hauteur H totalement immergé, les forces latérales se compensent ; la face du bas, plus profonde de H , subit une pression plus grande que la face du haut. La résultante vaut $(P(\text{bas}) - P(\text{haut})) \times S = \rho g H \times S = \rho V g$, vers le haut. On retrouve exactement le poids du fluide qui occuperait ce volume. Ce raisonnement se généralise à une forme quelconque. Pour un liquide incompressible, la poussée ne dépend donc pas de la profondeur à laquelle se trouve un corps totalement immergé.

Flotter ou couler. Un corps de masse volumique $\rho(\text{corps})$, lâché sans vitesse et totalement immergé, subit son poids $\rho(\text{corps}) V g$ et la poussée $\rho(\text{fluide}) V g$:

- si $\rho(\text{corps}) > \rho(\text{fluide})$, le poids l'emporte : le corps coule ;
- si $\rho(\text{corps}) < \rho(\text{fluide})$, la poussée l'emporte : le corps remonte puis flotte en partie émergé ;
- si $\rho(\text{corps}) = \rho(\text{fluide})$, le corps reste en équilibre à toute profondeur (cas recherché par un plongeur bien lesté ou par un poisson grâce à sa vessie natatoire).

Équilibre de flottaison. À l'équilibre, poids et poussée se compensent : $\rho(\text{corps}) V(\text{total}) g = \rho(\text{fluide}) V(\text{immergé}) g$. La **fraction immergée** vaut donc :

$$V(\text{immergé}) / V(\text{total}) = \rho(\text{corps}) / \rho(\text{fluide}).$$

Exemple : un iceberg ($\rho = 917 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) dans l'eau de mer ($\rho = 1\,025 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) est immergé à $917 / 1\,025 \approx 0,895$, soit environ 89 % de son volume ; seule une partie d'environ 11 % dépasse.

Dans l'air, la poussée d'Archimède existe aussi, mais elle est en général négligeable devant le poids d'un solide ou d'un liquide (rapport de l'ordre de $1,2 / 1\,000$). Elle devient décisive pour les ballons gonflés à l'hélium ou à l'air chaud, dont la masse volumique moyenne est inférieure à celle de l'air environnant.

Poids apparent. Un corps immergé suspendu à un dynamomètre semble plus léger : le dynamomètre indique $P(\text{apparent}) = P - \Pi$. Cette mesure permet de déterminer le volume d'un objet de forme irrégulière, donc sa masse volumique.

5. Écoulement d'un fluide : débit et conservation du débit

On étudie maintenant un fluide **en mouvement**. On se limite à un **écoulement permanent** (ou stationnaire) : en chaque point fixe de l'espace, la vitesse, la pression et la masse volumique ne dépendent pas du temps. Les **lignes de courant** sont des lignes tangentes en chaque point au vecteur vitesse du fluide ; en régime permanent, elles coïncident avec les trajectoires des particules de fluide. Un faisceau de lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé forme un **tube de courant**, que le fluide ne traverse pas latéralement. Une canalisation en est un exemple.

Débit volumique. Le débit volumique $D(v)$ à travers une section est le volume de fluide qui la traverse par unité de temps :

$$D(v) = V / \Delta t, \text{ en } m^3 \cdot s^{-1}.$$

Si le fluide traverse une section droite d'aire S à la vitesse moyenne v (perpendiculaire à la section), le volume qui passe pendant Δt est celui d'un cylindre de base S et de longueur $v \Delta t$. D'où :

$$D(v) = S \times v$$

Débit massique. $D(m) = m / \Delta t = \rho \times D(v)$, en $kg \cdot s^{-1}$.

Conservation du débit. En régime permanent, la masse de fluide contenue dans une portion de canalisation entre deux sections 1 et 2 ne varie pas : la masse qui entre pendant Δt est égale à celle qui sort. Le débit massique se conserve : $\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$. Si de plus le fluide est incompressible ($\rho_1 = \rho_2$), c'est le débit volumique qui se conserve :

$$S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2$$

Conséquence : là où la canalisation se rétrécit, le fluide accélère ; là où elle s'élargit, il ralentit. Si le diamètre est divisé par 2, la section est divisée par 4 ($S = \pi d^2 / 4$) et la vitesse est multipliée par 4. On le constate en pinçant l'extrémité d'un tuyau d'arrosage.

S'il y a des ramifications, le débit entrant est égal à la somme des débits sortants. Dans l'appareil circulatoire, le débit cardiaque (environ $5 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ au repos) traverse l'aorte puis se répartit entre des milliards de capillaires. Leur section totale étant bien plus grande que celle de l'aorte, le sang y circule beaucoup plus lentement, ce qui laisse le temps aux échanges.

Section de la canalisation

Elle diminue : la vitesse augmente

Elle augmente : la vitesse diminue

Repères complémentaires, sans séquence causale

6. La relation de Bernoulli

Conditions de validité. On considère un **fluide parfait** (sa viscosité, c'est-à-dire ses frottements internes, est négligée), **incompressible**, en **écoulement permanent**, dans le champ de pesanteur. Alors, le long d'une ligne de courant :

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{constante}$$

Entre deux points 1 et 2 d'une même ligne de courant :

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

avec P en Pa, ρ en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, v en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, z en m (axe vertical vers le haut), g en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Sens physique. Chaque terme est homogène à une pression, c'est-à-dire à une énergie par unité de volume ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2} = 1 \text{ J}\cdot\text{m}^{-3}$) :

- $\frac{1}{2} \rho v^2$ est l'énergie cinétique par unité de volume (on l'appelle pression dynamique) ;
- $\rho g z$ est l'énergie potentielle de pesanteur par unité de volume ;
- P représente le travail des forces de pression par unité de volume.

La relation de Bernoulli traduit donc la **conservation de l'énergie mécanique** d'un volume de fluide qui se déplace le long d'une ligne de courant, en l'absence de frottements. Pour la justifier, on suit une petite tranche de fluide de volume V : entre l'entrée et la sortie d'un tube de courant, la variation de son énergie mécanique $\frac{1}{2} m v^2 + m g z$ est égale au travail des forces pressantes exercées par le fluide en amont (qui pousse) et en aval (qui retient), soit $(P_1 - P_2) V$. En divisant par V et en utilisant $m = \rho V$, on obtient la relation.

Cas particuliers.

- **Fluide au repos** ($v_1 = v_2 = 0$) : on retrouve $P_1 + \rho g z_1 = P_2 + \rho g z_2$, la loi fondamentale de la statique.
- **Vidange d'un réservoir (formule de Torricelli).** Un grand réservoir ouvert, dont la surface libre est à la hauteur h au-dessus d'un petit orifice, se vide. Entre la surface libre ($P(\text{atm})$, vitesse quasi nulle car le réservoir est large, altitude h) et le jet à la sortie ($P(\text{atm})$, vitesse v , altitude 0) : $P(\text{atm}) + \rho g h = P(\text{atm}) + \frac{1}{2} \rho v^2$. D'où $v = \sqrt{2gh}$: la vitesse du jet est celle d'un objet tombé en chute libre de la hauteur h .

Limites. Un fluide réel est visqueux : une partie de l'énergie mécanique est dissipée par frottement, surtout dans les conduites longues et étroites. On parle de **perte de charge**. La relation de Bernoulli reste une bonne approximation pour des écoulements rapides sur de courtes distances (jet, rétrécissement, aile d'avion), mais elle échoue dans les petits vaisseaux sanguins, où la viscosité domine. Elle ne s'applique pas non plus aux écoulements turbulents, où le régime n'est plus permanent.

7. L'effet Venturi et ses applications

Énoncé. Dans une canalisation horizontale ($z_1 = z_2$), la relation de Bernoulli devient $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$, soit :

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

Combinée à la conservation du débit, elle conduit à l'**effet Venturi** : dans un rétrécissement, la vitesse du fluide augmente, donc sa pression diminue. Une pression plus faible là où l'écoulement est plus

rapide : c'est contre-intuitif, mais cela découle directement de la conservation de l'énergie, puisque le gain d'énergie cinétique se paie par une baisse de pression.

Le tube de Venturi, débitmètre. On insère dans une canalisation un rétrécissement de section S_2 connue, et l'on mesure la différence de pression $P_1 - P_2$ entre la partie large (section S_1) et le col, par exemple avec deux tubes verticaux dont la dénivellation h donne $P_1 - P_2 = \rho gh$. Avec $v_2 = v_1 \times S_1 / S_2$:

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \times \left(\left(S_1 / S_2 \right)^2 - 1 \right)$$

On en déduit v_1 , puis le débit $D(v) = S_1 v_1$. Cette méthode ne demande aucune pièce mobile dans l'écoulement.

Autres applications.

- La trompe à eau des laboratoires : un jet d'eau rapide crée une zone de basse pression qui aspire l'air d'un récipient (filtration sous pression réduite).
- Le pulvérisateur et le nébuliseur : l'air rapide au-dessus d'un tube plongeant crée une dépression qui aspire le liquide et le disperse en gouttelettes.
- La **sténose artérielle** : au niveau d'un rétrécissement d'artère, le sang accélère et sa pression baisse localement. La paroi, moins soutenue, peut se rapprocher de l'axe, ce qui aggrave encore le rétrécissement ; l'écoulement peut devenir turbulent, ce qui produit un souffle audible au stéthoscope.
- Le tube de Pitot des avions mesure la vitesse par la différence entre pression d'arrêt (où $v = 0$) et pression statique : $P(\text{arrêt}) - P = \frac{1}{2} \rho v^2$.

Applications de l'effet Venturi

Débitmètre de Venturi

Trompe à eau

Pulvérisateur et nébuliseur

Sténose artérielle

Tube de Pitot

Repères complémentaires, sans séquence causale

Retiens la chaîne : section plus petite, donc vitesse plus grande (conservation du débit), donc pression plus faible (relation de Bernoulli). Les deux lois ne s'appliquent qu'à un fluide incompressible en écoulement permanent, et Bernoulli exige en plus un fluide parfait.

Exemples résolus

Exemple 1 : un plongeur et son ballon

Énoncé. Un plongeur descend dans la mer ($\rho = 1\,025\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$). La pression atmosphérique vaut $1,013\times 10^5\text{ Pa}$ et $g = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. a) Calculer la pression absolue à 15,0 m de profondeur. b) À quelle profondeur la pression absolue vaut-elle le double de la pression atmosphérique ? c) Un ballon souple contenant 6,0 L d'air à la surface est emmené à 15,0 m ; la température restant constante, le produit $P \times V$ de l'air est constant (loi de Boyle-Mariotte). Quel est son volume au fond ?

Résolution. a) La loi fondamentale de la statique entre la surface (pression $P(\text{atm})$) et la profondeur h s'écrit $P = P(\text{atm}) + \rho gh$. Ici $\rho gh = 1\,025 \times 9,81 \times 15,0 = 1,508\times 10^5\text{ Pa}$. Donc $P = 1,013\times 10^5 + 1,508\times 10^5 = 2,521\times 10^5\text{ Pa}$, soit $P \approx 2,52\times 10^5\text{ Pa}$ (environ 2,5 bar). b) On veut $P = 2 P(\text{atm})$, donc $\rho gh = P(\text{atm})$, soit $h = P(\text{atm}) / (\rho g) = 1,013\times 10^5 / (1\,025 \times 9,81) = 1,013\times 10^5 / 1,006\times 10^4 \approx 10,1\text{ m}$. c) $P(\text{surface}) \times V(\text{surface}) = P(\text{fond}) \times V(\text{fond})$, donc $V(\text{fond}) = 6,0 \times 1,013\times 10^5 / 2,521\times 10^5 \approx 2,4\text{ L}$. Le volume est divisé par environ 2,5 : c'est pourquoi un plongeur en apnée sent ses poumons comprimés et pourquoi un plongeur en scaphandre ne doit jamais remonter en bloquant sa respiration.

Exemple 2 : un cube de bois qui flotte

Énoncé. Un cube de bois homogène de côté $a = 10,0\text{ cm}$ et de masse volumique $600\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ flotte sur l'eau ($1,00\times 10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$). On prend $g = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. a) Calculer son poids. b) Déterminer la hauteur immergée. c) Quelle force verticale faut-il exercer sur sa face supérieure pour le maintenir totalement immergé ?

Résolution. a) $V = a^3 = (0,100\text{ m})^3 = 1,00\times 10^{-3}\text{ m}^3$. $m = \rho V = 600 \times 1,00\times 10^{-3} = 0,600\text{ kg}$. Poids : $P = mg = 0,600 \times 9,81 \approx 5,89\text{ N}$. b) À l'équilibre, la poussée compense le poids : $\rho(\text{eau}) \times V(\text{immergé}) \times g = \rho(\text{bois}) \times V \times g$, donc $V(\text{immergé}) / V = 600 / 1\,000 = 0,600$. Le cube flotte face horizontale, donc la hauteur immergée vaut $0,600 \times 10,0\text{ cm} = 6,00\text{ cm}$. c) Totalement immergé, le cube subit $\Pi = \rho(\text{eau}) V g = 1\,000 \times 1,00\times 10^{-3} \times 9,81 = 9,81\text{ N}$, vers le haut. Pour l'équilibre, la force F exercée vers le bas vérifie $F + P = \Pi$, d'où $F = 9,81 - 5,89 = 3,92\text{ N}$, verticale vers le bas.

Exemple 3 : un débitmètre de Venturi

Énoncé. De l'eau ($\rho = 1,00\times 10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) circule dans une canalisation horizontale de section $S_1 = 20,0\text{ cm}^2$, qui se rétrécit en un col de section $S_2 = 5,00\text{ cm}^2$. Le débit volumique vaut $2,00\text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$. L'eau est assimilée à un fluide parfait incompressible en écoulement permanent. a) Calculer les vitesses v_1 et v_2 . b) Calculer la différence de pression $P_1 - P_2$. c) Deux tubes verticaux ouverts sont branchés sur la partie large et sur le col. Quelle est la dénivellation entre les niveaux d'eau dans ces tubes ?

Résolution. a) $D(v) = 2,00\times 10^{-3}\text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$, $S_1 = 2,00\times 10^{-3}\text{ m}^2$, $S_2 = 5,00\times 10^{-4}\text{ m}^2$. $v_1 = D(v) / S_1 = 1,00\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_2 = D(v) / S_2 = 4,00\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On vérifie la conservation du débit : la section est divisée par 4, la vitesse multipliée par 4. b) Canalisation horizontale : $P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = 0,5 \times 1\,000 \times (16,0 - 1,00) = 7,50\times 10^3\text{ Pa}$. La pression est plus faible au col, comme le prévoit l'effet Venturi. c) Dans chaque tube vertical, l'eau est au repos ; la loi fondamentale donne $P_1 - P_2 = \rho gh$, donc $h = 7,50\times 10^3 / (1\,000 \times 9,81) \approx 0,765\text{ m}$, soit $h \approx 76\text{ cm}$, le niveau le plus bas étant au-dessus du col.

Méthodes et pièges

- Méthode type en statique : choisis deux points dans le même fluide immobile et continu, écris $P(\text{bas}) = P(\text{haut}) + \rho gh$, puis seulement remplace par les valeurs. Si deux liquides différents se superposent, applique la loi dans chaque liquide séparément.
- Travaille en unités SI : volumes en m^3 , sections en m^2 , pressions en Pa. Les pièges classiques sont $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$, $1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$, $1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$ et $1 \text{ mmHg} \approx 133 \text{ Pa}$.
- Ne confonds pas pression absolue et pression relative : la loi de Boyle-Mariotte utilise toujours la pression absolue, alors qu'un manomètre ou un tensiomètre affiche une pression relative.
- Dans $\Pi = \rho V g$, ρ est la masse volumique du fluide, pas celle de l'objet, et V est le volume immergé, pas le volume total si l'objet flotte.
- Le diamètre et la section ne varient pas proportionnellement : diviser le diamètre par k divise la section par k^2 , donc multiplie la vitesse par k^2 .
- Avant d'écrire Bernoulli, vérifie les trois conditions (fluide parfait, incompressible, écoulement permanent) et que les deux points sont sur la même ligne de courant. En sortie de jet à l'air libre, la pression du jet vaut $P(\text{atm})$.
- Pour un réservoir large qui se vide, la vitesse de la surface libre est négligeable devant celle du jet : c'est ce qui permet d'écrire $v = \sqrt{2gh}$. Justifie cette approximation par la conservation du débit.
- Ne crois pas qu'une vitesse plus grande s'accompagne d'une pression plus grande : dans un rétrécissement horizontal, c'est l'inverse.

Vers le PASS

En PASS et en LAS, la mécanique des fluides fait partie de la biophysique et sert d'abord à comprendre la circulation sanguine et la respiration. La loi fondamentale de la statique explique pourquoi la pression artérielle diffère entre la tête, le cœur et les pieds chez un sujet debout, et pourquoi on mesure la tension au bras, à hauteur du cœur. La conservation du débit relie le débit cardiaque à la vitesse du sang dans l'aorte et dans les capillaires, et l'effet Venturi éclaire le comportement d'une sténose.

Le modèle du fluide parfait sera ensuite complété par la viscosité : écoulement laminaire ou turbulent, nombre de Reynolds, loi de Poiseuille qui relie le débit à la différence de pression dans un tube fin, notion de résistance hydraulique et de puissance d'un écoulement. S'y ajoutent la tension superficielle et la loi de Laplace (alvéoles pulmonaires), ainsi que les pressions osmotique et oncotique dans les échanges capillaires. La rigueur sur les unités prise ici (Pa, mmHg, $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) y est constamment exigée.

Suite en PASS : Pressions et écoulements des fluides

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Un flacon contient 250 mL de glycérol, de masse 315 g. Calcule la masse volumique du glycérol en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, puis sa densité.
2. Une table rectangulaire mesure 1,20 m sur 0,80 m. Calcule la valeur de la force pressante exercée par l'atmosphère ($P(\text{atm}) = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$) sur son plateau, puis explique pourquoi la table ne

s'effondre pas.

3. Une piscine a une profondeur de 3,0 m. Calcule la différence de pression entre la surface et le fond, puis la pression absolue au fond. Données : $\rho(\text{eau}) = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $P(\text{atm}) = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$.
4. Un robinet remplit un seau de 10 L en 25 s. a) Calcule le débit volumique en $\text{L} \cdot \text{s}^{-1}$ puis en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. b) Le tuyau qui alimente le robinet a un diamètre intérieur de 2,0 cm : calcule la vitesse moyenne de l'eau dans ce tuyau.
5. Une personne de volume 70 L et de masse 70 kg se tient dans l'air ($\rho(\text{air}) = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$). Calcule la poussée d'Archimède exercée par l'air sur elle et compare-la à son poids ($g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$).

Niveau 2 : type bac

6. Pression artérielle et posture. Chez une personne debout, la pression artérielle moyenne relative au niveau du cœur vaut 100 mmHg. On modélise le sang comme un fluide de masse volumique $1,06 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et l'on néglige les effets de la vitesse d'écoulement. Données : $1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ Pa}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
 - a) Convertis 100 mmHg en pascals. b) Calcule la pression artérielle moyenne relative au niveau des pieds, situés 1,30 m sous le cœur, en Pa puis en mmHg. c) Même question pour le cerveau, situé 0,40 m au-dessus du cœur. d) Pourquoi mesure-t-on la pression artérielle au bras, à hauteur du cœur ?
7. Le glaçon et l'iceberg. Un glaçon de volume $20,0 \text{ cm}^3$ ($\rho(\text{glace}) = 917 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) flotte dans un verre d'eau douce ($\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$).
 - a) Calcule la fraction immergée du glaçon. b) Calcule le volume émergé. c) Montre que le niveau de l'eau dans le verre ne change pas quand le glaçon fond. d) Quelle fraction d'un iceberg émerge dans l'eau de mer ($\rho = 1\,025 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) ?
8. Château d'eau. La surface libre de l'eau d'un château d'eau se trouve 35,0 m au-dessus d'un robinet. Données : $\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
 - a) Robinet fermé, calcule la pression relative de l'eau au niveau du robinet, en Pa puis en bar. b) Robinet grand ouvert, l'eau étant supposée parfaite et le réservoir très large, calcule la vitesse de sortie de l'eau. c) L'orifice du robinet a une section de $1,0 \text{ cm}^2$. Calcule le débit théorique. d) Le débit mesuré est bien plus faible. Propose une explication.
9. Injection à la seringue. Le piston d'une seringue a une section de $2,0 \text{ cm}^2$; l'aiguille a une section intérieure de $0,50 \text{ mm}^2$. On pousse le piston à la vitesse constante de $1,0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ pour injecter une solution aqueuse ($\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$), dans l'air, en tenant la seringue horizontale.
 - a) Calcule le débit volumique et la vitesse du liquide dans l'aiguille. b) Combien de temps faut-il pour injecter 5,0 mL ? c) En assimilant la solution à un fluide parfait et en prenant la pression à la sortie de l'aiguille égale à $P(\text{atm})$, calcule la surpression nécessaire dans le corps de la seringue, puis la force à exercer sur le piston en plus de celle due à l'atmosphère.
10. Tube en U. Un tube en U de section constante contient du mercure ($\rho(\text{Hg}) = 13,6 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$). On verse dans la branche de gauche une hauteur de 20,0 cm d'eau ($\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$), qui ne se mélange pas au mercure.
 - a) Explique pourquoi la pression est la même dans le mercure aux deux points situés au niveau de l'interface eau/mercure. b) Calcule la dénivellation entre les deux surfaces de mercure. c) Calcule la dénivellation entre la surface libre de l'eau et la surface libre du mercure de la branche de droite.

Niveau 3 : vers le PASS

11. Sténose artérielle. Dans une artère horizontale, le sang ($\rho = 1,06 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, assimilé à un fluide parfait) circule à $0,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Une plaque d'athérome réduit localement le diamètre intérieur de moitié.

a) Par quel facteur la vitesse est-elle multipliée dans la sténose ? Calcule-la. b) Calcule la baisse de pression dans la sténose, en Pa puis en mmHg ($1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ Pa}$). c) Explique en quoi cette baisse de pression peut aggraver la sténose. d) Généralise : si le diamètre est divisé par k , par quel facteur la pression dynamique $\frac{1}{2}\rho v^2$ est-elle multipliée ?

12. Ballon-sonde. Un ballon-sonde contient $4,00 \text{ m}^3$ d'hélium ($\rho = 0,170 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$). L'enveloppe et les instruments ont une masse de $1,50 \text{ kg}$. L'air environnant a une masse volumique de $1,20 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Le volume des instruments et de l'enveloppe est négligé.

a) Calcule la poussée d'Archimède exercée par l'air. b) Calcule le poids total du ballon (hélium compris). c) Le ballon décolle-t-il ? Calcule la masse supplémentaire maximale qu'il pourrait emporter.

13. Mesurer un débit. De l'eau ($\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) s'écoule dans une canalisation horizontale de section $S_1 = 12,0 \text{ cm}^2$ munie d'un col de section $S_2 = 3,00 \text{ cm}^2$. Deux tubes verticaux ouverts, branchés avant le col et au col, présentent une dénivellation de $30,0 \text{ cm}$. On prend $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et l'on modélise l'eau comme un fluide parfait incompressible en écoulement permanent. Détermine la vitesse dans la partie large et le débit volumique, en $\text{L} \cdot \text{s}^{-1}$.

14. QCM. Indique pour chaque proposition si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

A. La pression absolue à 20 m de profondeur dans la mer est le double de celle à 10 m . B. La poussée d'Archimède exercée par l'eau sur un caillou totalement immergé ne dépend pas de sa profondeur. C. Si le diamètre d'un tuyau est divisé par 3, la vitesse de l'eau y est multipliée par 3. D. Dans un écoulement horizontal d'un fluide parfait incompressible en régime permanent, la pression est plus faible là où la vitesse est plus grande. E. La relation de Bernoulli décrit correctement l'écoulement du sang dans les capillaires.

Corrigés

1. Conversions : $m = 315 \text{ g} = 0,315 \text{ kg}$; $V = 250 \text{ mL} = 250 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 2,50 \times 10^{-4} \text{ m}^3$. Masse volumique : $\rho = m / V = 0,315 / 2,50 \times 10^{-4} = 1,26 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Densité : $d = \rho / \rho(\text{eau}) = 1\,260 / 1\,000 = 1,26$ (sans unité).

2. Surface : $S = 1,20 \times 0,80 = 0,96 \text{ m}^2$. Force pressante : $F = P(\text{atm}) \times S = 1,013 \times 10^5 \times 0,96 \approx 9,7 \times 10^4 \text{ N}$, verticale vers le bas, soit le poids d'environ 10 tonnes. La table ne s'effondre pas car l'air est aussi présent sous le plateau et exerce sur la face inférieure une force pressante pratiquement égale et opposée : la résultante des forces pressantes atmosphériques sur le plateau est quasi nulle.

3. Loi fondamentale : $\Delta P = \rho gh = 1,00 \times 10^3 \times 9,81 \times 3,0 = 2,94 \times 10^4 \text{ Pa}$, soit $\Delta P \approx 2,9 \times 10^4 \text{ Pa}$. Pression absolue au fond : $P = P(\text{atm}) + \Delta P = 1,013 \times 10^5 + 0,294 \times 10^5 = 1,31 \times 10^5 \text{ Pa}$.

4. a) $D(v) = V / \Delta t = 10 \text{ L} / 25 \text{ s} = 0,40 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1} = 0,40 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 4,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

b) Rayon $r = 1,0 \text{ cm} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}$; section $S = \pi r^2 = \pi \times (1,0 \times 10^{-2})^2 = 3,14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. Vitesse : $v = D(v) / S = 4,0 \times 10^{-4} / 3,14 \times 10^{-4} \approx 1,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

5. $V = 70 \text{ L} = 7,0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$. Poussée : $\Pi = \rho(\text{air}) V g = 1,2 \times 7,0 \times 10^{-2} \times 9,81 \approx 0,82 \text{ N}$. Poids : $P = mg = 70 \times 9,81 \approx 6,9 \times 10^2 \text{ N}$. Rapport : $\Pi / P = 0,82 / 687 \approx 1,2 \times 10^{-3}$. La poussée d'Archimède de l'air vaut environ un millièème du poids : **elle est négligeable**. On retrouve le rapport des masses volumiques air / corps humain ($1,2 / 1\,000$).

6. a) $100 \times 133,3 = 1,333 \times 10^4 \text{ Pa}$.

b) Les pieds sont 1,30 m plus bas : la pression y est plus grande de $\rho gh = 1,06 \times 10^3 \times 9,81 \times 1,30 = 1,352 \times 10^4 \text{ Pa}$, soit $1,352 \times 10^4 / 133,3 \approx 101 \text{ mmHg}$. Pression relative aux pieds : $1,333 \times 10^4 + 1,352 \times 10^4 = 2,69 \times 10^4 \text{ Pa} \approx 201 \text{ mmHg}$. c) Le cerveau est 0,40 m plus haut : la pression y est plus faible de $1,06 \times 10^3 \times 9,81 \times 0,40 = 4,16 \times 10^3 \text{ Pa} \approx 31 \text{ mmHg}$. Pression relative : $1,333 \times 10^4 - 0,416 \times 10^4 = 9,17 \times 10^3 \text{ Pa} \approx 69 \text{ mmHg}$. d) La pression artérielle dépend de la hauteur du point de mesure. Pour obtenir une valeur comparable d'un patient à l'autre, représentative de la pression à la sortie du cœur, on mesure à la même altitude que le cœur ; le bras, posé à hauteur du cœur, s'y prête.

7. a) Équilibre de flottaison : fraction immergée = $\rho(\text{glace}) / \rho(\text{eau}) = 917 / 1\,000 = 0,917$, soit 91,7 %.

b) $V(\text{émergé}) = 20,0 \times (1 - 0,917) = 20,0 \times 0,083 \approx 1,7 \text{ cm}^3$. c) Masse du glaçon : $m = 917 \times 20,0 \times 10^{-6} = 1,834 \times 10^{-2} \text{ kg} = 18,34 \text{ g}$. Il déplace un volume d'eau de masse égale à la sienne, soit 18,34 g d'eau, c'est-à-dire $18,34 \text{ cm}^3$. En fondant, il donne 18,34 g d'eau liquide, qui occupent exactement $18,34 \text{ cm}^3$: ce volume remplit exactement le « trou » qu'il occupait sous la surface. **Le niveau ne change pas.** d) Fraction immergée : $917 / 1\,025 \approx 0,895$. Fraction émergée : $1 - 0,895 = 0,105$, soit environ 10 %.

8. a) Loi fondamentale : $P - P(\text{atm}) = \rho gh = 1,00 \times 10^3 \times 9,81 \times 35,0 = 3,43 \times 10^5 \text{ Pa}$, soit 3,43 bar.

b) Bernoulli entre la surface libre ($P(\text{atm})$, $v \approx 0$ car le réservoir est très large, altitude h) et la sortie du robinet ($P(\text{atm})$, v , altitude 0) : $\rho gh = \frac{1}{2} \rho v^2$, donc $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 35,0} = \sqrt{687} \approx 26,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. c) $D(v) = S v = 1,0 \times 10^{-4} \times 26,2 \approx 2,6 \times 10^{-3} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$, soit $2,6 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$. d) L'eau réelle est visqueuse : dans les canalisations longues qui relient le château d'eau au robinet, les frottements dissipent une grande partie de l'énergie mécanique (**pertes de charge**). Le modèle du fluide parfait surestime donc la vitesse et le débit.

9. a) Dans le corps de la seringue : $D(v) = S_1 v_1 = 2,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 2,0 \times 10^{-6} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$, soit $2,0 \text{ mL}\cdot\text{s}^{-1}$. Dans l'aiguille, $S_2 = 0,50 \text{ mm}^2 = 5,0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$, et $v_2 = D(v) / S_2 = 2,0 \times 10^{-6} / 5,0 \times 10^{-7} = 4,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

b) $\Delta t = V / D(v) = 5,0 \text{ mL} / 2,0 \text{ mL}\cdot\text{s}^{-1} = 2,5 \text{ s}$. c) Bernoulli, seringue horizontale : $P_1 - P(\text{atm}) = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = 0,5 \times 1\,000 \times (16 - 1,0 \times 10^{-4}) \approx 8,0 \times 10^3 \text{ Pa}$. Force supplémentaire sur le piston : $F = (P_1 - P(\text{atm})) \times S_1 = 8,0 \times 10^3 \times 2,0 \times 10^{-4} = 1,6 \text{ N}$. En réalité, la viscosité dans l'aiguille fine impose une force nettement plus grande.

10. a) Le mercure est un fluide continu et immobile : deux points du mercure à la même altitude ont la même pression (les isobares sont horizontales). C'est vrai pour les points au niveau de l'interface, car ce niveau est entièrement dans le mercure dans les deux branches.

b) Au niveau de l'interface, côté gauche : $P = P(\text{atm}) + \rho(\text{eau}) g h(\text{eau})$. Au même niveau, côté droit : $P = P(\text{atm}) + \rho(\text{Hg}) g \Delta h$, où Δh est la hauteur de mercure au-dessus de ce niveau dans la branche droite. Égalité : $\rho(\text{eau}) h(\text{eau}) = \rho(\text{Hg}) \Delta h$, donc $\Delta h = 1\,000 \times 20,0 / 13\,600 \approx 1,47 \text{ cm}$. c) La surface de l'eau est 20,0 cm au-dessus de l'interface ; celle du mercure à droite est 1,47 cm au-dessus. Dénivellation : $20,0 - 1,47 \approx 18,5 \text{ cm}$, la surface de l'eau étant la plus haute.

11. a) Diviser le diamètre par 2 divise la section par $2^2 = 4$. Conservation du débit : $v_2 = 4 v_1 = 1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

b) Bernoulli, artère horizontale : $P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = 0,5 \times 1\,060 \times (1,44 - 0,090) = 0,5 \times 1\,060 \times 1,35 \approx 7,2 \times 10^2 \text{ Pa}$, soit $715 / 133,3 \approx 5,4 \text{ mmHg}$. c) La pression du sang sur la paroi diminue dans la sténose alors que la pression des tissus extérieurs ne change pas : la paroi est moins soutenue et tend à se rapprocher de l'axe, ce qui **rétrécit encore** le passage, accélère encore le sang et fait encore baisser la pression. L'écoulement peut aussi devenir turbulent. d) La section est divisée par k^2 , la vitesse multipliée par k^2 , donc v^2 et la pression dynamique $\frac{1}{2}\rho v^2$ sont **multipliées par k^4** . Une réduction de diamètre modeste a donc des effets importants.

12. a) Volume déplacé : $4,00 \text{ m}^3$. $\Pi = \rho(\text{air}) V g = 1,20 \times 4,00 \times 9,81 \approx 47,1 \text{ N}$, vers le haut.

b) Masse d'hélium : $0,170 \times 4,00 = 0,680 \text{ kg}$. Masse totale : $0,680 + 1,50 = 2,18 \text{ kg}$. Poids : $2,18 \times 9,81 \approx 21,4 \text{ N}$. c) $\Pi > P$, donc la résultante est verticale vers le haut et vaut $47,1 - 21,4 = 25,7 \text{ N}$: **le ballon décolle**. Il peut emporter une masse supplémentaire m telle que $m g \leq 25,7 \text{ N}$, soit $m \leq 25,7 / 9,81 \approx 2,62 \text{ kg}$.

13. Différence de pression lue sur les tubes (fluide au repos dans les tubes) : $P_1 - P_2 = \rho g h = 1\,000 \times 9,81 \times 0,300 = 2,94 \times 10^3 \text{ Pa}$. Conservation du débit : $v_2 = v_1 \times S_1 / S_2 = 4,00 v_1$. Bernoulli horizontal : $P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \rho v_1^2 (16,0 - 1,00) = 7,50 \rho v_1^2$. D'où $v_1^2 = 2,94 \times 10^3 / (7,50 \times 1\,000) = 0,392 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, et $v_1 \approx 0,626 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Débit : $D(v) = S_1 v_1 = 12,0 \times 10^{-4} \times 0,626 \approx 7,52 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, soit $D(v) \approx 0,75 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$.

14. A. **Faux**. $P(10 \text{ m}) = 1,013 \times 10^5 + 1\,025 \times 9,81 \times 10 \approx 2,02 \times 10^5 \text{ Pa}$; $P(20 \text{ m}) \approx 1,013 \times 10^5 + 2,01 \times 10^5 \approx 3,02 \times 10^5 \text{ Pa}$. Le rapport vaut environ 1,5, car la pression atmosphérique s'ajoute à la pression due à l'eau.

B. **Vrai**. $\Pi = \rho V g$ ne dépend que du volume immergé et de la masse volumique du liquide, qui est incompressible, donc indépendante de la profondeur. C. **Faux**. La section est divisée par $3^2 = 9$, donc la vitesse est multipliée par 3. D. **Vrai**. C'est l'effet Venturi : $P + \frac{1}{2}\rho v^2$ est constante sur une ligne de courant horizontale. E. **Faux**. Dans les capillaires, très fins et à écoulement lent, la viscosité domine : le modèle du fluide parfait n'est pas valable, il faut une loi qui tient compte des frottements (loi de Poiseuille, vue en PASS).

Thermodynamique : énergie interne et transferts thermiques

COURS • P12 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	8
Méthodes et pièges	9
Vers le PASS	9
Exercices	10
Corrigés	11

Ce que tu dois savoir faire

- Décrire un système thermodynamique par ses variables d'état (pression, volume, température, quantité de matière) et convertir une température en kelvins.
- Énoncer les hypothèses du modèle du gaz parfait et exploiter l'équation d'état $P V = n R T$, en citant ses limites de validité.
- Définir l'énergie interne d'un système et l'interpréter à l'échelle microscopique.
- Énoncer et appliquer le premier principe de la thermodynamique $\Delta U = W + Q$, avec la convention de signe des énergies reçues.
- Exploiter la relation $\Delta U = C \Delta T = m c \Delta T$ pour un système incompressible, et réaliser un bilan d'énergie de type calorimétrique.
- Identifier les trois modes de transfert thermique (conduction, convection, rayonnement) et en donner une interprétation microscopique.
- Exploiter la relation entre flux thermique, écart de température et résistance thermique, y compris pour des parois en série.
- Établir et résoudre l'équation différentielle de l'évolution de la température d'un système selon la loi de Newton, et interpréter la constante de temps.
- Effectuer un bilan d'énergie pour le système Terre-atmosphère et expliquer l'effet de serre.

Cours

1. Système thermodynamique et variables d'état

Un **système** est la partie de l'Univers que l'on choisit d'étudier ; tout le reste est le **milieu extérieur**. Un système est **fermé** s'il n'échange pas de matière avec l'extérieur, **isolé** s'il n'échange ni matière ni énergie. Dans ce chapitre, les systèmes étudiés sont fermés.

L'état d'un système macroscopique à l'équilibre est décrit par un petit nombre de **variables d'état** mesurables : pression P , volume V , température T , quantité de matière n . Elles résument le comportement moyen d'un nombre gigantesque d'entités (de l'ordre de 10^{23} dans un échantillon courant).

La **température** est liée à l'agitation des entités microscopiques : plus elles s'agitent, plus la température est élevée. En thermodynamique, on utilise la **température absolue**, en kelvins (K) :

$$T \text{ (en K)} = \theta \text{ (en } ^\circ\text{C)} + 273,15$$

Le zéro absolu (0 K, soit $-273,15^\circ\text{C}$) correspond à l'agitation minimale ; il n'existe pas de température plus basse. Un écart de température a la même valeur en kelvins et en degrés Celsius : passer de 20°C à 30°C , c'est augmenter T de 10 K.

2. Le modèle du gaz parfait

Hypothèses du modèle. Un gaz parfait est un gaz dont :

- les entités sont assimilées à des points matériels (leur volume propre est négligeable devant le volume occupé par le gaz) ;
- les entités n'interagissent pas entre elles à distance, sauf lors de chocs brefs.

Ce modèle décrit bien les gaz réels lorsque les entités sont très espacées, c'est-à-dire à **basse pression** (de l'ordre de quelques bars au plus) et à température pas trop basse, loin de la liquéfaction.

Équation d'état. Pour un gaz parfait :

$$P \times V = n \times R \times T$$

avec P en Pa, V en m^3 , n en mol, T en K et $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ (constante des gaz parfaits). Toutes les unités doivent être celles du Système international : c'est la source d'erreur la plus fréquente.

Conséquences.

- À n et T fixés, $P \times V = \text{constante}$: c'est la loi de Boyle-Mariotte, déjà rencontrée.
- À n et V fixés, $P / T = \text{constante}$: la pression d'un gaz enfermé augmente quand on le chauffe (pneu au soleil, bouteille près d'une flamme).
- À n et P fixés, $V / T = \text{constante}$: un gaz chauffé à pression constante se dilate.
- Le **volume molaire** $V(m) = V / n = R T / P$ ne dépend que de T et P , pas de la nature du gaz. À 20°C sous $1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$: $V(m) = 8,314 \times 293,15 / 1,013 \times 10^5 \approx 2,41 \times 10^{-2} \text{ m}^3\cdot\text{mol}^{-1}$, soit $24,1 \text{ L}\cdot\text{mol}^{-1}$; à 0°C , $22,4 \text{ L}\cdot\text{mol}^{-1}$.
- La masse volumique d'un gaz parfait de masse molaire M vaut $\rho = m / V = n M / V = P M / (R T)$. Elle augmente avec la pression et diminue quand la température augmente : c'est pourquoi l'air chaud monte.

Interprétation microscopique. La pression vient des chocs des entités sur les parois. Si l'on chauffe à volume constant, les entités vont plus vite : les chocs sont plus fréquents et plus violents, la pression augmente. Si l'on comprime à température constante, le même nombre d'entités se trouve dans un volume plus petit : les chocs par unité de surface sont plus fréquents, la pression augmente.

3. L'énergie interne

L'énergie totale d'un système comprend :

- une énergie mécanique **macroscopique** : énergie cinétique de son mouvement d'ensemble et énergie potentielle de position (pesanteur par exemple) ;
- une énergie **microscopique**, appelée **énergie interne** U .

Définition. L'énergie interne U d'un système est la somme des énergies cinétiques microscopiques de ses entités (agitation thermique : translation, rotation, vibration) et des énergies potentielles d'interaction entre ces entités (liaisons, interactions intermoléculaires). Elle s'exprime en joules.

On ne sait pas mesurer U elle-même, mais seulement ses **variations** $\Delta U = U(\text{final}) - U(\text{initial})$. U est une **fonction d'état** : sa variation ne dépend que des états initial et final, pas du chemin suivi.

- Si la température augmente, l'agitation augmente : la part cinétique de U augmente.
- Lors d'un changement d'état (fusion, vaporisation), la température reste constante mais les interactions entre entités changent : c'est la part potentielle de U qui varie. La variation vaut $\Delta U = m \times L$, où L est l'énergie massique de changement d'état (pour la fusion de la glace, $L \approx 3,34 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- Dans un gaz parfait, il n'y a pas d'interactions à distance : U n'a pas de part potentielle d'interaction et ne dépend que de la température.

4. Le premier principe de la thermodynamique

Un système fermé peut échanger de l'énergie avec l'extérieur de deux façons :

- par **travail** W : transfert associé à une action mécanique macroscopique (déplacement d'un piston, frottement, action d'un agitateur) ou à un courant électrique (travail électrique) ;
- par **transfert thermique** Q (souvent appelé chaleur dans le langage courant) : transfert désordonné d'énergie à l'échelle microscopique, dû à un écart de température.

Énoncé. Pour un système fermé dont l'énergie mécanique macroscopique ne varie pas (système au repos à l'échelle macroscopique), la variation d'énergie interne entre deux états est égale à la somme des énergies échangées avec l'extérieur :

$$\Delta U = W + Q$$

Convention de signe. W et Q sont comptés **positivement** s'ils sont **reçus** par le système et **négativement** s'ils sont **cédés**. Un système qui reçoit 500 J de travail et cède 200 J par transfert thermique voit son énergie interne augmenter de $\Delta U = 500 + (-200) = +300 \text{ J}$.

Dans le cas général où l'énergie mécanique du système varie aussi, le premier principe s'écrit $\Delta(E(m) + U) = W + Q$. Ce principe exprime la **conservation de l'énergie** : l'énergie ne se crée pas et ne disparaît pas, elle se transfère ou se convertit.

Cas particuliers.

- Système isolé : $W = 0$ et $Q = 0$, donc $\Delta U = 0$.
- Transformation **adiabatique** (parois parfaitement isolantes, ou transformation trop rapide pour qu'un transfert thermique ait lieu) : $Q = 0$, donc $\Delta U = W$. Une pompe à vélo chauffe quand on comprime l'air rapidement.
- Résistance chauffante plongée dans l'eau : la résistance reçoit un travail électrique et le cède à l'eau sous forme de transfert thermique. Pour le système {eau}, $\Delta U = Q > 0$.
- Lors d'un freinage, le travail des forces de frottement convertit l'énergie cinétique du véhicule en énergie interne des disques et des plaquettes, qui s'échauffent.

5. Capacité thermique et calorimétrie

Pour un système **incompressible** (solide ou liquide) qui ne change pas d'état, la variation d'énergie interne est proportionnelle à la variation de température :

$$\Delta U = C \times \Delta T = m \times c \times \Delta T$$

- C est la **capacité thermique** du système, en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$: l'énergie qu'il faut lui fournir pour élever sa température de 1 K.
- c est la **capacité thermique massique** du matériau, en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, et $C = m c$.

Matériau	c ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)
Eau liquide	$4,18 \times 10^3$
Glace	$2,1 \times 10^3$
Aluminium	897
Fer	$4,5 \times 10^2$
Cuivre	385

La capacité thermique massique de l'eau est particulièrement élevée : il faut beaucoup d'énergie pour chauffer l'eau, et elle en restitue beaucoup en se refroidissant. Les océans amortissent ainsi les variations de température du climat, et l'eau, majoritaire dans les organismes vivants, stabilise leur température.

Calorimétrie. Un calorimètre est une enceinte quasi adiabatique. Si l'on y met en contact plusieurs corps de températures différentes, le système global est isolé : $\Delta U(\text{total}) = 0$, donc la somme des variations d'énergie interne des différentes parties est nulle. Les corps chauds cèdent de l'énergie, les corps froids en reçoivent, jusqu'à une température finale commune (équilibre thermique). Pour deux masses d'eau m_1 à T_1 et m_2 à T_2 , sans perte :

$$m_1 c (T(f) - T_1) + m_2 c (T(f) - T_2) = 0, \text{ d'où } T(f) = (m_1 T_1 + m_2 T_2) / (m_1 + m_2).$$

Le calorimètre lui-même, avec ses accessoires, a une capacité thermique propre qu'il faut parfois inclure dans le bilan.

6. Les modes de transfert thermique

Un transfert thermique se produit **spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid**, jamais l'inverse. Il s'arrête lorsque les températures sont égales. On distingue trois modes.

La conduction. L'énergie se transmet de proche en proche, **sans déplacement macroscopique de matière** : les entités les plus agitées transmettent une partie de leur énergie à leurs voisins lors des chocs ou par les vibrations du réseau (dans les métaux, les électrons libres y contribuent beaucoup). C'est le mode dominant dans les solides. La poignée d'une casserole métallique chauffe par conduction. Les métaux sont de bons conducteurs thermiques ; l'air immobile, la laine, le polystyrène expansé sont de bons isolants.

La convection. L'énergie est transportée par un **déplacement macroscopique de matière** dans un fluide. Le fluide chauffé, moins dense, monte ; le fluide froid, plus dense, descend : des courants de

convection se forment (convection naturelle). Un ventilateur ou une pompe crée une convection forcée. Exemples : chauffage d'une pièce par un radiateur, circulation du sang qui transporte l'énergie vers la peau, courants marins et atmosphériques.

Le rayonnement. Tout corps émet un rayonnement électromagnétique qui dépend de sa température ; ce rayonnement transporte de l'énergie et peut être absorbé par un autre corps. Ce mode ne nécessite **aucun support matériel** : c'est ainsi que l'énergie du Soleil traverse le vide spatial. À température ambiante, les corps émettent surtout dans l'infrarouge (une caméra thermique le détecte) ; le Soleil, très chaud, émet surtout dans le visible.

Trois modes de transfert thermique

Conduction : de proche en proche, sans déplacement de matière

Convection : transport par un fluide en mouvement

Rayonnement : ondes électromagnétiques, même dans le vide

Repères complémentaires, sans séquence causale

7. Flux thermique et résistance thermique

Le **flux thermique** Φ est l'énergie transférée thermiquement par unité de temps :

$\Phi = Q / \Delta t$, en watts (W), avec Q en J et Δt en s.

À travers une paroi dont les faces sont maintenues aux températures T_1 et T_2 ($T_1 > T_2$), en régime permanent (températures qui ne varient plus dans le temps), le flux est proportionnel à l'écart de température :

$$\Phi = (T_1 - T_2) / R(\text{th})$$

$R(\text{th})$ est la **résistance thermique** de la paroi, en $\text{K} \cdot \text{W}^{-1}$. Plus elle est grande, plus la paroi est isolante. Pour une paroi plane homogène d'épaisseur e , de surface S , faite d'un matériau de conductivité thermique λ (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), on donne :

$$R(\text{th}) = e / (\lambda \times S)$$

Une paroi est donc d'autant plus isolante qu'elle est épaisse, de petite surface et faite d'un matériau peu conducteur. Ordres de grandeur de λ : cuivre 390, béton environ 1,5, verre environ 1,0, bois environ 0,15, laine de verre environ 0,04, air immobile environ $0,025 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Parois en série. Si le flux traverse successivement plusieurs couches (mur puis isolant), les résistances thermiques s'ajoutent : $R(\text{totale}) = R_1 + R_2 + \dots$ Une couche très isolante, même mince, fait chuter le flux. C'est le principe du double vitrage, où une lame d'air (ou de gaz) immobile sépare deux vitres.

Cette relation est l'analogue de la loi d'Ohm : l'écart de température joue le rôle de la tension et le flux celui de l'intensité.

8. La loi de Newton du refroidissement

On considère un système de capacité thermique C , de température $T(t)$ uniforme, en contact avec un milieu extérieur de grande taille à la température constante $T(\text{ext})$ (un **thermostat** : l'air d'une pièce, l'eau d'un lac). Le transfert entre le système et le milieu se fait surtout par convection à sa surface.

Loi phénoménologique de Newton. Le flux thermique cédé par le système au milieu extérieur est proportionnel à l'écart de température :

$$\Phi = h \times S \times (T - T(\text{ext}))$$

où S est l'aire de la surface d'échange et h le coefficient d'échange conducto-convectif (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$), qui dépend du fluide et de son mouvement. Cette loi est valable pour des écarts de température modérés.

Équation différentielle. Pendant une petite durée dt , le système cède l'énergie Φdt et ne reçoit pas de travail. Le premier principe donne $C dT = -\Phi dt$, soit :

$$C \times dT/dt = -h S (T - T(\text{ext}))$$

En posant $\tau = C / (h S)$, homogène à un temps (en s) :

$$dT/dt + T / \tau = T(\text{ext}) / \tau$$

Résolution. C'est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants. Sa solution, avec la condition initiale $T(0) = T_0$, est :

$$T(t) = T(\text{ext}) + (T_0 - T(\text{ext})) \times \exp(-t / \tau)$$

Vérification : $dT/dt = -(T_0 - T(\text{ext})) \exp(-t/\tau) / \tau = -(T - T(\text{ext})) / \tau$, ce qui est bien l'équation ; et $T(0) = T(\text{ext}) + T_0 - T(\text{ext}) = T_0$.

Interprétation.

- L'écart $T - T(\text{ext})$ décroît exponentiellement ; T tend vers $T(\text{ext})$ (équilibre thermique).
- La **constante de temps** τ fixe la rapidité de l'évolution : à $t = \tau$, l'écart initial a été divisé par $e \approx 2,72$, donc 63 % du chemin vers $T(\text{ext})$ est parcouru ; à $t = 5\tau$, l'écart restant est inférieur à 1 % de l'écart initial, et l'on considère l'équilibre atteint.
- La tangente à la courbe à l'origine coupe l'asymptote $T = T(\text{ext})$ à l'instant $t = \tau$: c'est une méthode graphique pour lire τ .
- $\tau = C / (hS)$ est grand pour un système de grande capacité thermique et de petite surface d'échange : un grand volume d'eau se refroidit lentement, un objet mince rapidement. Un animal de petite taille a une surface relativement grande devant sa masse et perd son énergie plus vite.
- La même loi décrit le réchauffement d'un objet froid placé dans un milieu plus chaud ($T_0 < T(\text{ext})$).

Refroidissement selon Newton

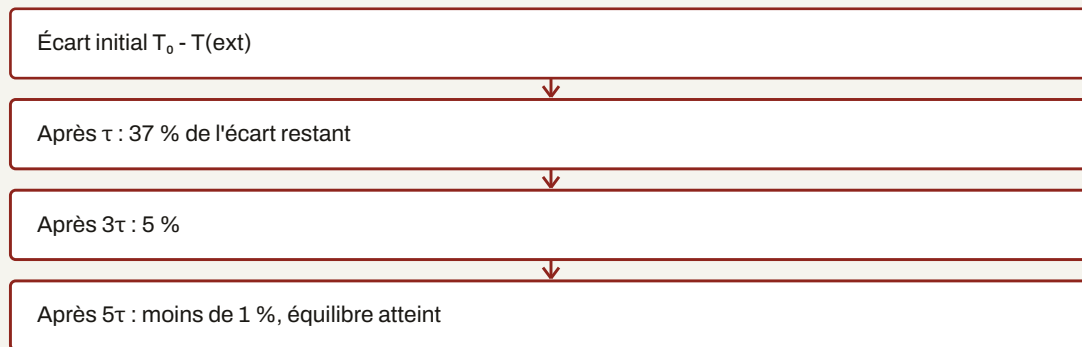


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

9. Le bilan radiatif terrestre et l'effet de serre

Le rayonnement solaire reçu. Au sommet de l'atmosphère, une surface perpendiculaire aux rayons solaires reçoit une puissance par unité de surface appelée constante solaire, environ $1\,361\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. La Terre intercepte ce rayonnement sur un disque d'aire πR^2 , mais le répartit, du fait de sa rotation, sur sa surface totale $4\pi R^2$. La puissance moyenne reçue par mètre carré de surface terrestre vaut donc $1\,361 / 4 \approx 340\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

L'albédo. Une partie du rayonnement est directement réfléchi vers l'espace (nuages, glaces, surfaces claires) : la fraction réfléchi est l'**albédo** A , environ 0,30 pour la Terre. La puissance absorbée par m^2 vaut en moyenne $(1 - A) \times 340 \approx 238\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

L'émission terrestre. La Terre, chauffée, émet un rayonnement infrarouge. Pour un corps noir, la puissance émise par unité de surface suit la **loi de Stefan-Boltzmann** (relation donnée) : $p = \sigma T^4$, avec $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$.

Équilibre radiatif. La température moyenne de la Terre est stable lorsque la puissance absorbée est égale à la puissance émise vers l'espace. Sans atmosphère, l'égalité $\sigma T^4 = 238\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ donnerait $T \approx 255\text{ K}$, soit environ $-18\text{ }^\circ\text{C}$. Or la température moyenne de surface est d'environ 288 K ($15\text{ }^\circ\text{C}$).

L'effet de serre. L'atmosphère est presque transparente au rayonnement solaire visible mais absorbe une grande partie du rayonnement infrarouge émis par la surface, grâce aux gaz à effet de serre (vapeur d'eau, dioxyde de carbone CO_2 , méthane CH_4). Elle réémet ce rayonnement dans toutes les directions, en particulier vers le sol. La surface reçoit donc à la fois le rayonnement solaire et le rayonnement infrarouge de l'atmosphère : à l'équilibre, elle est plus chaude que sans atmosphère. À 288 K , elle émet environ $\sigma \times 288^4 \approx 390\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, bien plus que les $238\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ qui finissent par partir vers l'espace. Les échanges par convection et par évaporation-condensation de l'eau complètent ce bilan.

Si la concentration en gaz à effet de serre augmente, l'atmosphère renvoie davantage d'infrarouge vers le sol : le bilan devient momentanément positif et la température de surface s'élève jusqu'à un nouvel équilibre. Une baisse de l'albédo (fonte des glaces) agit dans le même sens : c'est une rétroaction qui amplifie le réchauffement.

Bilan radiatif simplifié

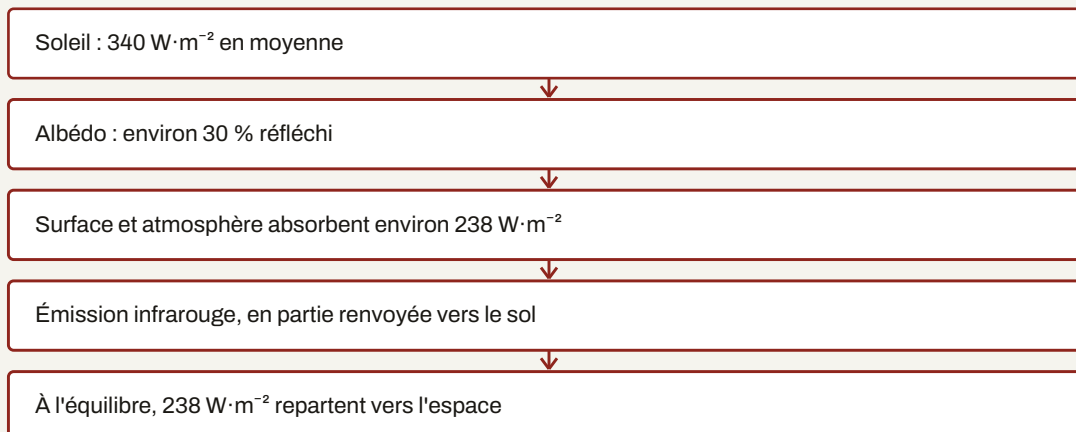


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

À l'équilibre, un système reçoit exactement autant d'énergie qu'il en perd par unité de temps. Toute perturbation de l'un des termes déplace la température jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre soit atteint.

Exemples résolus

Exemple 1 : une bouteille de plongée

Énoncé. Une bouteille de plongée de volume intérieur 12,0 L contient de l'air comprimé sous 200 bar à 20,0 °C. On assimile l'air à un gaz parfait. Données : $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; 1 bar = 10^5 Pa ; $P(\text{atm}) = 1,013 \text{ bar}$. a) Calculer la quantité de matière d'air. b) Quel volume cet air occuperait-il à 20,0 °C sous la pression atmosphérique ? c) La bouteille, oubliée au soleil, atteint 50,0 °C. Calculer la nouvelle pression. d) Discuter la validité du modèle.

Résolution. a) Conversions : $P = 200 \times 10^5 \text{ Pa} = 2,00 \times 10^7 \text{ Pa}$; $V = 12,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; $T = 293,15 \text{ K}$. $n = PV / (RT) = 2,00 \times 10^7 \times 12,0 \times 10^{-3} / (8,314 \times 293,15) = 2,40 \times 10^5 / 2\,437 \approx \mathbf{98,5 \text{ mol}}$. b) À n et T constants, $P V =$ constante : $V' = V \times P / P' = 12,0 \times 200 / 1,013 \approx 2,37 \times 10^3 \text{ L}$, soit $\mathbf{2,37 \text{ m}^3}$. c) À n et V constants, $P / T =$ constante : $P' = 200 \times 323,15 / 293,15 \approx \mathbf{220 \text{ bar}}$. La pression augmente d'environ 10 %, d'où la consigne de ne pas exposer une bouteille de gaz à la chaleur. d) À 200 bar, les molécules sont proches les unes des autres : leur volume propre et leurs interactions ne sont plus tout à fait négligeables. Le modèle du gaz parfait donne un **ordre de grandeur correct**, mais pas une valeur précise.

Exemple 2 : une bouilloire électrique

Énoncé. Une bouilloire de puissance électrique 1 500 W contient 1,00 L d'eau à 20,0 °C. Données : $\rho(\text{eau}) = 1,00 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$; $c(\text{eau}) = 4,18 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. a) Calculer l'énergie nécessaire pour porter l'eau à 100 °C. b) En supposant que toute l'énergie électrique est reçue par l'eau, calculer la durée de chauffage. c) La durée mesurée est de 250 s. Calculer le rendement de la bouilloire et expliquer l'écart.

Résolution. a) Système {eau}, incompressible, sans changement d'état, ne recevant pas de travail : $\Delta U = Q = m c \Delta T = 1,00 \times 4,18 \times 10^3 \times (100 - 20,0) = \mathbf{3,34 \times 10^5 \text{ J}}$. b) L'énergie électrique fournie pendant Δt vaut $P \times \Delta t$. $\Delta t = Q / P = 3,34 \times 10^5 / 1\,500 \approx \mathbf{223 \text{ s}}$. c) Énergie électrique réellement fournie : $1\,500 \times 250 = 3,75 \times 10^5 \text{ J}$. Rendement : $\eta = 3,34 \times 10^5 / 3,75 \times 10^5 \approx \mathbf{0,89}$, soit 89 %. Le reste a servi à chauffer la bouilloire.

elle-même (sa résistance, son corps) et a été transféré à l'air ambiant par conduction, convection et rayonnement.

Exemple 3 : une tasse de café qui refroidit

Énoncé. Une tasse de café à 80,0 °C est posée dans une pièce à 20,0 °C. On admet que sa température suit la loi de Newton : $T(t) = T(\text{ext}) + (T_0 - T(\text{ext})) \exp(-t/\tau)$. Au bout de 10,0 min, le café est à 50,0 °C. a) Déterminer τ . b) Quelle est la température au bout de 20,0 min ? c) À quel instant le café atteint-il 30,0 °C ?

Résolution. a) À $t = 10,0$ min : $50,0 - 20,0 = (80,0 - 20,0) \exp(-10,0/\tau)$, donc $\exp(-10,0/\tau) = 30,0 / 60,0 = 0,500$. En prenant le logarithme népérien : $-10,0/\tau = \ln(0,500) = -\ln 2$, d'où $\tau = 10,0 / \ln 2 \approx 14,4$ min. b) À $t = 20,0$ min : $\exp(-20,0/\tau) = (\exp(-10,0/\tau))^2 = 0,250$. $T = 20,0 + 60,0 \times 0,250 = 35,0$ °C. L'écart à la température ambiante est divisé par 2 toutes les 10,0 min. c) On cherche t tel que $30,0 - 20,0 = 60,0 \exp(-t/\tau)$, soit $\exp(-t/\tau) = 1/6$. Donc $t = \tau \times \ln 6 = 14,4 \times 1,79 \approx 25,8$ min.

Méthodes et pièges

- Méthode type pour le gaz parfait : convertis d'abord tout en SI (P en Pa, V en m³, T en K), puis écris $P V = n R T$; si n est constant, utilise plutôt $P V / T = \text{constante}$ entre deux états, ce qui évite de calculer n.
- N'utilise jamais une température en degrés Celsius dans $P V = n R T$ ou dans σT^4 : seul le kelvin convient. En revanche, dans un écart ΔT , les deux échelles donnent la même valeur.
- Pour le premier principe, définis toujours le système, puis compte positivement ce qu'il reçoit et négativement ce qu'il cède. Un signe faux sur Q ou W est l'erreur classique.
- Ne confonds pas température et énergie interne : deux corps à la même température peuvent avoir des énergies internes très différentes, et un changement d'état fait varier U à température constante.
- Ne confonds pas capacité thermique C (J·K⁻¹, propre à un objet) et capacité thermique massique c (J·kg⁻¹·K⁻¹, propre à un matériau).
- En calorimétrie, écris $\Delta U(\text{total}) = 0$ en faisant la somme des $m c (T(f) - T(\text{initiale}))$ de toutes les parties, avec T(f) inconnue : les signes se placent alors tout seuls.
- Pour des parois successives, additionne les résistances thermiques, jamais les conductivités.
- Pour la loi de Newton, isole l'exponentielle avant de prendre le logarithme ; vérifie toujours que ton résultat est compris entre T₀ et T(ext).

Vers le PASS

En PASS et en LAS, la thermodynamique revient sous deux formes. En chimie, le premier principe s'enrichit des fonctions d'état enthalpie, entropie et enthalpie libre, qui permettent de prévoir le sens d'une réaction et la position d'un équilibre chimique. En biophysique, l'étude des transferts thermiques sert à comprendre la thermorégulation du corps humain : production d'énergie par le métabolisme, pertes par conduction, convection, rayonnement infrarouge de la peau et évaporation de la sueur, rôle de la circulation sanguine dans le transport de l'énergie vers la surface.

Les compétences construites ici y sont directement réutilisées : conversion en kelvins, bilan d'énergie avec convention de signe, équation $P V = n R T$ pour les gaz respiratoires et les pressions partielles,

raisonnement sur une évolution exponentielle et sa constante de temps.

Suite en PASS : Thermodynamique et transferts de chaleur

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Un récipient de 2,0 L contient un gaz parfait sous $1,0 \times 10^5$ Pa à 25 °C. Calcule la quantité de matière de gaz. Donnée : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
2. Calcule l'énergie à fournir à un bloc d'aluminium de 200 g pour faire passer sa température de 20 °C à 70 °C. Donnée : $c(\text{Al}) = 897 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
3. Indique le mode de transfert thermique principal dans chaque situation : a) la poignée en métal d'une poêle chauffe ; b) l'air d'une pièce se réchauffe dans son ensemble grâce à un radiateur ; c) on sent la chaleur d'un feu de camp sur le visage ; d) l'énergie du Soleil parvient à la Terre.
4. Une vitre de surface $1,5 \text{ m}^2$ et d'épaisseur 4,0 mm sépare une pièce à 20 °C de l'extérieur à 5 °C. On suppose que ses deux faces sont à ces températures. Donnée : $\lambda(\text{verre}) = 1,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $R(\text{th}) = e / (\lambda S)$. Calcule sa résistance thermique, le flux thermique qui la traverse, puis l'énergie perdue en une heure.
5. Au cours d'une transformation, un gaz reçoit un travail de 300 J et cède un transfert thermique de 120 J. Calcule la variation de son énergie interne et indique si elle augmente ou diminue.

Niveau 2 : type bac

6. Une seringue bouchée. Une seringue bouchée contient 50,0 mL d'air à 20,0 °C sous $1,013 \times 10^5$ Pa, assimilé à un gaz parfait. Donnée : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
a) Calcule la quantité de matière d'air. b) On enfonce lentement le piston jusqu'à 20,0 mL, à température constante. Calcule la nouvelle pression. c) Piston bloqué à 20,0 mL, on plonge la seringue dans de l'eau à 60,0 °C. Calcule la pression une fois l'équilibre thermique atteint. d) Explique microscopiquement les augmentations de pression des questions b) et c).
7. Calorimétrie. On mélange dans un calorimètre 200 g d'eau à 80,0 °C et 300 g d'eau à 20,0 °C. Donnée : $c(\text{eau}) = 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
a) En négligeant la capacité thermique du calorimètre, calcule la température finale. b) Le calorimètre a en réalité une capacité thermique de $50 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ et il est initialement à 20,0 °C avec l'eau froide. Calcule la nouvelle température finale. c) Pourquoi le calorimètre doit-il être un récipient isolant ?
8. Isoler un mur. Un mur de béton de surface $10,0 \text{ m}^2$, d'épaisseur 20,0 cm ($\lambda = 1,50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) sépare une pièce à 19,0 °C de l'extérieur à 4,0 °C. Donnée : $R(\text{th}) = e / (\lambda S)$.
a) Calcule la résistance thermique du mur et le flux thermique qui le traverse. b) On ajoute une couche de laine de verre de 10,0 cm ($\lambda = 0,040 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$). Calcule la résistance thermique de l'ensemble et le nouveau flux. c) Calcule l'énergie économisée en une journée, en joules puis en kilowattheures ($1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$).
9. Refroidir une bouteille. Une bouteille à 24,0 °C est placée dans un réfrigérateur à 4,0 °C. Sa température suit la loi de Newton avec une constante de temps $\tau = 40 \text{ min}$.
a) Établis l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$, en notant C la capacité thermique de la bouteille et h le produit du coefficient d'échange par la surface, et exprime τ . b) Vérifie que $T(t) = 4,0 + 20,0$

$\exp(-t/\tau)$ en est solution et respecte la condition initiale. c) Calcule la température au bout de 30 min. d) Au bout de combien de temps la bouteille est-elle à 6,0 °C ?

Niveau 3 : vers le PASS

10. Bilan radiatif de la Terre. Données : constante solaire $1\,361\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$; albédo $A = 0,30$; $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$.

a) Justifie que la puissance solaire moyenne reçue par mètre carré de surface terrestre vaut le quart de la constante solaire, et calcule-la. b) Calcule la puissance absorbée par mètre carré. c) En l'absence d'atmosphère, calcule la température d'équilibre de la Terre, en K puis en °C. d) La température moyenne réelle est de 288 K. Calcule la puissance émise par m^2 par la surface à cette température et explique l'écart avec la question b). e) Si l'albédo passait à 0,28 (fonte des glaces), de combien la température de la question c) varierait-elle ?

11. Freinage. Une voiture de 1 200 kg roulant à $90\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ freine jusqu'à l'arrêt sur une route horizontale. On admet que toute son énergie cinétique devient de l'énergie interne de ses quatre disques de frein en fer, de 6,0 kg chacun ($c = 4,5 \times 10^2\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$), sans transfert vers l'air pendant le freinage.

a) Calcule l'énergie cinétique initiale. b) Applique le premier principe au système {voiture} sous la forme $\Delta(E(m) + U) = W + Q$ et justifie que la diminution d'énergie cinétique se retrouve en énergie interne. c) Calcule l'élévation de température des disques. d) Pourquoi les disques de frein sont-ils souvent ventilés ?

12. Pertes par rayonnement de la peau. La peau d'une personne dévêtue, de surface $1,8\text{ m}^2$, est à 33 °C dans une pièce dont les murs sont à 20 °C. On assimile la peau et les murs à des corps noirs dans l'infrarouge. Donnée : $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$.

a) Calcule la puissance émise par m^2 de peau, puis celle reçue par m^2 de peau en provenance des murs (même formule à la température des murs). b) Déduis-en la puissance nette perdue par rayonnement par tout le corps. c) Compare-la à une production d'énergie au repos d'environ 100 W et conclus sur l'importance du rayonnement.

13. QCM. Indique pour chaque proposition si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

A. Doubler la température en degrés Celsius d'un gaz parfait à volume constant double sa pression. B. Lors de la fusion de la glace à 0 °C, l'énergie interne de l'eau augmente alors que sa température ne change pas. C. Le rayonnement est le seul mode de transfert thermique possible dans le vide. D. Pour deux couches isolantes accolées, la résistance thermique totale est la plus petite des deux. E. Selon la loi de Newton, au bout d'une durée τ , la température du système a atteint celle du milieu extérieur.

Corrigés

1. Conversions : $V = 2,0 \times 10^{-3}\text{ m}^3$; $T = 25 + 273,15 = 298,15\text{ K}$. $n = PV / (RT) = 1,0 \times 10^5 \times 2,0 \times 10^{-3} / (8,314 \times 298,15) = 200 / 2\,479 \approx 8,1 \times 10^{-2}\text{ mol}$.

2. $Q = m c \Delta T = 0,200 \times 897 \times (70 - 20) = 0,200 \times 897 \times 50 = 8,97 \times 10^3\text{ J}$, soit environ 9,0 kJ.

3. a) **Conduction** : l'énergie progresse dans le métal de proche en proche, sans déplacement de matière. b) **Convection** : l'air chauffé au contact du radiateur monte et circule dans la pièce. c) **Rayonnement** : le feu émet un rayonnement infrarouge absorbé par la peau (l'air chaud du feu monte et ne vient pas vers le visage). d) **Rayonnement** : c'est le seul mode possible à travers le vide spatial.

4. $R(\text{th}) = e / (\lambda S) = 4,0 \times 10^{-3} / (1,0 \times 1,5) \approx 2,7 \times 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$. $\Phi = \Delta T / R(\text{th}) = 15 / 2,67 \times 10^{-3} \approx 5,6 \times 10^3 \text{ W}$.

Énergie perdue en une heure : $Q = \Phi \times \Delta t = 5,6 \times 10^3 \times 3\,600 \approx 2,0 \times 10^7 \text{ J}$. En réalité, les couches d'air au contact des deux faces ajoutent une résistance et réduisent nettement ce flux, mais l'ordre de grandeur montre qu'un simple vitrage isole mal.

5. $W = +300 \text{ J}$ (reçu), $Q = -120 \text{ J}$ (cédé). $\Delta U = W + Q = 300 - 120 = +180 \text{ J}$: l'énergie interne **augmente**.

6. a) $n = PV / (RT) = 1,013 \times 10^5 \times 50,0 \times 10^{-6} / (8,314 \times 293,15) = 5,065 / 2\,437 \approx 2,08 \times 10^{-3} \text{ mol}$.

b) À n et T constants : $P_2 = P_1 \times V_1 / V_2 = 1,013 \times 10^5 \times 50,0 / 20,0 \approx 2,53 \times 10^5 \text{ Pa}$. c) À n et V constants : $P_3 = P_2 \times T_3 / T_2 = 2,53 \times 10^5 \times 333,15 / 293,15 \approx 2,88 \times 10^5 \text{ Pa}$. d) En b), le même nombre de molécules occupe un volume 2,5 fois plus petit : elles frappent plus souvent chaque unité de surface de paroi. En c), les molécules sont plus agitées : les chocs sont plus fréquents et plus violents. Dans les deux cas, la force exercée par unité de surface, donc la pression, augmente.

7. a) Système isolé : $0,200 \times c \times (T(f) - 80,0) + 0,300 \times c \times (T(f) - 20,0) = 0$. D'où $T(f) = (0,200 \times 80,0 + 0,300 \times 20,0) / 0,500 = (16,0 + 6,0) / 0,500 = 44,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

b) Le calorimètre ($C = 50 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$) passe aussi de $20,0 \text{ }^\circ\text{C}$ à $T(f)$: $0,200 \times 4\,180 \times (T(f) - 80,0) + (0,300 \times 4\,180 + 50) \times (T(f) - 20,0) = 0$, soit $836 (T(f) - 80,0) + 1\,304 (T(f) - 20,0) = 0$. Donc $2\,140 T(f) = 66\,880 + 26\,080 = 92\,960$, et $T(f) \approx 43,4 \text{ }^\circ\text{C}$. Le calorimètre absorbe une partie de l'énergie : la température finale est un peu plus basse. c) Pour que le système {eaux + calorimètre} soit isolé : sans isolation, une partie de l'énergie serait transférée à l'air ambiant et le bilan $\Delta U(\text{total}) = 0$ serait faux.

8. a) $R(\text{béton}) = 0,200 / (1,50 \times 10,0) \approx 1,33 \times 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$. $\Phi = 15,0 / 1,33 \times 10^{-2} \approx 1,13 \times 10^3 \text{ W}$.

b) $R(\text{laine}) = 0,100 / (0,040 \times 10,0) = 0,250 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$. En série : $R(\text{totale}) = 0,0133 + 0,250 \approx 0,263 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$. $\Phi' = 15,0 / 0,263 \approx 57 \text{ W}$. Le flux est divisé par environ 20. c) Économie de flux : $1\,125 - 57 \approx 1,07 \times 10^3 \text{ W}$. Sur une journée ($86\,400 \text{ s}$) : $1,07 \times 10^3 \times 86\,400 \approx 9,2 \times 10^7 \text{ J}$, soit $9,2 \times 10^7 / 3,6 \times 10^6 \approx 26 \text{ kWh}$.

9. a) Pendant dt , la bouteille cède $\Phi dt = h S (T - T(\text{ext})) dt$ et ne reçoit pas de travail. Premier principe : $C dT = -h S (T - T(\text{ext})) dt$, d'où $dT/dt = -(T - T(\text{ext})) / \tau$ avec $\tau = C / (h S)$.

b) $dT/dt = -20,0 \exp(-t/\tau) / \tau$; or $T - 4,0 = 20,0 \exp(-t/\tau)$, donc $dT/dt = -(T - 4,0) / \tau$: l'équation est vérifiée. À $t = 0$, $T = 4,0 + 20,0 = 24,0 \text{ }^\circ\text{C}$: la condition initiale est respectée. c) $T(30) = 4,0 + 20,0 \times \exp(-30/40) = 4,0 + 20,0 \times 0,472 \approx 13,4 \text{ }^\circ\text{C}$. d) $6,0 - 4,0 = 20,0 \exp(-t/\tau)$, donc $\exp(-t/\tau) = 0,100$ et $t = \tau \ln 10 = 40 \times 2,30 \approx 92 \text{ min}$.

10. a) La Terre intercepte le flux solaire sur la surface de son disque apparent, πR^2 , mais cette énergie se répartit, au fil de la rotation, sur toute sa surface $4 \pi R^2$, quatre fois plus grande. Puissance moyenne : $1\,361 / 4 \approx 340 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

b) $(1 - 0,30) \times 340 \approx 238 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. c) Équilibre : $\sigma T^4 = 238$, donc $T^4 = 238 / 5,67 \times 10^{-8} = 4,20 \times 10^9 \text{ K}^4$ et $T = (4,20 \times 10^9)^{1/4} \approx 255 \text{ K}$, soit $-18 \text{ }^\circ\text{C}$. d) $p = \sigma \times 288^4 = 5,67 \times 10^{-8} \times 6,88 \times 10^9 \approx 390 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. La surface émet plus que ce que la Terre absorbe du Soleil : c'est possible parce qu'elle reçoit en plus le rayonnement infrarouge renvoyé par l'atmosphère (effet de serre). Vers l'espace, seuls $238 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ en moyenne s'échappent, ce qui assure l'équilibre global. e) Puissance absorbée : $0,72 \times 340 \approx 245 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. $T = (245 / 5,67 \times 10^{-8})^{1/4} \approx 256,4 \text{ K}$. Variation : environ $+1,8 \text{ K}$. Une petite baisse de l'albédo suffit à réchauffer sensiblement la planète.

11. a) $v = 90 / 3,6 = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. $E(c) = \frac{1}{2} m v^2 = 0,5 \times 1\,200 \times 25^2 = 3,75 \times 10^5 \text{ J}$.

b) Système {voiture}. Pendant le freinage, on néglige les échanges avec l'extérieur : $Q = 0$; le travail des forces extérieures est nul ou négligeable (les frottements disque-plaquette sont internes au système, la route horizontale ne fait pas varier l'énergie potentielle). Donc $\Delta(E(m) + U) = 0$, soit $\Delta U = -\Delta E(c) = +3,75 \times 10^5 \text{ J}$: l'énergie cinétique perdue se retrouve en énergie interne des disques. c) Masse totale de fer : $4 \times 6,0 = 24 \text{ kg}$. $\Delta T = \Delta U / (m c) = 3,75 \times 10^5 / (24 \times 4,5 \times 10^2) = 3,75 \times 10^5 / 1,08 \times 10^4 \approx 35 \text{ K}$. d) Après le freinage, les disques doivent céder rapidement cette énergie à l'air, sinon des freinages répétés les échaufferaient de plus en plus. Les ailettes de ventilation augmentent la surface d'échange et favorisent la **convection**, ce qui diminue la constante de temps de refroidissement.

12. a) $T(\text{peau}) = 33 + 273 = 306 \text{ K}$; $T(\text{murs}) = 293 \text{ K}$. Puissance émise par m^2 : $\sigma \times 306^4 = 5,67 \times 10^{-8} \times 8,77 \times 10^9 \approx 497 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Puissance reçue des murs par m^2 : $\sigma \times 293^4 = 5,67 \times 10^{-8} \times 7,37 \times 10^9 \approx 418 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

b) Puissance nette perdue : $(497 - 418) \times 1,8 \approx 79 \times 1,8 \approx 1,4 \times 10^2 \text{ W}$. c) Cette perte est du même ordre que la production d'énergie au repos (100 W) : le **rayonnement infrarouge est un mode de perte majeur** pour un corps dévêtu. Le corps ne se refroidit pas pour autant indéfiniment car la peau se refroidit, ce qui réduit la perte, et la vasoconstriction limite le transport d'énergie vers la surface ; les vêtements, en s'interposant, réduisent fortement cet échange.

13. A. **Faux**. La loi $P / T = \text{constante}$ s'écrit avec T en kelvins : passer de 20°C à 40°C fait passer T de 293 K à 313 K, la pression n'augmente que de 7 % environ.

B. **Vrai**. La fusion rompt des interactions entre molécules : la part potentielle de l'énergie interne augmente ($\Delta U = m L > 0$) à température constante. C. **Vrai**. Conduction et convection nécessitent de la matière ; le rayonnement électromagnétique se propage dans le vide. D. **Faux**. En série, les résistances thermiques s'ajoutent : la résistance totale est plus grande que chacune des deux. E. **Faux**. Au bout de τ , il reste 37 % de l'écart initial ; l'équilibre n'est atteint en pratique qu'au bout d'environ 5τ .

Ondes sonores : intensité, niveau sonore et effet Doppler

COURS • P13 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	9

Ce que tu dois savoir faire

- Décrire une onde sonore comme une onde mécanique progressive et relier sa célérité, sa fréquence et sa longueur d'onde.
- Définir l'intensité sonore et la calculer pour une source ponctuelle qui émet dans toutes les directions.
- Définir le niveau d'intensité sonore, passer de l'intensité au niveau et inversement, en utilisant correctement le logarithme décimal.
- Exploiter l'additivité des intensités sonores (et non des niveaux) pour plusieurs sources.
- Définir et calculer une atténuation en décibels, géométrique (avec la distance) ou par absorption (paroi, milieu).
- Décrire l'effet Doppler et établir l'expression du décalage de fréquence pour un émetteur mobile et un récepteur fixe, à une dimension.
- Utiliser l'approximation du décalage Doppler lorsque la vitesse de l'émetteur est faible devant la célérité de l'onde.
- Exploiter l'effet Doppler pour mesurer une vitesse : radar, échographie Doppler, astrophysique.

Cours

1. Le son, une onde mécanique progressive

Un **son** est une onde mécanique progressive : une perturbation de la pression du milieu (et du mouvement local de ses entités) qui se propage de proche en proche, avec transport d'énergie mais **sans transport de matière**. Dans l'air, l'onde sonore est longitudinale : les couches d'air vibrent dans la direction de propagation, créant une succession de compressions et de dilatations. Un son a besoin d'un milieu matériel : il ne se propage pas dans le vide.

La **célérité** c d'une onde est la vitesse de propagation de la perturbation. Elle dépend du milieu et de sa température : environ $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans l'air à 20°C , environ $1\,500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans l'eau, environ $1\,540 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans les tissus mous du corps humain, plusieurs milliers de $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans les solides.

Pour une onde périodique, la **période** T (en s) est la durée d'un motif, la **fréquence** $f = 1/T$ (en Hz) le nombre de motifs par seconde, et la **longueur d'onde** λ (en m) la distance parcourue par l'onde pendant une période :

$$\lambda = c \times T = c / f$$

La fréquence est imposée par la source et ne change pas quand l'onde passe d'un milieu à un autre ; la longueur d'onde, elle, change avec la célérité.

L'oreille humaine perçoit les sons de fréquence comprise entre environ **20 Hz et 20 kHz**. En dessous se trouvent les **infrasons**, au-dessus les **ultrasons** (utilisés en échographie, entre 1 et 20 MHz environ). La **hauteur** d'un son est liée à sa fréquence fondamentale, son **timbre** à la composition de son spectre (présence et amplitude des harmoniques), et sa **force** à l'intensité sonore, objet de ce chapitre.

2. L'intensité sonore

Une onde sonore transporte de l'énergie. On caractérise la puissance qu'elle transporte à travers une surface par l'**intensité sonore** I , puissance reçue par unité de surface perpendiculaire à la direction de propagation :

$$I = P / S, \text{ avec } P \text{ en } W, S \text{ en } \text{m}^2 \text{ et } I \text{ en } W\cdot\text{m}^{-2}.$$

Source ponctuelle isotrope. Une source de petite taille qui émet une puissance sonore P de la même façon dans toutes les directions, dans un milieu qui n'absorbe pas l'énergie, répartit cette puissance sur des sphères de plus en plus grandes. À la distance r de la source, la sphère a une aire $4\pi r^2$, d'où :

$$I = P / (4 \pi r^2)$$

L'intensité est donc **inversement proportionnelle au carré de la distance** : si r double, I est divisée par 4 ; si r est multiplié par 10, I est divisée par 100. C'est l'**atténuation géométrique**, due à la dilution de l'énergie dans l'espace, sans aucune perte d'énergie.

Ordres de grandeur. L'oreille humaine perçoit des intensités qui s'étendent sur un domaine immense : à 1 kHz, le **seuil d'audibilité** est voisin de $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, et le **seuil de douleur** voisin de 1 à 10 $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$. Le rapport entre les deux dépasse mille milliards.

Additivité des intensités. Lorsque plusieurs sources indépendantes (non synchronisées, ce qui est le cas de sources de bruit ordinaires) émettent en même temps, les **intensités** reçues en un point s'additionnent :

$$I(\text{totale}) = I_1 + I_2 + \dots$$

3. Le niveau d'intensité sonore

Une échelle linéaire est malcommode pour un domaine qui s'étend sur plus de douze puissances de dix. De plus, la sensation auditive n'est pas proportionnelle à l'intensité : multiplier l'intensité par 10 donne la même impression d'augmentation, quel que soit le niveau de départ. On utilise donc une échelle **logarithmique**.

Définition. Le **niveau d'intensité sonore** L , exprimé en **décibels (dB)**, est :

$$L = 10 \times \log(I / I_0)$$

où $\log$ est le logarithme décimal et $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ l'intensité de référence (seuil d'audibilité à 1 kHz). L est sans dimension ; le décibel est une unité de rapport.

Relation inverse. En notant 10^x la puissance x de 10 (fonction réciproque du logarithme décimal) :

$$I = I_0 \times 10^{L/10}$$

Propriétés à connaître, qui découlent de $\log(a \times b) = \log a + \log b$:

- $I = I_0$ donne $L = 0 \text{ dB}$ (seuil d'audibilité, et non absence de son) ;
- multiplier I par 10 ajoute 10 dB ; multiplier I par 100 ajoute 20 dB ; multiplier I par 10^n ajoute $10n \text{ dB}$;
- multiplier I par 2 ajoute $10 \log 2 \approx 3 \text{ dB}$; diviser I par 2 retire 3 dB ;
- multiplier I par 4 ajoute environ 6 dB.

Les niveaux ne s'additionnent pas. Deux sources identiques produisant chacune 70 dB en un point produisent ensemble une intensité double, donc un niveau de $70 + 3 = 73 \text{ dB}$, et non 140 dB. Pour combiner des niveaux, on revient toujours aux intensités : $I = I_0 \times 10^{L/10}$ pour chaque source, somme des intensités, puis retour au niveau.

Situation	$L \text{ (dB)}$	$I \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2})$
Seuil d'audibilité	0	$1,0 \times 10^{-12}$
Bruissement de feuilles	20	$1,0 \times 10^{-10}$
Conversation normale	60	$1,0 \times 10^{-6}$
Rue animée	80	$1,0 \times 10^{-4}$
Concert amplifié, près des enceintes	110	$1,0 \times 10^{-1}$
Seuil de douleur	120 à 130	1 à 10

Le niveau sonore se mesure avec un **sonomètre**. La réglementation du travail fixe des seuils d'exposition (de l'ordre de 80 à 85 dB pour une exposition quotidienne prolongée), au-delà desquels des protections auditives sont exigées.

Passer d'un niveau à une intensité et retour

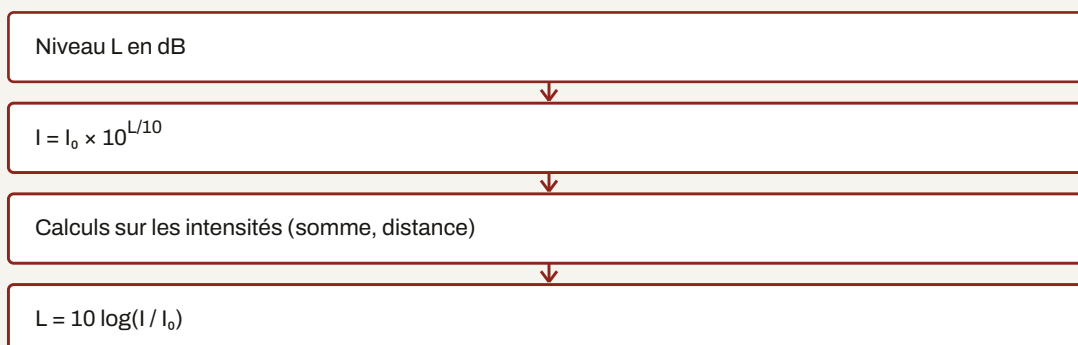


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

4. L'atténuation

Quand un son s'éloigne de sa source ou traverse un obstacle, son intensité diminue. On mesure cette diminution par l'**atténuation** A , en décibels, entre un niveau L_1 et un niveau L_2 plus faible :

$$A = L_1 - L_2 = 10 \times \log(I_1 / I_2)$$

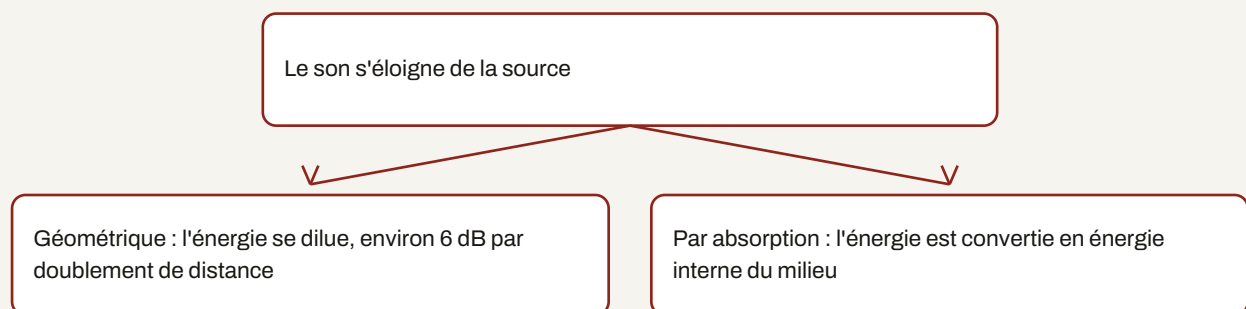
Une atténuation de 10 dB divise l'intensité par 10, une atténuation de 30 dB la divise par 1 000.

Atténuation géométrique. Pour une source ponctuelle isotrope, $I_1 / I_2 = (r_2 / r_1)^2$, donc $A = 20 \times \log(r_2 / r_1)$. Doubler la distance atténue de $20 \log 2 \approx 6$ dB ; multiplier la distance par 10 atténue de 20 dB.

Atténuation par absorption. Une partie de l'énergie sonore est transformée en énergie interne du milieu traversé (frottements, mouvements désordonnés) : c'est l'absorption. Elle dépend du matériau et de la fréquence ; en général, les sons aigus sont plus absorbés que les sons graves, ce qui explique qu'on entende surtout les basses d'une musique à travers un mur. Les matériaux poreux et souples (mousses, laines minérales) absorbent beaucoup ; une paroi lourde et étanche réfléchit et transmet peu. On caractérise une paroi ou une protection auditive par son atténuation en dB : un bouchon d'oreille de 25 dB fait passer un bruit de 100 dB à 75 dB pour l'oreille.

En **échographie**, les ultrasons sont absorbés par les tissus : l'atténuation est approximativement proportionnelle à la distance parcourue (aller et retour) et à la fréquence. Une fréquence élevée donne une meilleure résolution (longueur d'onde plus petite) mais pénètre moins profondément : c'est un compromis.

Causes de l'atténuation



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

5. L'effet Doppler

Constat. Lorsqu'une ambulance s'approche, sa sirène paraît plus aiguë qu'à l'arrêt ; quand elle s'éloigne, plus grave. Plus généralement, l'**effet Doppler** est la modification de la fréquence perçue d'une onde lorsque l'émetteur et le récepteur sont en mouvement l'un par rapport à l'autre. Le **décalage Doppler** est la différence $\Delta f = f(R) - f(E)$ entre la fréquence reçue $f(R)$ et la fréquence émise $f(E)$.

Établissement du décalage (émetteur mobile, récepteur fixe, à une dimension). Un émetteur se déplace à la vitesse constante v en ligne droite vers un récepteur fixe. Il émet une onde de fréquence

$f(E)$, de période $T(E) = 1/f(E)$, qui se propage à la célérité c dans le milieu immobile (on suppose $v < c$).

- À l'instant $t = 0$, l'émetteur émet un maximum de pression (une « crête »).
- À l'instant $T(E)$, il émet la crête suivante. Pendant cette durée, la première crête a parcouru la distance $c \times T(E)$, mais l'émetteur s'est lui-même rapproché de $v \times T(E)$ en suivant la même direction.
- La distance entre les deux crêtes successives, c'est-à-dire la longueur d'onde dans la zone située devant l'émetteur, vaut donc : $\lambda(R) = c T(E) - v T(E) = (c - v) T(E)$.
- Les crêtes se propagent à la célérité c vers le récepteur, qui les reçoit avec la période $T(R) = \lambda(R) / c$.

On en déduit la fréquence reçue :

$$f(R) = c / \lambda(R) = f(E) \times c / (c - v) \text{ (émetteur qui se rapproche)}$$

Comme $c / (c - v) > 1$, le son reçu est plus aigu. Si l'émetteur s'éloigne, le même raisonnement donne $\lambda(R) = (c + v) T(E)$, d'où :

$$f(R) = f(E) \times c / (c + v) \text{ (émetteur qui s'éloigne)}$$

et le son reçu est plus grave.

Décalage Doppler. Pour un émetteur qui se rapproche :

$$\Delta f = f(R) - f(E) = f(E) \times (c / (c - v) - 1) = f(E) \times v / (c - v)$$

Approximation pour v très inférieure à c . On peut alors négliger v devant c au dénominateur, et l'on obtient la relation approchée, valable dans les deux sens :

$$\Delta f \approx \pm f(E) \times v / c, \text{ soit } \Delta f / f(E) \approx \pm v / c \text{ (signe + au rapprochement, signe - à l'éloignement)}$$

Le décalage relatif de fréquence est proportionnel à la vitesse de l'émetteur. Cette approximation est très bonne pour un véhicule (v / c de l'ordre de 0,1 pour une voiture rapide face au son) mais devient grossière quand v approche de c .

Récepteur mobile. Si c'est le récepteur qui se déplace à la vitesse v vers un émetteur fixe, il rencontre les crêtes plus souvent : $f(R) = f(E) \times (c + v) / c$. Pour v très inférieure à c , on retrouve, au rapprochement, $\Delta f \approx f(E) \times v / c$.

Seule compte la composante de la vitesse selon la droite émetteur-récepteur : un émetteur qui passe perpendiculairement à cette droite ne produit, à cet instant, aucun décalage.

6. Applications de l'effet Doppler

Mesurer une vitesse. En mesurant $f(R)$ et en connaissant $f(E)$ et c , on calcule la vitesse de l'émetteur : $v = c \times (f(R) - f(E)) / f(R)$ pour un émetteur qui se rapproche (relation exacte tirée de $f(R) = f(E) c / (c - v)$), ou $v \approx c \times \Delta f / f(E)$ si v est petite devant c .

Le radar routier. Le radar émet une onde électromagnétique ($c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) de fréquence $f(E)$ de l'ordre de 24 GHz, qui se réfléchit sur le véhicule et revient au radar. L'effet Doppler intervient **deux fois** : le véhicule en mouvement reçoit une onde décalée (récepteur mobile), puis la renvoie comme un émetteur mobile. Pour un véhicule se déplaçant selon l'axe du faisceau, avec v très inférieure à c , le décalage total vaut :

$$\Delta f \approx 2 \times f(E) \times v / c$$

Les décalages sont de l'ordre du kilohertz pour une fréquence émise de dizaines de gigahertz, mais se mesurent avec une grande précision par comparaison entre l'onde émise et l'onde reçue.

L'échographie Doppler. Une sonde émet des ultrasons de fréquence $f(E)$ (quelques MHz) dans les tissus ($c \approx 1\,540\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$). Les globules rouges du sang, en mouvement, réfléchissent les ultrasons avec un double décalage Doppler. Si la vitesse v du sang fait un angle θ avec l'axe du faisceau, seule sa composante $v \cos \theta$ compte :

$$\Delta f \approx 2 \times f(E) \times v \times \cos \theta / c$$

On mesure ainsi la vitesse du sang dans un vaisseau, son sens (selon le signe de Δf) et les accélérations anormales, par exemple au niveau d'un rétrécissement. Les décalages obtenus (de l'ordre du kHz) sont dans le domaine audible : l'appareil peut les rendre audibles, d'où le « souffle » caractéristique de l'examen. Il faut incliner la sonde : si le faisceau est perpendiculaire au vaisseau ($\theta = 90^\circ$), $\cos \theta = 0$ et aucun décalage n'est mesuré.

L'astrophysique. La lumière émise par une étoile ou une galaxie qui s'éloigne de la Terre est reçue avec une fréquence plus faible, donc une longueur d'onde plus grande : les raies du spectre sont décalées vers le rouge. Pour v très inférieure à c , le décalage relatif vaut $\Delta \lambda / \lambda \approx v / c$. Cette mesure a permis d'établir que les galaxies lointaines s'éloignent de nous.

Effet Doppler en pratique

Sirène qui passe : aigu puis grave

Radar routier : double décalage, $2fv/c$

Échographie Doppler : vitesse du sang, facteur $\cos \theta$

Astrophysique : décalage vers le rouge des galaxies

Repères complémentaires, sans séquence causale

Exemples résolus

Exemple 1 : le niveau sonore d'une enceinte

Énoncé. À 2,0 m d'une enceinte assimilée à une source ponctuelle isotrope, on mesure un niveau d'intensité sonore de 100 dB. On néglige l'absorption par l'air. Donnée : $I_0 = 1,0 \times 10^{-12}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. a) Calculer l'intensité sonore à 2,0 m. b) Calculer la puissance sonore de l'enceinte. c) Calculer le niveau à 20 m. d) On ajoute une seconde enceinte identique, placée au même endroit. Quel niveau mesure-t-on à 2,0 m ?

Résolution. a) $I = I_0 \times 10^{L/10} = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{10} = 1,0 \times 10^{-2}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. b) $I = P / (4\pi r^2)$, donc $P = I \times 4\pi r^2 = 1,0 \times 10^{-2} \times 4\pi \times (2,0)^2 \approx 0,50\text{ W}$. Une puissance sonore faible suffit à produire un niveau élevé. c) La distance est multipliée par 10, donc l'intensité est divisée par $10^2 = 100$: l'atténuation vaut 20 dB. $L = 100 - 20 = 80\text{ dB}$. d) Les intensités s'ajoutent : $I(\text{totale}) = 2 \times 1,0 \times 10^{-2}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. $L = 10 \log(2,0 \times 10^{-2} / 1,0 \times 10^{-12}) = 10 \log(2,0 \times 10^{10}) = 10 \times (10 + \log 2) \approx 103\text{ dB}$.

Exemple 2 : bruit de circulation et double vitrage

Énoncé. À 5,0 m d'une route, assimilée à une source ponctuelle, le niveau sonore vaut 80 dB. Une chambre se trouve à 20 m de la route, derrière un double vitrage qui apporte une atténuation de 30 dB. On néglige l'absorption par l'air. a) Calculer le niveau sonore devant la fenêtre. b) Calculer le niveau dans la chambre. c) Calculer l'intensité sonore dans la chambre.

Résolution. a) Atténuation géométrique : $A = 20 \log(r_2 / r_1) = 20 \log(20 / 5,0) = 20 \log 4 \approx 12 \text{ dB}$. Devant la fenêtre : $L = 80 - 12 = \mathbf{68 \text{ dB}}$. b) Le vitrage ajoute 30 dB d'atténuation : $L = 68 - 30 = \mathbf{38 \text{ dB}}$. c) $I = I_0 \times 10^{3,8} = 1,0 \times 10^{-12} \times 6,3 \times 10^3 \approx \mathbf{6,3 \times 10^{-9} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}}$. L'intensité a été divisée par $10^{4,2} \approx 1,6 \times 10^4$ entre 5,0 m de la route et l'intérieur de la chambre.

Exemple 3 : la sirène d'une ambulance

Énoncé. Une ambulance roule en ligne droite à vitesse constante. Sa sirène émet un son de fréquence 680 Hz. La célérité du son dans l'air est $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. a) L'ambulance roule à $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ vers un piéton immobile. Calculer la fréquence perçue par le piéton. b) Calculer la fréquence perçue quand elle s'est éloignée. c) Inversement, un piéton mesure 722,5 Hz à l'approche puis 642,2 Hz à l'éloignement, sans connaître la fréquence émise. Retrouver la vitesse de l'ambulance.

Résolution. a) $v = 72 / 3,6 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Émetteur qui se rapproche : $f(R) = f(E) \times c / (c - v) = 680 \times 340 / 320 \approx \mathbf{723 \text{ Hz}}$ (722,5 Hz). Le son est plus aigu. b) Émetteur qui s'éloigne : $f(R) = 680 \times 340 / 360 \approx \mathbf{642 \text{ Hz}}$. Le son est plus grave. c) Le rapport des deux fréquences ne dépend pas de $f(E)$: $f(\text{approche}) / f(\text{éloignement}) = (c + v) / (c - v)$. Notons ce rapport $k = 722,5 / 642,2 \approx 1,125$. Alors $k(c - v) = c + v$, d'où $v = c(k - 1) / (k + 1) = 340 \times 0,125 / 2,125 = \mathbf{20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$, soit $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. On retrouve la vitesse de la question a).

Méthodes et pièges

- Méthode type pour les niveaux sonores : convertis chaque niveau en intensité, fais les calculs sur les intensités (somme, effet de la distance), puis reviens au niveau. Ne fais jamais de calcul direct sur les décibels sauf pour une atténuation.
- Ne confonds pas l'intensité sonore $I (\text{W} \cdot \text{m}^{-2})$ et le niveau d'intensité sonore $L (\text{dB})$: ce ne sont ni les mêmes grandeurs ni les mêmes unités.
- Les décibels ne s'additionnent pas : deux sources de 60 dB donnent 63 dB, dix sources identiques ajoutent 10 dB.
- 0 dB ne signifie pas « aucun son » mais un son d'intensité égale à I_0 ; un niveau négatif est possible pour $I < I_0$.
- Pour une source ponctuelle, l'intensité varie en $1/r^2$, pas en $1/r$: doubler la distance retire environ 6 dB, et non 3 dB.
- Pour l'effet Doppler, raisonne d'abord qualitativement (rapprochement : fréquence plus haute ; éloignement : plus basse), puis vérifie que ton résultat respecte ce sens. C'est le meilleur contrôle du signe dans $c - v$ ou $c + v$.
- Utilise la relation approchée $\Delta f \approx \pm f v / c$ seulement si v est très petite devant c ; sinon, garde la relation exacte.
- Pour une onde réfléchiée par un objet mobile (radar, échographie), pense au facteur 2, et en échographie au facteur $\cos \theta$.

Vers le PASS

En PASS et en LAS, l'acoustique fait partie de la biophysique des ondes. Le niveau d'intensité sonore et les décibels servent à décrire l'audition : courbes de sensibilité de l'oreille selon la fréquence, audiogramme, seuils, et plus largement toute grandeur exprimée en échelle logarithmique. Les ultrasons sont étudiés pour l'imagerie : impédance acoustique, réflexion et transmission aux interfaces entre tissus, atténuation en fonction de la profondeur et de la fréquence, compromis entre résolution et profondeur d'exploration.

L'effet Doppler y est appliqué à la mesure des vitesses circulatoires : formule du décalage avec le double trajet et l'angle d'incidence, interprétation du signe et du spectre des vitesses, repérage d'une accélération au niveau d'une sténose. Le maniement sûr des logarithmes et des puissances de dix acquis dans ce chapitre est indispensable pour les QCM de calcul.

Suite en PASS : Ondes, acoustique et formation des images

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

- Donnée : $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. a) Calcule l'intensité sonore correspondant à un niveau de 60 dB. b) Calcule le niveau d'intensité sonore correspondant à une intensité de $3,2 \times 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.
- Une source ponctuelle isotrope émet une puissance sonore de 0,10 W. Calcule l'intensité sonore à 5,0 m, puis le niveau d'intensité sonore correspondant ($I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$). On néglige l'absorption.
- Une machine produit, à un poste de travail, un niveau de 70 dB. Calcule le niveau produit au même poste par deux machines identiques fonctionnant ensemble, puis par dix.
- Un mur fait passer le niveau sonore de 85 dB d'un côté à 45 dB de l'autre. Calcule l'atténuation apportée par le mur et le facteur par lequel il divise l'intensité.
- Une source sonore émet un son de 440 Hz et se déplace à $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en ligne droite. La célérité du son vaut $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcule la fréquence perçue par un observateur immobile situé sur sa trajectoire, quand elle se rapproche, puis quand elle s'éloigne.

Niveau 2 : type bac

- Le bruit et la distance. Une source ponctuelle isotrope produit un niveau de 90 dB à 10 m. On néglige l'absorption par l'air.
 - Montre que, chaque fois que la distance double, le niveau diminue d'environ 6 dB.
 - Calcule le niveau à 40 m.
 - À quelle distance le niveau tombe-t-il à 60 dB ?
 - En réalité, l'air et le sol absorbent une partie du son. La distance trouvée en c) est-elle surestimée ou sous-estimée ?
- Établir le décalage Doppler. Un émetteur se déplace à vitesse constante v vers un récepteur fixe, en émettant une onde de fréquence $f(E)$ et de période $T(E)$ qui se propage à la célérité c .
 - Exprime la distance entre deux crêtes successives devant l'émetteur.
 - Déduis-en la fréquence reçue $f(R)$ et le décalage Doppler Δf .
 - Montre que, si v est très inférieure à c , $\Delta f \approx f(E) v / c$.
 - Un train roulant à $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ émet un son de 500 Hz en s'approchant ($c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Calcule la fréquence reçue avec la relation exacte, puis avec la relation approchée. Commente.

8. Contrôle radar. Un radar émet une onde électromagnétique de fréquence $f(E) = 24,125 \text{ GHz}$. Le décalage mesuré sur l'onde réfléchie par une voiture qui s'approche dans l'axe du faisceau vaut $\Delta f = 4,02 \text{ kHz}$. Donnée : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

a) Explique pourquoi l'effet Doppler intervient deux fois. b) En admettant $\Delta f \approx 2 f(E) v / c$, calcule la vitesse de la voiture en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ puis en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. c) Justifie la validité de l'approximation utilisée.

9. Bruit dans un atelier. Dans un atelier, chacune de trois machines identiques produit 85 dB à un poste de travail.

a) Calcule le niveau sonore au poste quand les trois machines fonctionnent. b) L'opérateur porte un casque qui apporte une atténuation de 20 dB. Quel niveau parvient à ses oreilles ? c) Combien de machines identiques faudrait-il pour atteindre 100 dB au poste ?

Niveau 3 : vers le PASS

10. Échographie Doppler. Une sonde émet des ultrasons de fréquence 4,0 MHz dans les tissus ($c = 1540 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Le faisceau fait un angle $\theta = 60^\circ$ avec l'axe d'une artère. Le décalage mesuré vaut $\Delta f = 1,3 \text{ kHz}$. On admet $\Delta f \approx 2 f(E) v \cos \theta / c$.

a) Calcule la vitesse du sang. b) Calcule la longueur d'onde des ultrasons dans les tissus. c) Le décalage mesuré est-il audible ? Justifie. d) Que mesurerait-on avec un faisceau perpendiculaire à l'artère ? Qu'en conclus-tu pour la pratique ?

11. Une galaxie qui s'éloigne. Dans le spectre d'une galaxie, une raie de l'hydrogène, de longueur d'onde 656,3 nm au laboratoire, est observée à 658,5 nm. On admet que, pour v très inférieure à c , $\Delta \lambda / \lambda \approx v / c$, avec $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

a) La galaxie se rapproche-t-elle ou s'éloigne-t-elle ? Justifie. b) Calcule sa vitesse. c) Vérifie que l'approximation est justifiée.

12. Profondeur d'exploration en échographie. Dans les tissus mous, l'atténuation des ultrasons par absorption vaut environ 0,5 dB par centimètre parcouru et par mégahertz de fréquence. L'onde fait l'aller et le retour entre la sonde et l'organe.

a) Calcule l'atténuation subie par un écho venant d'un organe situé à 5,0 cm de profondeur, à 4,0 MHz, puis le facteur de diminution de l'intensité. b) Même question à 10 MHz. c) L'appareil exploite des échos atténués de 60 dB au plus. Calcule la profondeur maximale explorable à 10 MHz puis à 3,0 MHz. d) Sachant que la résolution est d'autant meilleure que la longueur d'onde est petite, explique le choix de la fréquence selon l'organe examiné.

13. QCM. Indique pour chaque proposition si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

A. Un niveau de 0 dB correspond à une absence totale de son. B. Passer de 50 dB à 70 dB revient à multiplier l'intensité sonore par 100. C. Deux sources produisant chacune 80 dB en un point produisent ensemble 160 dB. D. Une source qui s'éloigne d'un observateur fixe est perçue avec une fréquence plus faible que la fréquence émise. E. En échographie Doppler, le décalage est maximal quand le faisceau est perpendiculaire au vaisseau.

Corrigés

1. a) $I = I_0 \times 10^{L/10} = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^6 = 1,0 \times 10^{-6} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

b) $L = 10 \log(I / I_0) = 10 \log(3,2 \times 10^{-5} / 1,0 \times 10^{-12}) = 10 \log(3,2 \times 10^7) = 10 \times (7 + \log 3,2) = 10 \times 7,51 \approx 75 \text{ dB}$.

2. $I = P / (4\pi r^2) = 0,10 / (4\pi \times 5,0^2) = 0,10 / 314 \approx 3,2 \times 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. $L = 10 \log(3,2 \times 10^{-4} / 1,0 \times 10^{-12}) = 10 \log(3,2 \times 10^8) \approx 85 \text{ dB}$.

3. Une machine : $I_1 = I_0 \times 10^7 = 1,0 \times 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Deux machines : $I = 2 I_1$, donc $L = 70 + 10 \log 2 \approx 73 \text{ dB}$. Dix machines : $I = 10 I_1$, donc $L = 70 + 10 \log 10 = 80 \text{ dB}$. Le niveau n'est pas multiplié : on ajoute $10 \log N$.

4. $A = L_1 - L_2 = 85 - 45 = 40 \text{ dB}$. Comme $A = 10 \log(I_1 / I_2)$, $I_1 / I_2 = 10^{4,0} = 10^4$: le mur divise l'intensité par dix mille.

5. Rapprochement : $f(R) = f(E) \times c / (c - v) = 440 \times 340 / 310 \approx 483 \text{ Hz}$. Éloignement : $f(R) = 440 \times 340 / 370 \approx 404 \text{ Hz}$. Le son est plus aigu à l'approche et plus grave à l'éloignement, comme attendu.

6. a) Pour une source ponctuelle, $I = P / (4\pi r^2)$: si r double, I est divisée par 4. La variation de niveau vaut $10 \log(1/4) = -20 \log 2 \approx -6,0 \text{ dB}$.

b) De 10 m à 40 m, la distance double deux fois : $L = 90 - 2 \times 6,0 = 78 \text{ dB}$ (calcul exact : $90 - 20 \log 4 = 90 - 12,0 = 78 \text{ dB}$). c) Il faut une atténuation de 30 dB, soit $20 \log(r / 10) = 30$, donc $\log(r / 10) = 1,5$ et $r = 10 \times 10^{1,5} \approx 10 \times 31,6 \approx 3,2 \times 10^2 \text{ m}$. d) L'absorption ajoute une atténuation à l'atténuation géométrique : le niveau de 60 dB est atteint **plus près**. La distance trouvée est donc **surestimée**.

7. a) Pendant une période $T(E)$, la crête émise au début a parcouru $c T(E)$, et l'émetteur s'est rapproché de $v T(E)$ dans le même sens. Distance entre deux crêtes : $\lambda(R) = (c - v) T(E)$.

b) Les crêtes se propagent à la célérité c , le récepteur fixe les reçoit avec la période $T(R) = \lambda(R) / c$. Donc $f(R) = c / \lambda(R) = f(E) \times c / (c - v)$, et $\Delta f = f(R) - f(E) = f(E) \times v / (c - v)$. c) Si v est très inférieure à c , $c - v \approx c$, donc $\Delta f \approx f(E) \times v / c$. d) $v = 300 / 3,6 \approx 83,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Relation exacte : $f(R) = 500 \times 340 / (340 - 83,3) = 500 \times 340 / 256,7 \approx 662 \text{ Hz}$. Relation approchée : $f(R) \approx 500 \times (1 + 83,3 / 340) = 500 \times 1,245 \approx 623 \text{ Hz}$. L'écart est important (environ 40 Hz) car $v / c \approx 0,25$ n'est pas petit devant 1 : l'approximation n'est **pas valable** ici.

8. a) La voiture reçoit l'onde du radar en se déplaçant (récepteur mobile : premier décalage), puis la réfléchit comme une source en mouvement (émetteur mobile : second décalage). Les deux décalages s'ajoutent.

b) $v = \Delta f \times c / (2 f(E)) = 4,02 \times 10^3 \times 3,00 \times 10^8 / (2 \times 24,125 \times 10^9) = 1,206 \times 10^{12} / 4,825 \times 10^{10} \approx 25,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit $25,0 \times 3,6 = 90,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. c) $v / c = 25,0 / 3,00 \times 10^8 \approx 8 \times 10^{-8}$: la vitesse est extrêmement petite devant c , l'approximation est **parfaitement justifiée**.

9. a) Trois intensités égales s'additionnent : $L = 85 + 10 \log 3 = 85 + 4,8 \approx 89,8 \text{ dB}$.

b) $L = 89,8 - 20 = 69,8 \text{ dB}$, soit environ 70 dB. c) Il faut $10 \log N = 100 - 85 = 15$, soit $N = 10^{1,5} \approx 31,6$. Le nombre de machines étant entier, il en faut 32.

10. a) $v = \Delta f \times c / (2 f(E) \cos \theta) = 1,3 \times 10^3 \times 1\,540 / (2 \times 4,0 \times 10^6 \times 0,50) = 2,00 \times 10^6 / 4,0 \times 10^6 \approx 0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) $\lambda = c / f = 1\,540 / 4,0 \times 10^6 \approx 3,9 \times 10^{-4} \text{ m}$, soit environ 0,39 mm. c) 1,3 kHz est compris entre 20 Hz et 20 kHz : le décalage est dans le **domaine audible**. L'appareil peut donc le restituer directement sous forme de son. d) Avec $\theta = 90^\circ$, $\cos \theta = 0$, donc $\Delta f = 0$: on ne mesure aucun décalage, quelle que soit la vitesse du sang. En pratique, on incline la sonde pour obtenir un angle nettement inférieur à 90° , et l'on doit connaître cet angle pour calculer v .

11. a) La longueur d'onde observée est plus grande (décalage vers le rouge), donc la fréquence reçue est plus faible : la galaxie **s'éloigne**.

b) $\Delta \lambda = 658,5 - 656,3 = 2,2 \text{ nm}$. $v \approx c \times \Delta \lambda / \lambda = 3,00 \times 10^8 \times 2,2 / 656,3 \approx 1,0 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit environ $1,0 \times 10^3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. c) $v / c = \Delta \lambda / \lambda \approx 3,4 \times 10^{-3}$, très petit devant 1 : l'approximation est **justifiée**.

12. a) Distance parcourue : $2 \times 5,0 = 10 \text{ cm}$. $A = 0,5 \times 4,0 \times 10 = 20 \text{ dB}$. L'intensité est divisée par $10^{2,0} = 100$.

b) $A = 0,5 \times 10 \times 10 = 50 \text{ dB}$; l'intensité est divisée par $10^{5,0} = 10^5$. c) Pour une profondeur d , $A = 0,5 \times f \times 2d$. À 10 MHz : $0,5 \times 10 \times 2d = 60$, donc $d = 6,0 \text{ cm}$. À 3,0 MHz : $0,5 \times 3,0 \times 2d = 60$, donc $d = 20 \text{ cm}$. d) Une fréquence élevée donne une petite longueur d'onde, donc une image plus fine, mais l'onde est vite absorbée : on la réserve aux **organes superficiels** (peau, thyroïde, vaisseaux du cou). Pour les **organes profonds** (abdomen), on choisit une fréquence plus basse, qui pénètre davantage au prix d'une résolution moins bonne.

13. A. **Faux**. 0 dB correspond à $I = I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, le seuil d'audibilité à 1 kHz, pas à une intensité nulle.

B. **Vrai**. Une hausse de 20 dB correspond à $10 \log(I_2 / I_1) = 20$, soit $I_2 / I_1 = 10^2 = 100$. C. **Faux**. Les intensités s'additionnent : l'intensité double et le niveau vaut $80 + 3 = 83 \text{ dB}$. D. **Vrai**. Pour un émetteur qui s'éloigne, $f(R) = f(E) \times c / (c + v)$, inférieure à $f(E)$: le son paraît plus grave. E. **Faux**. Le décalage est proportionnel à $\cos \theta$: il est nul quand le faisceau est perpendiculaire au vaisseau ($\theta = 90^\circ$) et maximal quand le faisceau est aligné avec l'écoulement.

Diffraction et interférences

COURS • P14 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	7
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	10

Ce que tu dois savoir faire

- Caractériser le phénomène de diffraction et préciser les conditions dans lesquelles il est observable, pour une onde mécanique comme pour la lumière.
- Exploiter la relation $\theta = \lambda/a$ pour une fente ou un fil, en précisant la signification de chaque grandeur et l'unité de l'angle.
- Établir la relation $L = 2\lambda D/a$ entre la largeur de la tache centrale et les caractéristiques du montage, puis l'utiliser pour mesurer une longueur d'onde ou une petite dimension.
- Définir des sources cohérentes et expliquer pourquoi deux lampes ordinaires ne donnent pas d'interférences observables.
- Calculer une différence de marche et en déduire si l'interférence en un point est constructive ou destructive.
- Établir l'expression de la différence de marche $\delta = b \cdot x/D$ dans le dispositif des fentes d'Young et en déduire l'interfrange $i = \lambda D/b$.
- Exploiter une figure d'interférences pour déterminer λ , b ou D , et prévoir l'effet de la modification d'un paramètre.
- Interpréter qualitativement les couleurs interférentielles (lumière blanche, bulles de savon, ailes de papillon).
- Évaluer l'incertitude d'une mesure de longueur d'onde réalisée par diffraction ou par interférences.

Cours

1. Le phénomène de diffraction

Lorsqu'une onde rencontre un obstacle ou traverse une ouverture, elle ne se propage pas seulement en ligne droite : elle s'étale au-delà de l'ouverture, dans des directions où l'optique géométrique ne prévoit aucune onde. On appelle **diffraction** cette modification de la direction de propagation d'une onde par une ouverture ou un obstacle de petite dimension.

La diffraction concerne **toutes les ondes** : les vagues qui franchissent l'entrée d'un port s'étalent en arcs de cercle dans le bassin, le son se perçoit derrière un mur, les ondes radio contournent les collines. Elle est donc une signature du caractère ondulatoire. Lorsque Thomas Young puis Augustin Fresnel ont observé la diffraction de la lumière au début du XIX^e siècle, ils ont apporté un argument décisif en faveur du modèle ondulatoire de la lumière.

Condition d'observation. Le phénomène est d'autant plus marqué que la dimension a de l'ouverture (ou de l'obstacle) est petite devant la longueur d'onde λ , ou du même ordre de grandeur. En pratique, la diffraction devient nettement visible dès que a ne dépasse pas quelques centaines de fois λ . Pour la lumière visible (λ entre 400 nm et 800 nm environ), il faut donc des fentes ou des fils de quelques dizaines de micromètres à quelques dixièmes de millimètre. Pour un son de 340 Hz dans l'air ($\lambda = 1,0$ m), une porte ouverte de 0,9 m suffit : c'est pour cela qu'on entend dans le couloir une conversation tenue dans une pièce sans voir les personnes qui parlent.

Ce que la diffraction ne change pas. La fréquence, la longueur d'onde et la célérité de l'onde diffractée sont les mêmes que celles de l'onde incidente : seule la répartition de l'énergie dans l'espace est modifiée.

2. Diffraction par une fente ou par un fil : l'écart angulaire

On éclaire une fente fine de largeur a avec un faisceau laser de longueur d'onde λ et on observe sur un écran placé à la distance D de la fente, avec D très grand devant a . La figure obtenue est une suite de taches alignées **perpendiculairement à la fente** : une tache centrale très lumineuse, deux fois plus large que les autres, encadrée de taches latérales beaucoup moins intenses, séparées par des zones d'extinction.

Diffraction par une fente

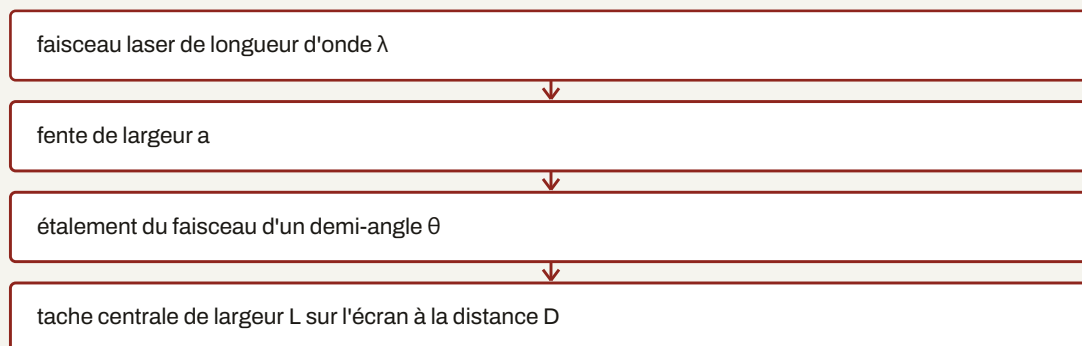


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

On appelle **écart angulaire** θ (ou demi-ouverture angulaire) l'angle entre la direction du centre de la tache centrale et la direction de la première extinction. Pour une fente de largeur a :

$$\theta = \lambda / a$$

avec θ en **radians**, λ et a dans la **même unité** (en général le mètre). Cette relation est valable pour les petits angles, ce qui est toujours le cas dans les montages usuels.

Trois conséquences se lisent directement sur cette formule :

- plus la fente est étroite, plus le faisceau s'étale (θ inversement proportionnel à a) ;

- plus la longueur d'onde est grande, plus l'étalement est important : le rouge est davantage diffracté que le bleu ;
- si a est très grand devant λ , θ tend vers zéro : on retrouve la propagation rectiligne de l'optique géométrique.

Fil et fente : même figure. Un fil de diamètre a donne la même figure de diffraction qu'une fente de largeur a (en dehors de la zone centrale directement éclairée par le faisceau non diffracté). C'est ce qui permet de mesurer le diamètre d'un cheveu ou d'un fil fin avec un simple laser.

Largeur de la tache centrale. Soit L la largeur de la tache centrale sur l'écran, c'est-à-dire la distance entre les deux premières extinctions. Dans le triangle formé par la fente et la demi-tache, on a $\tan \theta = (L/2) / D$. Les angles étant petits, $\tan \theta \approx \theta$ (θ en radians), donc $\theta = L / (2D)$. En égalant les deux expressions de θ :

$$L / (2D) = \lambda / a, \text{ soit } L = 2\lambda D / a$$

La largeur de la tache centrale est proportionnelle à λ et à D , et inversement proportionnelle à a . Tracer L en fonction de $1/a$ donne une droite passant par l'origine, de coefficient directeur $2\lambda D$: c'est la méthode la plus sûre pour exploiter une série de mesures.

Ordre de grandeur de la validité de l'approximation. Pour $\theta = 0,05$ rad, $\tan \theta = 0,0500417$: l'écart relatif est inférieur à 0,1 %. L'approximation est donc excellente tant que θ reste inférieur à quelques centièmes de radian, ce qui correspond à toutes les situations usuelles au lycée.

Ouverture circulaire. Un trou circulaire donne une figure formée d'anneaux concentriques autour d'une tache centrale (la tache d'Airy). L'écart angulaire est du même ordre de grandeur, λ/a , à un facteur numérique proche de 1 près. Cette diffraction limite la finesse des détails que peut séparer tout instrument d'optique, y compris l'œil : deux points très proches donnent deux taches qui se recouvrent et ne sont plus distinguées.

3. Superposition de deux ondes et cohérence

Lorsque deux ondes de même nature se propagent dans le même milieu, elles se superposent : en chaque point, la perturbation résultante est la **somme** des perturbations dues à chacune des ondes. Les ondes se croisent ensuite sans se modifier mutuellement.

Si les deux ondes ont la **même fréquence** et un **déphasage constant dans le temps**, leur superposition produit en chaque point un résultat stable : certaines zones vibrent avec une amplitude maximale, d'autres avec une amplitude minimale. C'est le phénomène d'**interférences**. Deux sources qui vérifient ces conditions sont dites **cohérentes**.

Pourquoi deux lampes ne donnent pas d'interférences. Une lampe ordinaire émet la lumière par trains d'onde très courts, de phase aléatoire. Le déphasage entre deux lampes indépendantes change de façon désordonnée des millions de fois par seconde : les zones claires et sombres se déplacent trop vite pour être perçues, et l'on observe un éclaircissement uniforme. Pour obtenir deux sources lumineuses cohérentes, on les fabrique à partir d'**une même source**, en divisant son faisceau en deux : c'est le rôle des deux fentes d'Young éclairées par un même laser. Pour les ondes sonores ou les ondes à la surface de l'eau, on peut alimenter deux haut-parleurs par le même générateur, ou faire frapper l'eau par deux pointes fixées sur le même vibreur.

4. Interférences constructives et destructives, différence de marche

Considérons deux sources ponctuelles S_1 et S_2 cohérentes et **en phase**, émettant des ondes de longueur d'onde λ dans un milieu où la célérité vaut v . En un point M situé à la distance d_1 de S_1 et d_2 de S_2 , on définit la **différence de marche** :

$$\delta = d_2 - d_1 \text{ (en mètres)}$$

L'onde issue de S_2 arrive en M avec un retard $\Delta t = \delta / v$ par rapport à celle issue de S_1 (en comptant δ positivement). Comparer ce retard à la période T revient à comparer δ à λ , puisque $\lambda = v \cdot T$.

Interférences constructives. Si δ est un multiple entier de la longueur d'onde, les deux ondes arrivent **en phase** en M : leurs maximums coïncident, et l'amplitude résultante est maximale (égale à la somme des amplitudes).

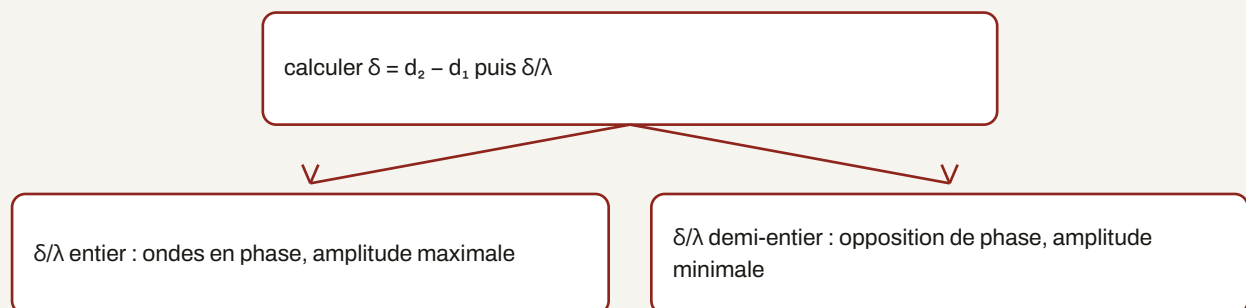
$$\delta = k \cdot \lambda, \text{ avec } k \text{ entier relatif } (\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$$

Interférences destructives. Si δ est un multiple impair de la demi-longueur d'onde, les deux ondes arrivent **en opposition de phase** : le maximum de l'une coïncide avec le minimum de l'autre, et l'amplitude résultante est minimale. Elle est nulle si les deux ondes ont la même amplitude en M .

$$\delta = (k + 1/2) \cdot \lambda, \text{ soit } \delta = (2k + 1) \cdot \lambda / 2, \text{ avec } k \text{ entier relatif}$$

Entre ces deux cas extrêmes, l'amplitude prend des valeurs intermédiaires. Le quotient δ/λ (que l'on appelle parfois ordre d'interférence) indique immédiatement la situation : entier, interférence constructive ; demi-entier, interférence destructive.

Nature de l'interférence en M



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

Attention. Ces conditions supposent que les sources sont en phase. Si elles sont en opposition de phase (deux haut-parleurs branchés en inversant les fils de l'un d'eux, par exemple), les conditions s'échangent.

Remarque sur l'énergie. Les interférences ne créent ni ne détruisent d'énergie : elles la redistribuent. Ce qui manque dans les zones sombres se retrouve dans les zones brillantes.

5. Le dispositif des fentes d'Young

Deux fentes fines et parallèles F_1 et F_2 , distantes de b (on note aussi cette distance a_2 ou e selon les ouvrages, mais elle ne doit pas être confondue avec la largeur de chaque fente), sont éclairées par un même laser. Chaque fente diffracte la lumière : les deux faisceaux diffractés se recouvrent, et dans cette zone de recouvrement on observe sur un écran situé à la distance D des fentes une alternance régulière de **franges brillantes** et de **franges sombres**, parallèles aux fentes. Sans diffraction, les deux faisceaux ne se rencontreraient pas : la diffraction est la condition de l'interférence dans ce montage.

Fentes d'Young

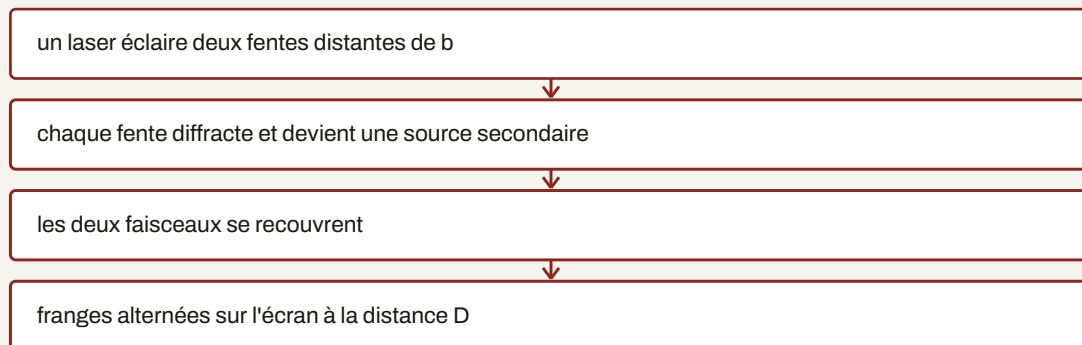


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Différence de marche en un point de l'écran. On repère un point M de l'écran par son abscisse x , comptée à partir du point O situé à égale distance des deux fentes. Les fentes étant en phase (elles sont éclairées par la même onde, à la même distance du laser), on calcule $\delta = F_2M - F_1M$. Avec un repère où F_1 et F_2 ont pour ordonnées $+b/2$ et $-b/2$, et M pour coordonnées $(D ; x)$:

$$F_2M^2 = D^2 + (x + b/2)^2 \text{ et } F_1M^2 = D^2 + (x - b/2)^2$$

$$\text{donc } F_2M^2 - F_1M^2 = (x + b/2)^2 - (x - b/2)^2 = 2 \cdot b \cdot x.$$

Or $F_2M^2 - F_1M^2 = (F_2M - F_1M)(F_2M + F_1M)$. Comme D est très grand devant x et devant b , $F_2M + F_1M \approx 2D$. Il vient $\delta \cdot 2D = 2 \cdot b \cdot x$, soit :

$$\delta = b \cdot x / D$$

Position des franges. Les franges brillantes correspondent à $\delta = k \cdot \lambda$, donc à $x = k \cdot \lambda D / b$. Les franges sombres correspondent à $\delta = (k + 1/2) \cdot \lambda$, donc à $x = (k + 1/2) \cdot \lambda D / b$. Au centre O ($x = 0$), $\delta = 0$: on observe toujours une frange brillante centrale.

Interfrange. L'**interfrange** i est la distance entre les centres de deux franges brillantes consécutives (ou de deux franges sombres consécutives). En passant de k à $k + 1$:

$$i = \lambda \cdot D / b$$

L'interfrange est proportionnel à λ et à D , et inversement proportionnel à la distance b entre les fentes. Des fentes plus proches donnent des franges plus espacées.

Mesure pratique. Une frange a une largeur non nulle et des bords flous : on mesure donc la distance couvrant **plusieurs interfranges** (par exemple 10) et on divise par leur nombre. L'incertitude sur i est ainsi divisée par le même nombre. Attention à compter les intervalles et non les franges : entre la 1^{ère} et la 11^{ème} frange brillante, il y a 10 interfranges.

Figure complète. Sur l'écran, les franges d'interférences ne sont visibles qu'à l'intérieur de la tache de diffraction d'une seule fente. La figure observée combine donc les deux phénomènes : une enveloppe de diffraction, de largeur $2\lambda D/a$ (a étant la largeur de chaque fente), découpée en franges fines d'interfrange $\lambda D/b$. Comme b est plus grand que a , on observe plusieurs franges dans la tache centrale de diffraction.

	Diffraction par une fente	Interférences de deux fentes
Grandeur caractéristique	largeur a de la fente	distance b entre les fentes
Distance mesurée sur l'écran	$L = 2\lambda D/a$ (tache centrale)	$i = \lambda D/b$ (interfrange)
Aspect	tache centrale large, taches latérales faibles	franges régulières de même largeur
Effet d'une augmentation de λ	tache plus large	franges plus espacées

6. Interférences en lumière blanche et couleurs interférentielles

La lumière blanche est un mélange de radiations de longueurs d'onde comprises entre 400 nm et 800 nm environ. Chaque radiation produit son propre système de franges, d'interfrange proportionnel à λ . Au centre ($x = 0$), $\delta = 0$ pour toutes les longueurs d'onde : la frange centrale est **blanche**. De part et d'autre, les systèmes de franges se décalent : les premières franges sont **irisées** (bordées de bleu côté centre, de rouge côté extérieur), puis les couleurs se mélangent et l'on observe un **blanc d'ordre supérieur**, blanc auquel il manque certaines radiations éteintes. Un spectroscope placé en un tel point révèle des bandes noires, appelées cannelures, aux longueurs d'onde éteintes, c'est-à-dire telles que $\delta = (k + 1/2) \cdot \lambda$.

Couleurs interférentielles. De nombreuses couleurs naturelles ne viennent pas de pigments mais d'interférences : bulles de savon, taches d'huile sur une route mouillée, ailes de certains papillons (morphos), plumes de paon, reflets d'un disque optique. Dans une lame mince (film de savon, couche d'huile), la lumière est réfléchiée par la face avant et par la face arrière : les deux ondes réfléchies, issues de la même onde incidente, sont cohérentes et présentent une différence de marche liée à l'épaisseur du film. Selon l'épaisseur et l'angle d'observation, certaines longueurs d'onde interfèrent de façon constructive, d'autres de façon destructive : la lumière réfléchiée est colorée, et la couleur change quand on incline la tête ou quand l'épaisseur varie. Ces couleurs sont dites **structurales**.

7. Mesures et incertitudes

La diffraction et les interférences fournissent deux méthodes de mesure de longueurs très petites à partir de longueurs facilement mesurables à la règle (L , i , D).

- Mesure de λ par diffraction : $\lambda = a \cdot L / (2D)$, avec une fente calibrée.
- Mesure d'un diamètre de fil : $a = 2\lambda D / L$, avec un laser de longueur d'onde connue.
- Mesure de λ par interférences : $\lambda = i \cdot b / D$, avec des fentes d'écart b connu.

Pour une grandeur obtenue par produit et quotient, comme $\lambda = i \cdot b / D$, les incertitudes relatives se combinent selon :

$$u(\lambda)/\lambda = \sqrt{[(u(i)/i)^2 + (u(b)/b)^2 + (u(D)/D)^2]}$$

La mesure de D (de l'ordre du mètre, à quelques millimètres près) est en général très précise ; la principale source d'incertitude est la mesure de L ou de i , d'où l'intérêt de mesurer plusieurs interfranges ou de répéter les mesures. La méthode graphique (tracé de L en fonction de $1/a$, ou de i en fonction de D) réduit l'influence d'une mesure isolée erronée.

Exemples résolus

Exemple 1 : largeur de la tache centrale

Énoncé. Un laser hélium-néon ($\lambda = 633 \text{ nm}$) éclaire une fente de largeur $a = 100 \text{ }\mu\text{m}$. L'écran est à $D = 2,00 \text{ m}$ de la fente. a) Calculer l'écart angulaire θ . b) En déduire la largeur L de la tache centrale. c) Que devient L si l'on remplace la fente par une fente de $50 \text{ }\mu\text{m}$?

Résolution. a) $\theta = \lambda/a$ avec $\lambda = 633 \times 10^{-9} \text{ m}$ et $a = 100 \times 10^{-6} \text{ m} = 1,00 \times 10^{-4} \text{ m}$: $\theta = 633 \times 10^{-9} / 1,00 \times 10^{-4} = 6,33 \times 10^{-3} \text{ rad}$. L'angle est bien petit, l'approximation $\tan \theta \approx \theta$ est justifiée. b) $\tan \theta \approx \theta = (L/2)/D$, donc $L = 2D\theta = 2 \times 2,00 \times 6,33 \times 10^{-3} = 2,53 \times 10^{-2} \text{ m}$, soit $L = 2,53 \text{ cm}$. c) L est inversement proportionnelle à a : diviser a par 2 multiplie L par 2. $L = 5,06 \text{ cm}$.

Exemple 2 : mesurer le diamètre d'un cheveu

Énoncé. On place un cheveu tendu dans le faisceau d'un laser de longueur d'onde $\lambda = 650 \text{ nm}$. Sur un écran situé à $D = 1,50 \text{ m}$, la tache centrale mesure $L = 3,2 \text{ cm}$. a) Justifier qu'on peut utiliser les relations établies pour une fente. b) Calculer le diamètre a du cheveu.

Résolution. a) Un fil de diamètre a et une fente de largeur a donnent la même figure de diffraction : les relations $\theta = \lambda/a$ et $L = 2\lambda D/a$ s'appliquent. b) De $L = 2\lambda D/a$, on tire $a = 2\lambda D/L$. $a = 2 \times 650 \times 10^{-9} \times 1,50 / 3,2 \times 10^{-2} = 1,95 \times 10^{-6} / 3,2 \times 10^{-2} = 6,1 \times 10^{-5} \text{ m}$. $a \approx 61 \text{ }\mu\text{m}$, valeur cohérente avec le diamètre usuel d'un cheveu (50 à $100 \text{ }\mu\text{m}$). Le résultat a deux chiffres significatifs, comme L .

Exemple 3 : fentes d'Young et nature d'une frange

Énoncé. Un laser vert ($\lambda = 532 \text{ nm}$) éclaire deux fentes distantes de $b = 0,40 \text{ mm}$. L'écran est à $D = 1,60 \text{ m}$. a) Calculer l'interfrange i . b) En un point M d'abscisse $x = 5,32 \text{ mm}$, calculer la différence de marche δ et indiquer la nature de la frange. c) Sur quelle longueur s'étendent 10 interfranges ?

Résolution. a) $i = \lambda D/b = 532 \times 10^{-9} \times 1,60 / 0,40 \times 10^{-3} = 8,512 \times 10^{-7} / 4,0 \times 10^{-4} = 2,13 \times 10^{-3} \text{ m}$. $i \approx 2,1 \text{ mm}$. b) $\delta = b \cdot x/D = 4,0 \times 10^{-4} \times 5,32 \times 10^{-3} / 1,60 = 1,33 \times 10^{-6} \text{ m}$. $\delta/\lambda = 1,33 \times 10^{-6} / 532 \times 10^{-9} = 2,5$. Le quotient est demi-entier : $\delta = (2 + 1/2) \cdot \lambda$, les ondes arrivent en opposition de phase, **M est au centre d'une frange sombre** (la troisième frange sombre à partir du centre). On le vérifie : $x = 2,5 \times i = 2,5 \times 2,128 \text{ mm} = 5,32 \text{ mm}$. c) $10 \times i = 21 \text{ mm}$ environ : c'est cette longueur que l'on mesurerait à la règle pour déterminer i avec une meilleure précision.

Méthodes et pièges

- Méthode type pour une diffraction : écris $\theta = \lambda/a$, puis $\tan \theta = L/(2D) \approx \theta$, et isole la grandeur cherchée. Convertis toutes les longueurs en mètres avant de calculer.
- Pour une interférence en un point, calcule δ , puis le quotient δ/λ : entier, frange brillante ; demi-entier, frange sombre. Ne conclus jamais sans avoir comparé δ à λ .
- Ne confonds pas a (largeur d'une fente, qui fixe la diffraction) et b (distance entre les deux fentes, qui fixe l'interfrange).

- L est la largeur de toute la tache centrale, entre les deux premières extinctions : le facteur 2 de $L = 2\lambda D/a$ vient de là. Si l'énoncé donne la demi-largeur, adapte.
- θ s'exprime en radians dans $\theta = \lambda/a$. Si tu dois donner un angle en degrés, multiplie par $180/\pi$ à la fin seulement.
- Pour mesurer i , compte les intervalles et non les franges : n franges brillantes consécutives délimitent $n - 1$ interfranges.
- La diffraction n'est pas réservée à la lumière : elle concerne aussi le son, les vagues, les ultrasons. La condition porte sur le rapport a/λ , pas sur la taille absolue de l'ouverture.
- Deux sources lumineuses indépendantes ne sont pas cohérentes : sans source commune, pas d'interférences observables.
- Si les sources sont en opposition de phase, les conditions constructive et destructive s'échangent : vérifie toujours l'état de phase des sources.

Vers le PASS

En PASS, la diffraction et les interférences sont reprises dans le cadre plus général des ondes et des oscillations, avec une écriture de l'onde sous la forme d'une fonction sinusoïdale et le calcul de l'intensité résultante. Elles servent à comprendre la limite de résolution des instruments d'optique (microscope optique, œil), la diffraction des rayons X par les cristaux qui a permis de déterminer la structure de l'ADN et des protéines, et certaines techniques d'imagerie. Les QCM de biophysique demandent souvent de manipuler $\theta = \lambda/a$ et $i = \lambda D/b$ avec des conversions d'unités rapides, de prévoir l'effet d'un changement de milieu (la longueur d'onde dans un milieu d'indice n vaut λ_0/n) ou de comparer la diffraction de la lumière et celle des ultrasons.

Suite en PASS : Oscillations, interférences et diffraction

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Une fente de largeur $a = 0,20$ mm est éclairée par une lampe à vapeur de sodium munie d'un filtre ($\lambda = 589$ nm). a) Calculer l'écart angulaire θ en radians. b) Le convertir en degrés.
2. Une fente de largeur $a = 50$ μm est éclairée par un laser bleu de longueur d'onde $\lambda = 450$ nm. L'écran est placé à $D = 1,20$ m. Calculer la largeur L de la tache centrale.
3. Deux pointes frappent en phase la surface d'une cuve à ondes et produisent des ondes de longueur d'onde $\lambda = 2,0$ cm. Pour chacun des points suivants, donner la nature de l'interférence : M ($\delta = 5,0$ cm), N ($\delta = 6,0$ cm), P ($\delta = 3,0$ cm), Q ($\delta = 0$).
4. Des fentes d'Young distantes de $b = 0,50$ mm sont éclairées par un laser de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm. L'écran est à $D = 2,00$ m. Calculer l'interfrange i .
5. On observe la diffraction d'un laser par une fente. Indiquer, en justifiant, comment varie la largeur de la tache centrale dans chacun des cas : a) on remplace la fente par une fente plus large ; b) on remplace le laser rouge par un laser vert ; c) on éloigne l'écran.

Niveau 2 : type bac

6. On dispose de fentes calibrées et d'un laser. L'écran est à $D = 2,00$ m. On mesure la largeur L de la tache centrale pour plusieurs fentes :

a (μm)	40	60	80	100	120
L (cm)	6,5	4,3	3,3	2,6	2,2

- a) Montrer que la théorie prévoit $L = 2\lambda D/a$. b) Calculer $1/a$ pour chaque fente, puis vérifier que L est proportionnelle à $1/a$ et estimer le coefficient de proportionnalité k . c) En déduire λ . d) On remplace la fente par un cheveu et l'on mesure $L = 4,0$ cm. Calculer le diamètre du cheveu.
7. Un laser éclaire des fentes d'Young distantes de $b = 0,30$ mm ; l'écran est à $D = 1,50$ m. On mesure une distance de 18,9 mm entre les centres de la 1^{ère} et de la 7^{ème} frange brillante. a) Calculer l'interfrange. b) En déduire la longueur d'onde du laser. c) Que devient l'interfrange si l'on double D ? si l'on divise b par 2 ? d) Calculer l'interfrange obtenu avec un laser vert de longueur d'onde 530 nm, dans le montage initial.
8. Deux haut-parleurs alimentés par le même générateur émettent en phase un son de fréquence $f = 1,70$ kHz. La célérité du son dans l'air vaut $v = 340$ m·s⁻¹. a) Calculer la longueur d'onde. b) Un microphone est placé à $d_1 = 2,00$ m du premier haut-parleur et à $d_2 = 2,30$ m du second. Le signal qu'il reçoit est-il maximal ou minimal ? c) De quelle longueur minimale faut-il augmenter d_2 (en reculant le second haut-parleur) pour que le signal devienne maximal ? d) Pourquoi le signal minimal n'est-il en pratique pas tout à fait nul ?
9. On éclaire successivement une même fente par deux lasers, rouge ($\lambda_1 = 650$ nm) et violet ($\lambda_2 = 405$ nm). Avec le laser rouge, la tache centrale mesure $L_1 = 2,6$ cm. a) Sans connaître a ni D , calculer la largeur L_2 obtenue avec le laser violet. b) L'écran est à $D = 1,00$ m : calculer a . c) Avec le laser rouge, on veut une tache centrale de largeur au moins 5,0 cm sans déplacer l'écran : quelle largeur de fente maximale faut-il choisir ?

Niveau 3 : vers le PASS

10. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant. a) Une onde diffractée a une longueur d'onde plus grande que l'onde incidente. b) Dans l'expérience d'Young, la frange centrale est toujours brillante si les fentes sont en phase. c) Deux lampes de bureau identiques placées côte à côte donnent des franges d'interférences. d) Diviser par 2 la distance entre les fentes d'Young double l'interfrange. e) Une ouverture de 1 m diffracte plus un son de 100 Hz qu'un son de 10 kHz.
11. Des fentes d'Young distantes de $b = 0,50$ mm sont éclairées en lumière blanche (400 nm à 800 nm). L'écran est à $D = 1,00$ m. a) Justifier que la frange centrale est blanche. b) Au point M d'abscisse $x = 2,0$ mm, calculer la différence de marche. c) Déterminer les longueurs d'onde du visible éteintes en M. d) Quelle allure aurait le spectre de la lumière reçue en M, observé avec un spectroscopie ?
12. Un laser ($\lambda = 633$ nm) émet un faisceau dont le diamètre à la sortie vaut $a = 2,0$ mm. a) En assimilant la sortie du laser à une ouverture de largeur a , estimer l'écart angulaire dû à la diffraction. b) Ce faisceau est envoyé vers la Lune, à $3,84 \times 10^5$ km. Estimer l'ordre de grandeur de la largeur de la tache éclairée sur la Lune. c) Pour réduire cette tache, les observatoires élargissent d'abord le faisceau avec un télescope de 1,5 m de diamètre. Estimer la nouvelle largeur de la tache.

13. On réalise l'expérience des fentes d'Young ($b = 0,50 \text{ mm}$, $D = 2,00 \text{ m}$, laser de longueur d'onde dans l'air $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$) puis on plonge tout le dispositif (fentes, écran, trajet de la lumière) dans l'eau, d'indice $n = 1,33$. a) La fréquence de la lumière change-t-elle en entrant dans l'eau ? b) Exprimer la longueur d'onde dans l'eau en fonction de λ_0 et n , sachant que la célérité de la lumière dans l'eau vaut c/n . c) Calculer l'interfrange dans l'air puis dans l'eau.

Corrigés

1. a) $\theta = \lambda/a$ avec $\lambda = 589 \times 10^{-9} \text{ m}$ et $a = 0,20 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ m}$.

$\theta = 589 \times 10^{-9} / 2,0 \times 10^{-4} = 2,9 \times 10^{-3} \text{ rad}$. $\theta \approx 2,9 \times 10^{-3} \text{ rad}$. b) θ (en degrés) $= 2,945 \times 10^{-3} \times 180/\pi = 0,17^\circ$. $\theta \approx 0,17^\circ$: l'angle est très petit, ce qui justifie l'approximation $\tan \theta \approx \theta$.

2. $\theta = \lambda/a = 450 \times 10^{-9} / 50 \times 10^{-6} = 9,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$.

$L = 2D\theta = 2 \times 1,20 \times 9,0 \times 10^{-3} = 2,16 \times 10^{-2} \text{ m}$. $L \approx 2,2 \text{ cm}$.

3. Les sources étant en phase, on calcule δ/λ .

M : $5,0/2,0 = 2,5$, demi-entier : **interférence destructive** (amplitude minimale). N : $6,0/2,0 = 3$, entier : **interférence constructive** (amplitude maximale). P : $3,0/2,0 = 1,5$, demi-entier : **interférence destructive**. Q : $\delta = 0$, donc $k = 0$: **interférence constructive** (tous les points de la médiatrice de S_1S_2 vibrent avec une amplitude maximale).

4. $i = \lambda D/b = 633 \times 10^{-9} \times 2,00 / 0,50 \times 10^{-3} = 1,266 \times 10^{-6} / 5,0 \times 10^{-4} = 2,53 \times 10^{-3} \text{ m}$. $i \approx 2,5 \text{ mm}$.

5. On utilise $L = 2\lambda D/a$.

a) a augmente, donc **L diminue** (L inversement proportionnelle à a) : une fente plus large diffracte moins. b) λ du vert (environ 530 nm) est plus petite que celle du rouge (environ 650 nm), donc **L diminue**. c) D augmente, donc **L augmente** (proportionnalité) : l'écart angulaire θ ne change pas, mais la tache s'étale sur une plus grande distance.

6. a) L'écart angulaire vaut $\theta = \lambda/a$. Sur l'écran, $\tan \theta = (L/2)/D$ et, pour un petit angle, $\tan \theta \approx \theta$. Donc $L/(2D) = \lambda/a$, soit $L = 2\lambda D/a$.

b) $1/a$ en m^{-1} : $2,5 \times 10^4$; $1,67 \times 10^4$; $1,25 \times 10^4$; $1,00 \times 10^4$; $0,833 \times 10^4$. Quotients $L/(1/a) = L \cdot a$: $0,065 \times 40 \times 10^{-6} = 2,60 \times 10^{-6} \text{ m}^2$; $0,043 \times 60 \times 10^{-6} \approx 2,58 \times 10^{-6} \text{ m}^2$; $0,033 \times 80 \times 10^{-6} \approx 2,64 \times 10^{-6} \text{ m}^2$; $0,026 \times 100 \times 10^{-6} = 2,60 \times 10^{-6} \text{ m}^2$; $0,022 \times 120 \times 10^{-6} \approx 2,64 \times 10^{-6} \text{ m}^2$. Le quotient est constant aux erreurs de lecture près : L est proportionnelle à $1/a$, et $k = 2,6 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ (le graphique de L en fonction de $1/a$ est une droite passant par l'origine). c) $k = 2\lambda D$, donc $\lambda = k/(2D) = 2,6 \times 10^{-6} / (2 \times 2,00) = 6,5 \times 10^{-7} \text{ m}$. $\lambda \approx 650 \text{ nm}$ (laser rouge). d) $a = k/L = 2,6 \times 10^{-6} / 4,0 \times 10^{-2} = 6,5 \times 10^{-5} \text{ m}$. **Diamètre du cheveu $\approx 65 \mu\text{m}$** .

7. a) Entre la 1^{ère} et la 7^{ème} frange brillante, il y a 6 interfranges : $i = 18,9 / 6 = 3,15 \text{ mm}$. **$i = 3,15 \text{ mm}$** .

b) $i = \lambda D/b$, donc $\lambda = i \cdot b/D = 3,15 \times 10^{-3} \times 0,30 \times 10^{-3} / 1,50 = 9,45 \times 10^{-7} / 1,50 = 6,3 \times 10^{-7} \text{ m}$. **$\lambda \approx 630 \text{ nm}$** . c) i est proportionnel à D : si D double, **i double** ($6,30 \text{ mm}$). i est inversement proportionnel à b : si b est divisé par 2, **i double** aussi ($6,30 \text{ mm}$). d) $i' = 530 \times 10^{-9} \times 1,50 / 0,30 \times 10^{-3} = 7,95 \times 10^{-7} / 3,0 \times 10^{-4} = 2,65 \times 10^{-3} \text{ m}$. **$i' \approx 2,7 \text{ mm}$** , plus petit qu'avec le rouge.

8. a) $\lambda = v/f = 340 / 1,70 \times 10^3 = 0,200 \text{ m}$. **$\lambda = 20,0 \text{ cm}$** .

b) $\delta = d_2 - d_1 = 2,30 - 2,00 = 0,30 \text{ m}$. $\delta/\lambda = 0,30/0,200 = 1,5$, demi-entier : les ondes arrivent en opposition de phase, **le signal est minimal**. c) Pour un maximum, il faut δ/λ entier. La valeur entière la plus proche au-dessus de 1,5 est 2, soit $\delta = 0,40 \text{ m}$: il faut augmenter d_2 de **$0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$** (une demi-longueur d'onde). d) L'amplitude résultante n'est nulle que si les deux ondes ont la même amplitude en M. Or le microphone n'est pas à la même distance des deux haut-parleurs : l'onde la plus

lointaine est plus atténuée. De plus, les réflexions sur les murs ajoutent d'autres ondes. **Le minimum n'est donc pas nul.**

9. a) Pour une même fente et un même écran, L est proportionnelle à λ : $L_2/L_1 = \lambda_2/\lambda_1$. $L_2 = 2,6 \times 405/650 = 1,62$ cm. $L_2 \approx 1,6$ cm.

b) $a = 2\lambda_1 D/L_1 = 2 \times 650 \times 10^{-9} \times 1,00 / 2,6 \times 10^{-2} = 1,3 \times 10^{-6} / 2,6 \times 10^{-2} = 5,0 \times 10^{-5}$ m. **a = 50 μ m.** c) $L \geq 5,0$ cm impose $a \leq 2\lambda_1 D/L = 1,3 \times 10^{-6} / 5,0 \times 10^{-2} = 2,6 \times 10^{-5}$ m. **Il faut une fente de largeur au plus 26 μ m.**

10. a) **Faux** : la diffraction ne modifie ni la fréquence ni la célérité, donc ni la longueur d'onde ; elle modifie seulement la direction de propagation.

b) **Vrai** : en O, $\delta = 0$, multiple entier de λ ($k = 0$), quelle que soit la longueur d'onde. c) **Faux** : deux lampes indépendantes ne sont pas cohérentes, leur déphasage varie aléatoirement ; on observe un éclairage uniforme. d) **Vrai** : $i = \lambda D/b$ est inversement proportionnel à b . e) **Vrai** : à 100 Hz, $\lambda = 340/100 = 3,4$ m, supérieure à l'ouverture, donc diffraction très marquée ; à 10 kHz, $\lambda = 3,4$ cm, très petite devant 1 m, donc diffraction faible. C'est pourquoi les sons graves contournent mieux les obstacles.

11. a) Au centre, $\delta = 0$ pour toutes les longueurs d'onde : toutes les radiations y donnent une frange brillante, leur superposition redonne du **blanc**.

b) $\delta = b \cdot x/D = 0,50 \times 10^{-3} \times 2,0 \times 10^{-3} / 1,00 = 1,0 \times 10^{-6}$ m. **$\delta = 1,0 \mu\text{m} = 1\,000$ nm.** c) Une radiation est éteinte si $\delta = (k + 1/2) \cdot \lambda$, soit $\lambda = \delta/(k + 0,5) = 1\,000 \text{ nm} / (k + 0,5)$. $k = 0$: 2 000 nm, hors du visible ; $k = 1$: 667 nm, visible ; $k = 2$: 400 nm, visible (limite) ; $k = 3$: 286 nm, hors du visible. **Radiations éteintes : 667 nm et 400 nm.** d) La lumière en M paraît blanchâtre (blanc d'ordre supérieur) ; au spectroscopie, on voit **un spectre continu traversé de bandes noires** (cannelures) vers 667 nm et en bordure violette vers 400 nm.

12. a) $\theta \approx \lambda/a = 633 \times 10^{-9} / 2,0 \times 10^{-3} = 3,2 \times 10^{-4}$ rad. **$\theta \approx 3 \times 10^{-4}$ rad.**

b) La tache a une largeur $L \approx 2D\theta$ avec $D = 3,84 \times 10^8$ m : $L \approx 2 \times 3,84 \times 10^8 \times 3,17 \times 10^{-4} = 2,4 \times 10^5$ m. **Ordre de grandeur : 2×10^2 km.** Un faisceau laser qui paraît parfaitement parallèle s'élargit donc énormément sur de grandes distances. c) Avec $a = 1,5$ m : $\theta \approx 633 \times 10^{-9} / 1,5 = 4,2 \times 10^{-7}$ rad, et $L \approx 2 \times 3,84 \times 10^8 \times 4,2 \times 10^{-7} = 3,2 \times 10^2$ m. **Tache de l'ordre de 300 m** : élargir le faisceau réduit sa divergence, car θ est inversement proportionnel à a .

13. a) **Non** : la fréquence est fixée par la source et ne change pas lors du passage d'un milieu à un autre.

b) $\lambda = v/f$ avec $v = c/n$, donc $\lambda = c/(n \cdot f) = \lambda_0/n$. $\lambda = \lambda_0/n$. c) Dans l'air : $i_0 = \lambda_0 D/b = 633 \times 10^{-9} \times 2,00 / 0,50 \times 10^{-3} = 2,53 \times 10^{-3}$ m, **$i_0 \approx 2,53$ mm.** Dans l'eau : $\lambda = 633/1,33 = 476$ nm, et $i = \lambda D/b = i_0/n = 2,53/1,33 = 1,90$ mm. **$i \approx 1,90$ mm** : les franges se resserrent.

Lunette astronomique et instruments d'optique

COURS • P15 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	7
Exercices	8
Corrigés	9

Ce que tu dois savoir faire

- Utiliser le modèle de la lentille mince convergente : foyers, distance focale, vergence, relation de conjugaison et grandissement.
- Construire l'image d'un objet à distance finie ou à l'infini par une lentille mince convergente, à l'aide des rayons particuliers.
- Définir le diamètre apparent d'un objet et le calculer à partir de sa taille et de sa distance.
- Décrire la lunette astronomique : rôle de l'objectif et de l'oculaire, condition d'afocalité et image intermédiaire.
- Construire la marche d'un faisceau lumineux à travers une lunette afocale.
- Définir et établir l'expression du grossissement $G = f_1/f_2$ d'une lunette afocale.
- Définir le cercle oculaire, déterminer sa position et son diamètre, et justifier que l'œil doit s'y placer.
- Relier le fonctionnement de la lunette au modèle de l'œil (observation sans accommodation, pouvoir séparateur).
- Choisir un oculaire en fonction du grossissement et de la luminosité recherchés.

Cours

1. Rappels sur la lentille mince convergente

Une **lentille mince convergente** est caractérisée par son centre optique O, son axe optique, son **foyer objet** F et son **foyer image** F', symétriques par rapport à O. La **distance focale** $f' = OF'$ (en mètres) est positive pour une lentille convergente. La **vergence** C (en dioptries, symbole δ) vaut :

$$C = 1 / f' \text{ (C en } \delta, f' \text{ en m)}$$

Une lentille de distance focale 20 cm a une vergence de 5,0 δ. Plus la vergence est grande, plus la lentille est convergente (plus elle est bombée).

Rayons particuliers.

- Un rayon passant par le centre optique O n'est pas dévié.
- Un rayon incident parallèle à l'axe optique émerge en passant par le foyer image F'.
- Un rayon incident passant par le foyer objet F émerge parallèlement à l'axe optique.

On ajoute une propriété très utile pour la lunette : des rayons incidents **parallèles entre eux** (mais inclinés sur l'axe) convergent après la lentille en un même point du **plan focal image**, le point où le rayon passant par O coupe ce plan. Réciproquement, des rayons issus d'un même point du **plan focal objet** émergent parallèles entre eux.

Relation de conjugaison et grandissement. Avec les distances algébriques comptées positivement dans le sens de propagation de la lumière, pour un objet AB et son image A'B' :

$$1/OA' - 1/OA = 1/f$$

$$\gamma = A'B'/AB = OA'/OA$$

Si γ est négatif, l'image est renversée ; si $|\gamma| > 1$, elle est plus grande que l'objet.

Deux cas limites essentiels.

- Un objet à l'**infini** (OA tend vers $-\infty$) a son image dans le **plan focal image** : $OA' = f'$. C'est le cas d'un astre observé par l'objectif d'une lunette.
- Un objet placé dans le **plan focal objet** ($OA = -f'$) a son image à l'**infini** : les rayons émergent parallèles. C'est le cas de l'image intermédiaire vue à travers l'oculaire.

2. L'œil et le diamètre apparent

Modèle réduit de l'œil. L'œil est modélisé par un diaphragme (l'iris, dont l'ouverture est la pupille), une lentille convergente de vergence variable (le cristallin et les milieux transparents) et un écran (la rétine), à distance fixe de la lentille, environ 17 mm. Pour qu'un objet soit vu net, son image doit se former sur la rétine. Pour un objet proche, les muscles ciliaires bombent le cristallin et augmentent sa vergence : c'est l'**accommodation**.

Un œil normal (emmétrope) au repos, c'est-à-dire **sans accommoder**, voit net les objets à l'**infini** : son foyer image est sur la rétine. Il voit net jusqu'à son **punctum proximum**, environ 25 cm, en accommodant au maximum. On en tire une règle d'usage : un instrument d'optique destiné à l'observation visuelle doit donner une image à l'**infini**, que l'œil observe sans accommoder.

Diamètre apparent. La taille perçue d'un objet ne dépend pas seulement de sa taille réelle, mais de l'angle sous lequel on le voit. Le **diamètre apparent** α d'un objet de taille AB, situé à la distance d de l'œil, est l'angle sous lequel l'œil le voit. Pour un objet lointain (petit angle, α en radians) :

$$\alpha \approx \tan \alpha = AB / d$$

La Lune (diamètre 3 474 km, distance moyenne $3,84 \times 10^5$ km) a un diamètre apparent $\alpha = 3\,474 / 3,84 \times 10^5 = 9,0 \times 10^{-3}$ rad, soit environ 0,52°. Le Soleil, 400 fois plus grand mais environ 400 fois plus loin, a presque le même diamètre apparent : c'est ce qui rend possibles les éclipses totales.

Pouvoir séparateur de l'œil. L'œil ne distingue deux points que s'ils sont vus sous un angle supérieur à environ $\varepsilon = 3 \times 10^{-4}$ rad (une minute d'arc), limite fixée par la taille des cellules de la rétine et par la



diffraction par la pupille. Un astre dont le diamètre apparent est inférieur à ϵ apparaît comme un point. L'intérêt d'une lunette est d'**augmenter l'angle** sous lequel on voit les objets, pour révéler des détails invisibles à l'œil nu.

3. Constitution de la lunette astronomique

Une lunette astronomique comporte deux systèmes optiques convergents, modélisés par deux lentilles minces de même axe :

- l'**objectif** L_1 , tourné vers l'objet observé, de grande distance focale f_1 (de quelques dizaines de centimètres à plus d'un mètre) et de grand diamètre D ;
- l'**oculaire** L_2 , contre lequel on place l'œil, de petite distance focale f_2 (quelques millimètres à quelques centimètres).

Le rôle de l'objectif est de former une image réelle de l'astre, appelée **image intermédiaire** A_1B_1 : l'astre étant à l'infini, cette image se forme dans le plan focal image de l'objectif. Le rôle de l'oculaire est de jouer le rôle d'une loupe et de donner de A_1B_1 une image définitive $A'B'$ que l'œil observe.

Lunette afocale. On règle la lunette pour que l'image définitive soit à l'infini, afin que l'œil normal l'observe sans accommoder. Il faut pour cela que A_1B_1 soit dans le plan focal objet de l'oculaire. Comme A_1B_1 est aussi dans le plan focal image de l'objectif, la condition s'écrit :

$$F'_1 = F_2 \text{ (le foyer image de l'objectif est confondu avec le foyer objet de l'oculaire)}$$

Un tel système, qui donne d'un objet à l'infini une image à l'infini, est dit **afocal**. La distance entre les deux lentilles vaut alors $O_1O_2 = f'_1 + f_2$: c'est pratiquement la longueur du tube de la lunette.

Formation de l'image dans une lunette afocale

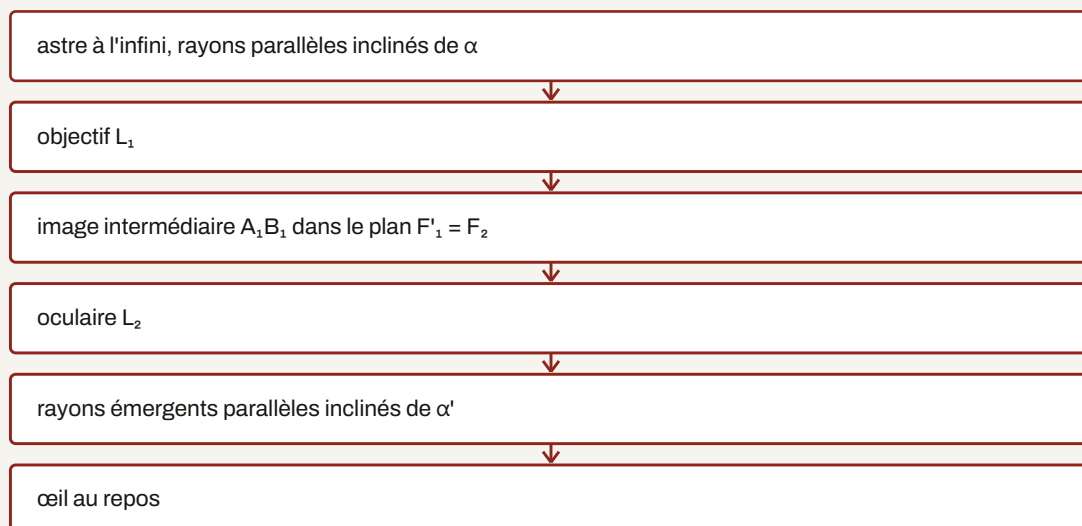


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Marche d'un faisceau. Considérons un faisceau de rayons parallèles venant du bord B de l'astre, incliné d'un angle α sur l'axe. Pour le construire :

Étape 1 : on trace le rayon de ce faisceau qui passe par O_1 : il n'est pas dévié et coupe le plan focal image de L_1 en B_1 . Tous les rayons du faisceau convergent en B_1 après l'objectif. A_1 est sur l'axe, en F'_1 .

Étape 2 : B_1 étant dans le plan focal objet de l'oculaire, les rayons issus de B_1 ressortent de L_2 parallèles entre eux. Leur direction est donnée par le rayon B_1O_2 , non dévié.

Étape 3 : le faisceau émergent est donc parallèle à la droite B_1O_2 et fait l'angle α' avec l'axe.

L'image définitive $A'B'$ est à l'infini. Elle est **renversée** : un faisceau venant du haut de l'objet ressort en descendant. Cela ne gêne pas pour observer les astres, mais rend la lunette astronomique peu pratique pour l'observation terrestre (les jumelles et les longues-vues ajoutent un système redresseur).

4. Le grossissement

Puisque l'objet et l'image sont à l'infini, on ne peut pas parler de grandissement (rapport de tailles).

On compare les **angles** sous lesquels on voit l'objet à l'œil nu et à travers l'instrument. Le

grossissement G est défini par :

$$G = \alpha' / \alpha$$

où α est le diamètre apparent de l'objet vu à l'œil nu et α' le diamètre apparent de l'image vue à travers l'instrument (angles en radians, G sans unité).

Expression pour la lunette afocale. Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan \alpha = A_1B_1 / O_1A_1 = A_1B_1 / f_1$

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 (A_1 est en F_2) : $\tan \alpha' = A_1B_1 / O_2F_2 = A_1B_1 / f_2$

(en valeur absolue, l'image étant renversée). Les angles étant petits, $\tan \alpha \approx \alpha$ et $\tan \alpha' \approx \alpha'$. En faisant le quotient :

$$G = \alpha' / \alpha = (A_1B_1 / f_2) / (A_1B_1 / f_1), \text{ soit } G = f_1 / f_2$$

Le grossissement est d'autant plus grand que l'objectif a une grande distance focale et que l'oculaire a une petite distance focale. Avec un même objectif, on change de grossissement en changeant d'oculaire : c'est pourquoi les lunettes sont vendues avec plusieurs oculaires interchangeables. On peut aussi l'écrire avec les vergences : $G = C_2 / C_1$.

Taille de l'image intermédiaire. De $\tan \alpha = A_1B_1 / f_1$, on tire $A_1B_1 = f_1 \cdot \alpha$: elle est proportionnelle à la distance focale de l'objectif. Pour la Lune et un objectif de 1,0 m de focale, $A_1B_1 = 1,0 \times 9,0 \times 10^{-3} = 9,0$ mm. C'est cette image qu'enregistre un capteur photographique placé dans le plan focal de l'objectif, sans oculaire.

5. Le cercle oculaire

Toute la lumière qui entre dans la lunette passe par la monture de l'objectif, puis traverse l'oculaire. Le **cercle oculaire** est l'**image de la monture de l'objectif donnée par l'oculaire**. C'est l'endroit le plus étroit où passent tous les rayons sortant de la lunette : le faisceau lumineux s'y resserre avant de s'élargir de nouveau.

Pourquoi placer l'œil au cercle oculaire. La pupille de l'œil, placée en ce point, reçoit le maximum de la lumière qui a traversé l'instrument, et elle voit simultanément tout le champ de la lunette. Placé ailleurs, l'œil ne recevrait qu'une partie des faisceaux venant des bords de l'image et verrait un champ réduit.

Position du cercle oculaire. L'objet est la monture de l'objectif, en O_1 , avec $O_2O_1 = -(f_1 + f_2)$. La relation de conjugaison appliquée à l'oculaire donne, en notant C' le centre du cercle oculaire :

$$1/O_2C' = 1/f_2 + 1/O_2O_1 = 1/f_2 - 1/(f_1 + f_2) = f_1 / [f_2 (f_1 + f_2)]$$

$$O_2C' = f'_2 (f'_1 + f'_2) / f'_1$$

Comme f'_1 est grand devant f'_2 , O_2C' est à peine supérieur à f'_2 : le cercle oculaire est situé juste après le foyer image de l'oculaire, à quelques millimètres ou centimètres derrière lui. Les oculaires sont conçus pour que l'œil s'y place naturellement (bonnette en caoutchouc).

Diamètre du cercle oculaire. Le grandissement de l'oculaire pour cette conjugaison vaut $\gamma = O_2C'/O_2O_1 = [f'_2 (f'_1 + f'_2)/f'_1] / [-(f'_1 + f'_2)] = -f'_2/f'_1$. Le diamètre d du cercle oculaire est donc lié au diamètre D de l'objectif par :

$$d = D \times f'_2/f'_1 = D / G$$

Conséquences pratiques. Un grand grossissement donne un cercle oculaire petit. Si d est plus grand que la pupille de l'œil (environ 2 mm en plein jour, 6 à 7 mm dans l'obscurité), une partie de la lumière collectée est perdue. Si d devient très petit (inférieur à 0,5 mm environ), l'image est sombre et floue, car la diffraction par la pupille de sortie devient gênante.

6. Luminosité et limite de résolution d'une lunette

Luminosité. La quantité de lumière collectée par l'objectif est proportionnelle à sa surface, donc au carré de son diamètre D . Un objectif de 100 mm collecte $(100/7)^2 \approx 200$ fois plus de lumière qu'une pupille de 7 mm : la lunette révèle des étoiles trop faibles pour l'œil nu. Pour les objets étendus (nébuleuses, Lune), un grossissement plus fort étale la même lumière sur une image plus grande, donc moins lumineuse.

Limite de résolution. La lumière qui traverse l'objectif est diffractée par sa monture circulaire (chapitre sur la diffraction) : l'image d'une étoile n'est pas un point, mais une petite tache d'écart angulaire de l'ordre de λ/D . Deux étoiles séparées par un angle plus petit ne sont pas distinguées, quel que soit le grossissement. Un grand diamètre d'objectif améliore donc à la fois la luminosité et la finesse des détails.

Grossissement utile. Grossir au-delà de ce que permet la diffraction n'apporte aucun détail nouveau : on agrandit une image floue. Le grossissement est utile tant qu'il amène les plus petits détails séparés par l'objectif (angle de l'ordre de λ/D) au-dessus du pouvoir séparateur de l'œil ε , soit G de l'ordre de $\varepsilon \cdot D/\lambda$.

Élément	Caractéristique	Rôle
Objectif L_1	grande focale f'_1 , grand diamètre D	forme l'image intermédiaire, collecte la lumière
Oculaire L_2	petite focale f'_2	agrandit l'angle, joue le rôle de loupe
Réglage afocal	$F_1 = F_2$, $O_1O_2 = f'_1 + f'_2$	image à l'infini, observation sans accommodation
Grossissement	$G = f'_1/f'_2$	rapport des angles α'/α
Cercle oculaire	après F'_2 , diamètre D/G	position de l'œil

7. Autres instruments d'optique

La lunette n'est qu'un exemple d'association de lentilles. Le même raisonnement (objet, image intermédiaire, image finale à l'infini) s'applique à d'autres instruments.

Instruments d'optique usuels

loupe : une lentille convergente, objet dans son plan focal objet

lunette astronomique : objectif et oculaire convergents, système afocal

télescope : miroir concave comme objectif, oculaire convergent

microscope : objectif de très courte focale, image intermédiaire agrandie, oculaire

Repères complémentaires, sans séquence causale

- La **loupe** est une lentille convergente de courte focale ; l'objet placé dans son plan focal objet donne une image à l'infini, vue sous un angle plus grand qu'à l'œil nu au punctum proximum.
- Le **télescope** remplace l'objectif de la lunette par un miroir concave : un grand miroir est plus facile à fabriquer qu'une grande lentille et ne décompose pas la lumière.
- Le **microscope** observe un objet proche : son objectif, de très courte focale, en donne une image intermédiaire réelle et très agrandie, que l'oculaire observe comme une loupe.

Exemples résolus

Exemple 1 : observer la Lune

Énoncé. Une lunette afocale possède un objectif de distance focale $f_1 = 900$ mm et un oculaire de distance focale $f_2 = 10$ mm. On observe la Lune (diamètre 3 474 km, distance $3,84 \times 10^5$ km). a) Calculer la longueur de la lunette. b) Calculer le grossissement. c) Calculer le diamètre apparent α de la Lune à l'œil nu, puis α' à travers la lunette. d) Calculer la taille de l'image intermédiaire.

Résolution. a) La lunette étant afocale, $F_1 = F_2$ et $O_1O_2 = f_1 + f_2 = 900 + 10 = \mathbf{910 \text{ mm}}$. b) $G = f_1/f_2 = 900/10 = \mathbf{90}$. c) $\alpha \approx AB/d = 3\,474 / 3,84 \times 10^5 = 9,05 \times 10^{-3}$ rad (les deux longueurs sont en km, le quotient est sans unité). $\alpha' = G \cdot \alpha = 90 \times 9,05 \times 10^{-3} = \mathbf{0,81 \text{ rad}}$, soit environ 47° : la Lune déborde largement du champ de vision habituel d'un oculaire, on n'en voit qu'une partie. d) $A_1B_1 = f_1 \cdot \alpha = 0,900 \times 9,05 \times 10^{-3} = \mathbf{8,1 \times 10^{-3} \text{ m}}$. $A_1B_1 \approx \mathbf{8,1 \text{ mm}}$.

Exemple 2 : position et taille du cercle oculaire

Énoncé. Une lunette afocale a un objectif de distance focale $f_1 = 1\,000$ mm et de diamètre $D = 100$ mm, et un oculaire de distance focale $f_2 = 25$ mm. a) Calculer le grossissement. b) Déterminer la position du cercle oculaire. c) Calculer son diamètre et comparer à la pupille d'un œil adapté à l'obscurité (6 mm).

Résolution. a) $G = f_1/f_2 = 1\,000/25 = \mathbf{40}$. b) Le cercle oculaire est l'image de la monture de l'objectif par l'oculaire. $O_2O_1 = -(f_1 + f_2) = -1\,025$ mm. Relation de conjugaison : $1/O_2C' = 1/f_2 + 1/O_2O_1 = 1/25 - 1/1\,025 = (41 - 1)/1\,025 = 40/1\,025 \text{ mm}^{-1}$. $O_2C' = 1\,025/40 = \mathbf{25,6 \text{ mm}}$. Le cercle oculaire est à $\mathbf{25,6 \text{ mm}}$

derrière l'oculaire, soit 0,6 mm après son foyer image. c) $d = D/G = 100/40 = 2,5$ mm. Ce diamètre est inférieur à celui de la pupille (6 mm) : toute la lumière qui sort de la lunette entre dans l'œil.

Exemple 3 : le plus petit cratère lunaire visible

Énoncé. On admet que l'œil distingue deux points vus sous un angle d'au moins $\varepsilon = 3,0 \times 10^{-4}$ rad. a) Quelle est la taille du plus petit détail lunaire visible à l'œil nu ? b) Même question à travers une lunette de grossissement $G = 50$, en ne tenant compte que de la limite de l'œil. c) L'objectif a un diamètre $D = 80$ mm. La diffraction limite les détails séparables à un angle de l'ordre de λ/D , avec $\lambda = 550$ nm. Le résultat de la question b) est-il réaliste ? Distance Terre-Lune : $3,84 \times 10^8$ m.

Résolution. a) Un détail de taille s est vu sous l'angle s/d . Il est visible si $s/d \geq \varepsilon$, soit $s \geq \varepsilon \cdot d = 3,0 \times 10^{-4} \times 3,84 \times 10^8 = 1,2 \times 10^5$ m. **Environ 115 km.** b) À travers la lunette, l'angle est multiplié par G : il faut $G \cdot s/d \geq \varepsilon$, soit $s \geq \varepsilon \cdot d/G = 1,15 \times 10^5/50 = 2,3 \times 10^3$ m. **Environ 2,3 km.** c) Limite de diffraction : $\lambda/D = 550 \times 10^{-9} / 0,080 = 6,9 \times 10^{-6}$ rad. Le détail correspondant sur la Lune vaut $6,9 \times 10^{-6} \times 3,84 \times 10^8 = 2,6 \times 10^3$ m. La lunette ne sépare pas de détails plus petits qu'environ **2,6 km** : la limite due à la diffraction est du même ordre que celle de l'œil à $G = 50$. Grossir davantage n'apporterait que peu de détails nouveaux.

Méthodes et pièges

- Méthode type : identifie l'objectif (grande focale, ou plus petite vergence) et l'oculaire, vérifie la condition afocale $F'_1 = F_2$, puis applique $G = f'_1/f'_2$.
- Le grossissement compare des angles, le grandissement compare des tailles. Pour une lunette afocale, objet et image sont à l'infini : seul le grossissement a un sens.
- Pour construire la marche d'un faisceau incliné, commence toujours par le rayon qui passe par O_1 : il donne le point B_1 dans le plan focal. Termine par le rayon B_1O_2 , qui donne la direction de sortie.
- Ne confonds pas vergence et focale : une vergence de 2δ correspond à 0,50 m, pas à 2 m. Convertis en mètres avant d'inverser.
- Les angles de $G = \alpha'/\alpha$ doivent être petits pour remplacer $\tan \alpha$ par α : pour un angle plus grand, garde $\tan$.
- Le cercle oculaire n'est pas au foyer F'_2 mais un peu après : calcule sa position par la relation de conjugaison appliquée à l'oculaire, avec l'objectif comme objet.
- Un grand grossissement ne garantit pas de voir plus de détails : la diffraction par l'objectif (λ/D) fixe la limite.
- L'image d'une lunette astronomique est renversée, ce qui se lit sur la construction : B_1 est de l'autre côté de l'axe par rapport au faisceau incident.

Vers le PASS

En PASS, l'optique géométrique est reprise avec plus de formalisme : relations de conjugaison avec origine au centre et aux foyers (relation de Newton), associations de lentilles, vergence de l'œil et défauts de la vision (myopie, hypermétropie, presbytie) corrigés par des verres de vergence calculée. Le raisonnement en image intermédiaire de la lunette se retrouve tel quel dans le microscope, instrument de base de l'histologie : son grossissement, son pouvoir séparateur limité par la diffraction et l'intérêt de l'immersion dans l'huile sont des questions classiques des QCM de biophysique. Savoir manier vergences, distances focales et angles sans hésiter fait gagner beaucoup de temps.

Suite en PASS : Optique géométrique : réfraction, lentilles et instruments

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. a) Calculer la vergence d'une lentille de distance focale $f' = 20$ cm. b) Calculer la distance focale d'une lentille de vergence $C = 2,5$ δ.
2. Une lentille convergente de distance focale $f' = 10$ cm donne l'image d'un objet AB de 2,0 cm placé à 30 cm avant la lentille ($OA = -30$ cm). a) Calculer la position de l'image. b) Calculer le grandissement et la taille de l'image. Est-elle droite ou renversée ?
3. Une lunette afocale possède un objectif de focale $f'_1 = 1,20$ m et un oculaire de focale $f'_2 = 20$ mm. a) Calculer son grossissement. b) Calculer la distance entre les deux lentilles.
4. Jupiter a un diamètre de $1,43 \times 10^8$ m. Au moment de l'observation, elle est à $6,3 \times 10^{11}$ m de la Terre. a) Calculer son diamètre apparent. b) À l'œil nu (pouvoir séparateur $\varepsilon = 3 \times 10^{-4}$ rad), voit-on un disque ou un point ? c) Même question à travers une lunette de grossissement 50.
5. On dispose de deux lentilles convergentes de vergences $C_1 = 1,0$ δ et $C_2 = 25$ δ pour construire une lunette afocale. a) Laquelle sert d'objectif ? Justifier. b) Calculer la distance entre les lentilles. c) Calculer le grossissement.

Niveau 2 : type bac

6. Une lunette astronomique d'initiation est formée d'un objectif de focale $f'_1 = 800$ mm et de diamètre $D = 70$ mm, et d'un oculaire de focale $f'_2 = 16$ mm. a) Expliquer ce que signifie « lunette afocale » et donner la condition correspondante. b) Calculer la longueur de la lunette et son grossissement. c) Déterminer la position du cercle oculaire par rapport à l'oculaire. d) Calculer son diamètre. e) Expliquer pourquoi l'observateur doit placer son œil au cercle oculaire.
7. Une lunette a un objectif de focale $f'_1 = 900$ mm et de diamètre $D = 80$ mm. Elle est livrée avec trois oculaires de focales 25 mm, 10 mm et 6 mm. a) Calculer le grossissement obtenu avec chacun. b) Calculer le diamètre du cercle oculaire dans chaque cas. c) Pour observer une nébuleuse étendue et peu lumineuse la nuit (pupille de 6 mm), quel oculaire choisir ? Justifier. d) Le fabricant indique que le grossissement « utile » maximal vaut environ 2 fois le diamètre de l'objectif exprimé en mm. Un des oculaires dépasse-t-il cette valeur ?
8. On observe la Lune (diamètre apparent $\alpha = 9,0 \times 10^{-3}$ rad) avec une lunette afocale dont l'objectif a une focale $f'_1 = 1,00$ m. a) Calculer la taille de l'image intermédiaire. b) On souhaite que l'image de la Lune vue dans la lunette ait un diamètre apparent $\alpha' = 0,45$ rad. Calculer le grossissement nécessaire et la focale de l'oculaire. c) On retire l'oculaire et on place un capteur photographique de $15,6$ mm $\times$ $23,5$ mm au foyer de l'objectif. La Lune entière tient-elle sur le capteur ?
9. Un élève regarde par erreur dans une lunette afocale ($f'_1 = 750$ mm, $f'_2 = 15$ mm) en plaçant son œil du côté de l'objectif. a) La lunette reste-t-elle afocale ? b) Quel est alors son grossissement ? c) Décrire ce que voit l'élève.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Une lunette a un objectif de diamètre $D = 100$ mm. On prend $\lambda = 550$ nm, $\varepsilon = 3,0 \times 10^{-4}$ rad pour l'œil, et l'on admet que la diffraction par l'objectif interdit de séparer deux points vus sous un angle inférieur à λ/D . a) Calculer cet angle limite. b) Calculer le grossissement à partir duquel la limite due à l'œil devient plus fine que celle due à la diffraction. c) Avec $G = 100$, quel est le plus petit détail lunaire séparé ? (distance Terre-Lune $3,84 \times 10^8$ m). d) Conclure sur l'intérêt de dépasser $G = 100$.
11. Pour déterminer la focale de l'objectif d'une lunette, un élève mesure le grossissement obtenu avec plusieurs oculaires :

f_2 (mm)	40	25	20	12,5	10
G	22	36	44	71	90

- a) Quelle relation théorique lie G à f_2 ? Quelle grandeur faut-il porter en abscisse pour obtenir une droite ? b) Calculer cette grandeur pour chaque oculaire (en m^{-1}) et vérifier la linéarité. c) En déduire f_1 .
12. Un astronome dispose d'une lunette de focale $f_1 = 1,20$ m et de diamètre $D = 150$ mm. La nuit, sa pupille s'ouvre à 6,0 mm. a) Montrer que toute la lumière collectée n'entre dans l'œil que si $G \geq D/6,0$ mm. b) En déduire le grossissement minimal, puis la focale maximale de l'oculaire qui exploite toute la lumière. c) Comparer la lumière reçue par la rétine d'une étoile observée à travers cette lunette (avec cet oculaire) et à l'œil nu.
13. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant. a) Dans une lunette afocale, l'image intermédiaire est dans le plan focal objet de l'objectif. b) Doubler la focale de l'objectif double le grossissement. c) Le cercle oculaire est l'image de l'oculaire par l'objectif. d) Un œil normal observe l'image d'une lunette afocale sans accommoder. e) Augmenter le diamètre de l'objectif augmente le grossissement.

Corrigés

1. a) $C = 1/f'$ avec $f' = 0,20$ m : $C = 1/0,20 = 5,0$ δ.
b) $f' = 1/C = 1/2,5 = 0,40$ m. $f' = 40$ cm.
2. a) $1/OA' = 1/f' + 1/OA = 1/10 + 1/(-30) = 3/30 - 1/30 = 2/30$ cm $^{-1}$, donc $OA' = 15$ cm (image réelle, après la lentille).
b) $\gamma = OA'/OA = 15/(-30) = -0,50$. $A'B' = \gamma \times AB = -0,50 \times 2,0 = -1,0$ cm : image de 1,0 cm, renversée (γ négatif) et deux fois plus petite que l'objet.
3. a) $G = f_1/f_2 = 1,20/0,020 = 60$.
b) $O_1O_2 = f_1 + f_2 = 1,20 + 0,020 = 1,22$ m.
4. a) $\alpha \approx AB/d = 1,43 \times 10^8 / 6,3 \times 10^{11} = 2,3 \times 10^{-4}$ rad. $\alpha \approx 2,3 \times 10^{-4}$ rad.
b) $\alpha < \varepsilon = 3 \times 10^{-4}$ rad : les deux bords de Jupiter ne sont pas séparés, on voit un point. c) $\alpha' = G \cdot \alpha = 50 \times 2,27 \times 10^{-4} = 1,1 \times 10^{-2}$ rad, très supérieur à ε : on voit un disque, et l'on peut même distinguer ses bandes nuageuses.
5. a) L'objectif doit avoir la plus grande focale, donc la plus petite vergence : L_1 (1,0 δ, $f_1 = 1,0$ m) est l'objectif ; L_2 (25 δ, $f_2 = 1/25 = 0,040$ m = 4,0 cm) est l'oculaire.

b) $O_1O_2 = f'_1 + f'_2 = 1,0 + 0,040 = 1,04 \text{ m}$. c) $G = f'_1/f'_2 = 1,0/0,040 = 25$ (ou $G = C_2/C_1 = 25/1,0$).

6. a) Une lunette afocale donne d'un objet à l'infini une image à l'infini. **Condition : $F'_1 = F_2$** , le foyer image de l'objectif coïncide avec le foyer objet de l'oculaire.

b) $O_1O_2 = 800 + 16 = 816 \text{ mm}$; $G = 800/16 = 50$. c) $O_2O_1 = -816 \text{ mm}$. $1/O_2C' = 1/16 - 1/816 = (51 - 1)/816 = 50/816 \text{ mm}^{-1}$, donc $O_2C' = 816/50 = 16,3 \text{ mm}$ après l'oculaire. d) $d = D/G = 70/50 = 1,4 \text{ mm}$. e) Le cercle oculaire est la zone la plus étroite par laquelle passent tous les rayons sortant de la lunette. **En y plaçant la pupille, l'œil reçoit toute la lumière collectée et voit l'ensemble du champ.**

7. a) $G = 900/25 = 36$; $G = 900/10 = 90$; $G = 900/6 = 150$.

b) $d = D/G$: $80/36 = 2,2 \text{ mm}$; $80/90 = 0,89 \text{ mm}$; $80/150 = 0,53 \text{ mm}$. c) Pour un objet étendu peu lumineux, il faut une image lumineuse donc un grossissement faible et un cercle oculaire large. Le cercle de 2,2 mm reste inférieur à la pupille de 6 mm : toute la lumière entre dans l'œil, et l'image est la plus lumineuse des trois. **On choisit l'oculaire de 25 mm.** d) Grossissement utile maximal : $2 \times 80 = 160$. **Aucun oculaire ne dépasse cette valeur**, mais celui de 6 mm ($G = 150$) s'en approche : son image sera sombre (cercle oculaire de 0,53 mm) et ne servira que par une atmosphère très calme.

8. a) $A_1B_1 = f'_1 \cdot \alpha = 1,00 \times 9,0 \times 10^{-3} = 9,0 \times 10^{-3} \text{ m}$. **$A_1B_1 = 9,0 \text{ mm}$.**

b) $G = \alpha'/\alpha = 0,45/9,0 \times 10^{-3} = 50$. $f'_2 = f'_1/G = 1,00/50 = 0,020 \text{ m}$. **$f'_2 = 20 \text{ mm}$.** c) L'image de la Lune au foyer de l'objectif mesure 9,0 mm, inférieure à la plus petite dimension du capteur (15,6 mm). **La Lune entière tient sur le capteur.**

9. a) La distance entre les lentilles est toujours $f'_1 + f'_2$ et les foyers confondus restent confondus : **la lunette reste afocale.**

b) Les rôles sont échangés : le nouvel « objectif » a la focale 15 mm et le nouvel « oculaire » 750 mm. $G = 15/750 = 0,020$. c) Les objets paraissent vus sous un angle 50 fois plus petit : **l'élève voit une image minuscule et renversée**, comme s'il regardait dans des jumelles retournées.

10. a) $\lambda/D = 550 \times 10^{-9} / 0,100 = 5,5 \times 10^{-6} \text{ rad}$. **Angle limite $\approx 5,5 \times 10^{-6} \text{ rad}$.**

b) Avec la lunette, l'œil sépare deux points dont l'angle d'origine dépasse ε/G . Cette limite devient plus fine que λ/D quand $\varepsilon/G < \lambda/D$, soit $G > \varepsilon \cdot D / \lambda = 3,0 \times 10^{-4} / 5,5 \times 10^{-6} = 55$. **Au-delà de $G \approx 55$, c'est la diffraction qui limite.** c) Avec $G = 100$, la limite de l'œil donne $\varepsilon/G = 3,0 \times 10^{-6}$ rad, plus petite que λ/D : c'est la diffraction qui fixe la limite, $5,5 \times 10^{-6}$ rad. $s = 5,5 \times 10^{-6} \times 3,84 \times 10^8 = 2,1 \times 10^3$ m. **Plus petit détail $\approx 2,1$ km.** d) Au-delà de $G \approx 55$, augmenter G agrandit l'image sans faire apparaître de détails plus fins. **Dépasser $G = 100$ n'apporte pas de nouveaux détails** ; cela rend seulement l'image plus grande, plus sombre et plus floue. Seul un objectif plus grand améliore la résolution.

11. a) $G = f'_1/f'_2 = f'_1 \times (1/f'_2)$: **G est proportionnel à $1/f'_2$** , que l'on porte en abscisse.

b) $1/f'_2$ en m^{-1} : 25 ; 40 ; 50 ; 80 ; 100. Quotients $G/(1/f'_2)$ en m : $22/25 = 0,88$; $36/40 = 0,90$; $44/50 = 0,88$; $71/80 = 0,89$; $90/100 = 0,90$. Les quotients sont constants à 2 % près : **la relation est linéaire** (droite passant par l'origine). c) Le coefficient directeur vaut $f'_1 \approx 0,89$ m. **$f'_1 \approx 0,89$ m** (environ 890 mm).

12. a) Toute la lumière collectée sort par le cercle oculaire, de diamètre $d = D/G$. Elle entre entièrement dans l'œil si $d \leq 6,0$ mm, soit $D/G \leq 6,0$ mm, c'est-à-dire **$G \geq D/(6,0 \text{ mm})$** .

b) $G_{\min} = 150/6,0 = 25$. $f'_2 = f'_1/G \leq 1,20/25 = 0,048$ m. **$f'_2 \leq 48$ mm.** c) Pour une étoile (source ponctuelle), toute la lumière collectée par l'objectif entre dans l'œil. Le rapport des lumières reçues est le rapport des surfaces collectrices : $(D/d_{\text{pupille}})^2 = (150/6,0)^2 = 25^2 = 625$ **fois plus de lumière.**

13. a) **Faux** : l'astre étant à l'infini, l'image intermédiaire est dans le plan focal **image** de l'objectif (qui est aussi le plan focal objet de l'oculaire).

b) **Vrai** : $G = f'_1/f'_2$ est proportionnel à f'_1 . c) **Faux** : c'est l'image de la monture de l'**objectif** donnée par l'**oculaire**. d) **Vrai** : l'image définitive est à l'infini, l'œil normal la voit nette au repos. e) **Faux** : G ne dépend que des focales. Un objectif plus large augmente la luminosité et améliore la résolution (λ/D plus petit), pas le grossissement.

Effet photoélectrique et interactions lumière-matière

COURS • P16 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	10

Ce que tu dois savoir faire

- Décrire l'effet photoélectrique, ses caractéristiques expérimentales et son importance historique.
- Expliquer pourquoi le modèle ondulatoire de la lumière ne rend pas compte de l'effet photoélectrique, et l'interpréter à l'aide du modèle du photon.
- Calculer l'énergie d'un photon à partir de sa fréquence ou de sa longueur d'onde, en joules et en électronvolts.
- Établir, par un bilan d'énergie, la relation $E_{c,max} = h\nu - W$ entre l'énergie cinétique maximale des électrons émis et la fréquence de la lumière.
- Déterminer une fréquence seuil ou une longueur d'onde seuil à partir du travail d'extraction, et exploiter le graphique de $E_{c,max}$ en fonction de ν .
- Calculer un nombre de photons par seconde à partir d'une puissance lumineuse.
- Décrire les processus d'absorption et d'émission d'un photon par un atome à l'aide d'un diagramme de niveaux d'énergie.
- Exploiter la caractéristique d'une cellule photovoltaïque et calculer son rendement.
- Citer et expliquer des applications de l'interaction photon-matière : photodiode, cellule photovoltaïque, diode électroluminescente, capteurs d'images, spectroscopies.

Cours

1. Le photon : rappels

La lumière présente une **dualité onde-particule**. Elle se comporte comme une onde (diffraction, interférences) et, dans ses échanges d'énergie avec la matière, comme un ensemble de particules appelées **photons**. Le photon a une masse nulle, se déplace à la célérité c dans le vide et transporte un **quantum** d'énergie :

$$E = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda$$

- E : énergie du photon, en joules (J) ;
- $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s : constante de Planck ;
- ν : fréquence de la radiation, en hertz (Hz) ;
- $c = 3,00 \times 10^8$ m·s⁻¹ : célérité de la lumière dans le vide ;
- λ : longueur d'onde dans le vide, en mètres.

Les énergies en jeu à l'échelle atomique sont très petites ; on utilise souvent l'**électronvolt** : 1 eV = $1,60 \times 10^{-19}$ J, énergie acquise par un électron accéléré sous une tension de 1 V. Un calcul utile : $h \cdot c = 6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8 = 1,99 \times 10^{-25}$ J·m, soit environ $1,24 \times 10^{-6}$ eV·m. Avec λ en nanomètres, E (en eV) $\approx 1240 / \lambda$ (en nm). Un photon de lumière visible porte donc entre 1,6 eV environ (rouge, 780 nm) et 3,1 eV (violet, 400 nm) ; un photon ultraviolet porte davantage, un photon infrarouge moins.

Flux de photons. Une source monochromatique de puissance P émet N photons par seconde, chacun d'énergie $h \cdot \nu$:

$$N = P / (h \cdot \nu)$$

Un pointeur laser de 1,0 mW à 650 nm émet des photons de $3,06 \times 10^{-19}$ J, donc $1,0 \times 10^{-3} / 3,06 \times 10^{-19} = 3,3 \times 10^{15}$ photons par seconde. Le nombre est si grand que la lumière paraît continue à notre échelle.

2. L'effet photoélectrique : les faits expérimentaux

En 1887, Heinrich Hertz constate qu'une étincelle éclate plus facilement entre deux électrodes éclairées par de l'ultraviolet. Peu après, on montre qu'une plaque de zinc fraîchement décapée, fixée sur un électroscope chargé négativement, se décharge lorsqu'on l'éclaire avec une lampe à vapeur de mercure riche en ultraviolet. Interposer une plaque de verre, qui absorbe l'ultraviolet, arrête la décharge. Si l'électroscope est chargé positivement, rien ne se passe.

On appelle **effet photoélectrique** l'émission d'électrons par un métal sous l'effet d'un rayonnement électromagnétique. L'interprétation de l'expérience est que la lumière arrache des électrons au zinc : la plaque chargée négativement les perd et se décharge ; chargée positivement, elle rappelle les électrons arrachés.

Les expériences précises, menées notamment avec une **cellule photoélectrique** (cathode métallique et anode dans une ampoule vide), établissent trois faits :

- **Existence d'un seuil.** L'émission n'a lieu que si la fréquence ν de la lumière est supérieure à une **fréquence seuil** ν_0 propre au métal (ou si λ est inférieure à une longueur d'onde seuil λ_0). En dessous du seuil, aucun électron n'est émis, **quelle que soit l'intensité** de la lumière. Au-dessus, l'émission a lieu même avec une lumière très faible.
- **Énergie indépendante de l'intensité.** L'énergie cinétique maximale des électrons émis augmente avec la fréquence de la lumière, mais ne dépend pas de son intensité. Augmenter l'intensité augmente seulement le **nombre** d'électrons émis par seconde, donc l'intensité du courant.
- **Instantanéité.** L'émission commence sans délai mesurable dès que la lumière arrive, même très faible.

3. L'échec du modèle ondulatoire et l'interprétation d'Einstein

Dans le modèle ondulatoire, l'énergie d'une onde lumineuse est répartie continûment et est proportionnelle à son intensité. Une lumière intense, même de basse fréquence, devrait finir par fournir assez d'énergie à un électron pour l'extraire ; une lumière très faible devrait mettre un certain temps à accumuler cette énergie. Les trois faits expérimentaux contredisent ces prévisions.

En 1905, Albert Einstein propose que la lumière échange son énergie avec la matière par **quanta indivisibles**, les photons, d'énergie $h \cdot \nu$. L'effet photoélectrique est alors une interaction **entre un photon et un électron** :

- un photon est absorbé en totalité par un seul électron, ou pas du tout ;
- l'électron ne peut sortir du métal que si l'énergie reçue dépasse l'énergie minimale nécessaire pour l'extraire ;
- l'intensité lumineuse fixe le nombre de photons, donc le nombre d'électrons émis, pas l'énergie de chacun ;
- l'interaction étant individuelle, il n'y a aucun temps d'accumulation.

Ce travail, confirmé par les mesures de Robert Millikan en 1914 à 1916, vaut à Einstein le prix Nobel de physique en 1921. L'effet photoélectrique est historiquement la première preuve convaincante de l'aspect corpusculaire de la lumière et l'un des fondements de la physique quantique.

Effet photoélectrique

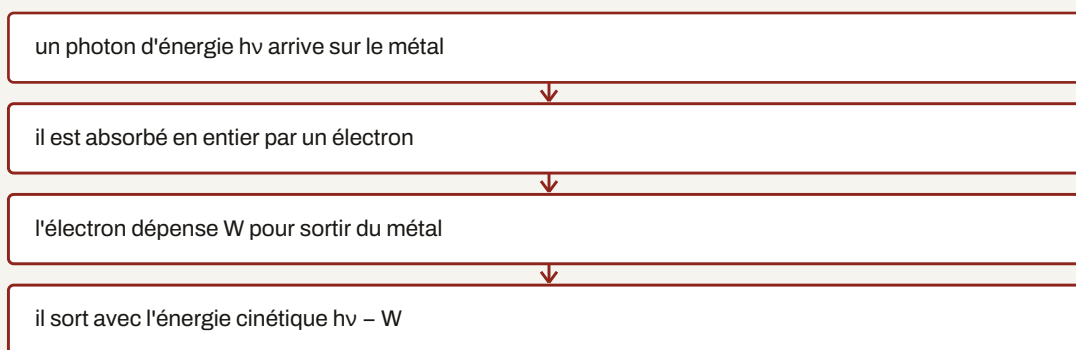


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

4. Travail d'extraction et bilan d'énergie

Les électrons de conduction d'un métal sont libres de se déplacer à l'intérieur du métal, mais ils y sont retenus. On appelle **travail d'extraction** W (ou W_0) l'énergie minimale qu'il faut fournir pour extraire un électron du métal. Il dépend du métal :

Métal	césium	potassium	sodium	calcium	zinc	cuivre
W (eV), valeur usuelle	1,9	2,3	2,3	2,9	4,3	4,7

(Ces valeurs varient légèrement selon l'état de surface du métal.)

Bilan d'énergie. L'électron qui absorbe un photon reçoit l'énergie $h \cdot \nu$. Il en dépense au moins W pour quitter le métal ; le reste se retrouve sous forme d'énergie cinétique. Les électrons les moins liés, qui ne dépensent que W , sortent avec l'énergie cinétique maximale :

$$E_{c,max} = h \cdot \nu - W$$

Les autres électrons, plus profonds dans le métal, perdent davantage d'énergie et sortent avec une énergie cinétique plus faible.

Seuil. L'émission n'est possible que si $E_{c,max} \geq 0$, donc $h \cdot \nu \geq W$. La **fréquence seuil** et la **longueur d'onde seuil** valent :

$$\nu_0 = W / h \text{ et } \lambda_0 = h \cdot c / W$$

Il y a émission si $\nu > \nu_0$, c'est-à-dire si $\lambda < \lambda_0$. Pour le zinc ($W = 4,3 \text{ eV} = 6,88 \times 10^{-19} \text{ J}$), $\lambda_0 = 1,99 \times 10^{-25} / 6,88 \times 10^{-19} = 2,89 \times 10^{-7} \text{ m} = 289 \text{ nm}$: seul l'ultraviolet extrait des électrons, ce qui explique le rôle de la plaque de verre dans l'expérience de Hertz. Pour le césium, $\lambda_0 \approx 650 \text{ nm}$: la lumière visible suffit, c'est pourquoi les métaux alcalins ont servi à fabriquer les premières cellules photoélectriques.

Vitesse des électrons émis. De $E_{c,max} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, on tire $v = \sqrt{(2 \cdot E_{c,max} / m)}$, avec $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, masse de l'électron, et E_c en joules.

Représentation graphique. La courbe de $E_{c,max}$ en fonction de ν est une **droite** de coefficient directeur h , qui coupe l'axe des abscisses en ν_0 et dont le prolongement coupe l'axe des ordonnées en $-W$. Le coefficient directeur est le même pour tous les métaux : c'est ainsi que Millikan a mesuré h avec précision. Seule l'abscisse à l'origine change d'un métal à l'autre.

Un photon frappe un métal

$h\nu$ inférieur à W : pas d'émission, quelle que soit l'intensité

$h\nu$ supérieur à W : émission, $E_{c,max} = h\nu - W$

Repères complémentaires, sans séquence causale

5. Absorption et émission de photons par un atome

L'énergie d'un atome est **quantifiée** : elle ne peut prendre que certaines valeurs, appelées **niveaux d'énergie**, représentés sur un diagramme vertical. Le niveau le plus bas est l'**état fondamental**, les autres sont des **états excités**. Par convention, l'énergie de l'atome ionisé au repos est prise nulle : les niveaux liés ont des énergies négatives. Pour l'atome d'hydrogène, $E_n = -13,6 / n^2$ (en eV), n entier non nul.

Absorption. Un atome dans un état d'énergie E_n peut absorber un photon et passer à un niveau supérieur E_p **seulement** si l'énergie du photon est exactement égale à l'écart entre les niveaux :

$$h \cdot \nu = E_p - E_n$$

Un photon d'énergie différente traverse l'atome sans être absorbé. C'est l'origine des **raies noires** d'un spectre d'absorption. Exception : si l'énergie du photon dépasse l'énergie d'ionisation, l'atome perd un électron, qui emporte l'excédent sous forme d'énergie cinétique ; cette ionisation n'exige pas une énergie précise, c'est l'analogue atomique de l'effet photoélectrique.

Émission spontanée. Un atome excité revient spontanément vers un niveau inférieur en émettant un photon d'énergie égale à l'écart entre les niveaux : $h \cdot \nu = E_p - E_n$. C'est l'origine des **raies colorées** des spectres d'émission (lampes à vapeur de sodium, de mercure, néons). Un même atome absorbe et émet donc les mêmes longueurs d'onde : les spectres de raies sont la signature d'un élément chimique.

Émission stimulée. Un troisième processus existe : un photon d'énergie égale à $E_p - E_n$ peut provoquer la désexcitation d'un atome déjà excité, qui émet alors un photon identique (même énergie, même direction, même phase). Ce processus est à la base du fonctionnement du **laser**.

Dans les molécules et les solides, les niveaux sont plus nombreux et peuvent former des bandes. Dans les molécules, l'absorption d'ultraviolet ou de visible correspond à des transitions électroniques (spectroscopie UV-visible, couleur des espèces chimiques), l'absorption d'infrarouge à des transitions de vibration des liaisons (spectroscopie infrarouge).

6. Semi-conducteurs : photodiode, cellule photovoltaïque, DEL

Dans un **semi-conducteur** comme le silicium, les électrons ne peuvent occuper que deux bandes d'énergie séparées par une **bande interdite** de largeur E_g (le « gap ») : 1,12 eV pour le silicium. Un électron qui reçoit au moins E_g passe de la bande inférieure à la bande supérieure : il devient libre de se déplacer et laisse derrière lui un « trou », place vacante qui se comporte comme une charge positive mobile.

Absorption par un semi-conducteur : photodétection. Un photon d'énergie $h \cdot \nu \geq E_g$ peut créer une paire électron-trou. Un photon d'énergie inférieure à E_g n'est pas absorbé. La longueur d'onde maximale détectée vaut donc $\lambda_{\max} = h \cdot c / E_g$: pour le silicium, $\lambda_{\max} \approx 1\,240 / 1,12 \approx 1\,100$ nm, dans l'infrarouge proche. Le silicium détecte ainsi tout le visible et le proche infrarouge.

- Dans une **photodiode**, les paires créées produisent un courant proportionnel au nombre de photons reçus par seconde, donc à la puissance lumineuse : c'est un capteur de lumière (télécommandes, lecteurs de codes, mesures d'éclairement).
- Les **capteurs d'images** des appareils photo et des téléphones sont des matrices de millions de photodiodes, les pixels.

Cellule photovoltaïque. C'est une photodiode utilisée comme générateur : les paires électron-trou créées par la lumière sont séparées par le champ électrique interne de la jonction, ce qui fait circuler un courant dans un circuit extérieur. Elle convertit l'énergie lumineuse en énergie électrique.

Sa **caractéristique** $I(U)$ sous un éclairage donné part de l'**intensité de court-circuit** I_{cc} (pour $U = 0$), reste presque constante, puis chute jusqu'à zéro à la **tension à vide** U_0 (environ 0,6 V pour une cellule au silicium). La puissance électrique fournie $P = U \cdot I$ est nulle aux deux extrémités et passe par un **maximum** $P_{\max}$ pour un point de fonctionnement particulier, que l'on obtient en choisissant convenablement la résistance de charge ($R = U/I$ en ce point). Les panneaux solaires associent de nombreuses cellules en série et en parallèle.

Le **rendement** d'une cellule photovoltaïque est le rapport de la puissance électrique fournie à la puissance lumineuse reçue :

$$\eta = P_{\text{élec}} / P_{\text{lum}} = U \cdot I / (E \cdot S)$$

avec E l'**éclairement** (puissance lumineuse reçue par unité de surface, en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$) et S la surface de la cellule (m^2). Le rendement est sans unité, souvent exprimé en pourcentage : de 15 % à 22 % environ pour les panneaux au silicium du commerce. Il est limité notamment parce que les photons d'énergie inférieure à E_g ne sont pas absorbés, et que l'excédent d'énergie des photons d'énergie supérieure à E_g

est perdu en chaleur.

Diode électroluminescente (DEL). C'est le processus inverse : un courant injecte des électrons et des trous qui se recombinent en émettant un photon d'énergie voisine de E_g . La couleur d'une DEL est donc fixée par le matériau : $\lambda \approx h \cdot c / E_g$. Un gap de 1,9 eV donne du rouge (environ 650 nm), un gap de 2,7 eV du bleu (environ 460 nm). Les DEL blanches associent une DEL bleue à une couche luminescente qui réémet du jaune. Comme l'énergie électrique est convertie directement en photons, sans passer par l'échauffement d'un filament, le rendement lumineux d'une DEL est bien supérieur à celui d'une lampe à incandescence.

Applications de l'interaction photon-matière

photodiode et capteur d'images : photon absorbé, courant

cellule photovoltaïque : photon absorbé, puissance électrique

DEL et laser : courant ou excitation, photon émis

spectroscopies UV-visible et infrarouge : absorption sélective, identification des espèces

Repères complémentaires, sans séquence causale

Dispositif	Conversion	Condition sur le photon
Cellule photoélectrique (métal)	lumière $\rightarrow$ électrons libres	$h \cdot \nu \geq W$
Photodiode, cellule photovoltaïque	lumière $\rightarrow$ énergie électrique	$h \cdot \nu \geq E_g$
DEL	énergie électrique $\rightarrow$ lumière	$h \cdot \nu \approx E_g$
Atome (absorption, émission)	photon $\leftrightarrow$ excitation	$h \cdot \nu = E_p - E_n$ exactement

Exemples résolus

Exemple 1 : électrons arrachés au potassium

Énoncé. Une cathode de potassium ($W = 2,30$ eV) est éclairée par une radiation de longueur d'onde $\lambda = 400$ nm. a) Calculer l'énergie d'un photon en joules et en électronvolts. b) Y a-t-il émission d'électrons ? c) Calculer l'énergie cinétique maximale des électrons émis et leur vitesse maximale. d) Calculer la longueur d'onde seuil du potassium. Données : $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s ; $c = 3,00 \times 10^8$ m·s⁻¹ ; 1 eV = $1,60 \times 10^{-19}$ J ; $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg.

Résolution. a) $E = h \cdot c / \lambda = 6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8 / 400 \times 10^{-9} = 4,97 \times 10^{-19}$ J. En eV : $4,97 \times 10^{-19} / 1,60 \times 10^{-19} = 3,11$ eV. b) $E = 3,11$ eV > $W = 2,30$ eV : il y a émission d'électrons. c) $E_{c,max} = E - W = 3,11 - 2,30 = 0,81$ eV = $0,81 \times 1,60 \times 10^{-19} = 1,3 \times 10^{-19}$ J. $v = \sqrt{(2 \cdot E_{c,max} / m)} = \sqrt{(2 \times 1,29 \times 10^{-19} / 9,11 \times 10^{-31})} = \sqrt{(2,83 \times 10^{11})} = 5,3 \times 10^5$ m·s⁻¹. d) $\lambda_0 = h \cdot c / W$, avec $W = 2,30 \times 1,60 \times 10^{-19} = 3,68 \times 10^{-19}$ J : $\lambda_0 = 1,99 \times 10^{-25} / 3,68 \times 10^{-19} = 5,40 \times 10^{-7}$ m. $\lambda_0 \approx 540$ nm : toute radiation de longueur d'onde inférieure (vert, bleu, violet,

ultraviolet) extrait des électrons du potassium.

Exemple 2 : rendement d'un panneau solaire

Énoncé. Un panneau photovoltaïque de surface $S = 1,6 \text{ m}^2$ reçoit un éclairement $E = 800 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. À son point de puissance maximale, il délivre une tension $U = 30 \text{ V}$ et une intensité $I = 8,0 \text{ A}$. a) Calculer la puissance lumineuse reçue. b) Calculer la puissance électrique fournie. c) Calculer le rendement. d) Quelle énergie électrique fournit-il en 5,0 h dans ces conditions ?

Résolution. a) $P_{\text{lum}} = E \cdot S = 800 \times 1,6 = 1,28 \times 10^3 \text{ W}$. b) $P_{\text{elec}} = U \cdot I = 30 \times 8,0 = 240 \text{ W}$. c) $\eta = P_{\text{elec}} / P_{\text{lum}} = 240 / 1\,280 = 0,1875$. $\eta \approx 19 \%$. Les 81 % restants sont principalement convertis en énergie thermique ou réfléchis. d) Énergie = $P_{\text{elec}} \times \Delta t = 240 \times 5,0 \times 3\,600 = 4,3 \times 10^6 \text{ J}$, soit $240 \times 5,0 = 1,2 \times 10^3 \text{ Wh}$. 1,2 kWh.

Exemple 3 : mesurer la constante de Planck

Énoncé. Avec une cathode de sodium, on mesure l'énergie cinétique maximale des électrons émis pour plusieurs fréquences :

ν (10^{14} Hz)	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
$E_{c,\text{max}}$ (eV)	0,21	0,62	1,04	1,45	1,86

a) Montrer que les points sont alignés et calculer le coefficient directeur de la droite. b) En déduire la constante de Planck en J·s. c) Déterminer le travail d'extraction du sodium et sa fréquence seuil.

Résolution. a) Entre deux colonnes successives, ν augmente de $1,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$ et $E_{c,\text{max}}$ de 0,41 ou 0,42 eV : l'accroissement est constant, **les points sont alignés**. Coefficient directeur : $k = (1,86 - 0,21) / (10,0 - 6,0) \times 10^{14} = 1,65 / 4,0 \times 10^{14} = 4,13 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$. b) D'après $E_{c,\text{max}} = h \cdot \nu - W$, le coefficient directeur est h . $h = 4,13 \times 10^{-15} \times 1,60 \times 10^{-19} = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$. $h \approx 6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, en accord avec la valeur admise. c) $W = h \cdot \nu - E_{c,\text{max}}$, avec le premier point : $W = 4,13 \times 10^{-15} \times 6,0 \times 10^{14} - 0,21 = 2,48 - 0,21 = 2,27 \text{ eV}$ (environ 2,3 eV). Fréquence seuil : $\nu_0 = W/h = 2,27 / 4,13 \times 10^{-15} = 5,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$, soit $\lambda_0 = c/\nu_0 = 3,00 \times 10^8 / 5,5 \times 10^{14} = 5,5 \times 10^{-7} \text{ m} = 550 \text{ nm}$ environ.

Méthodes et pièges

- Méthode type : calcule l'énergie du photon, convertis-la dans la même unité que W , compare : si $h \cdot \nu < W$, rien n'est émis ; sinon, $E_{c,\text{max}} = h \cdot \nu - W$.
- Pour passer des joules aux électronvolts, divise par $1,60 \times 10^{-19}$; pour le sens inverse, multiplie. Ne mélange jamais les deux unités dans une soustraction.
- Pour calculer une vitesse avec $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, l'énergie doit être en joules et la masse en kilogrammes.
- Ne confonds pas intensité et fréquence : augmenter l'intensité augmente le nombre d'électrons émis (le courant), pas leur énergie ; seule la fréquence agit sur l'énergie.
- Une longueur d'onde plus grande signifie un photon moins énergétique : le seuil photoélectrique est une longueur d'onde maximale (émission si $\lambda < \lambda_0$).
- Pour un atome isolé, l'absorption exige une énergie exactement égale à un écart entre niveaux ; pour l'effet photoélectrique ou l'ionisation, toute énergie supérieure au seuil convient.

- Dans le calcul d'un rendement photovoltaïque, la puissance reçue est $E \times S$: vérifie que la surface est en m^2 ($100 \text{ cm}^2 = 1,00 \times 10^{-2} \text{ m}^2$).
- Sur une caractéristique $I(U)$, cherche le maximum du produit $U \cdot I$, pas le maximum de I ni celui de U .

Vers le PASS

En PASS, l'interaction photon-matière est au cœur de la biophysique des rayonnements. Pour les photons X et gamma utilisés en imagerie médicale et en radiothérapie, l'effet photoélectrique devient l'interaction avec un électron des couches profondes d'un atome (couche K), en compétition avec l'effet Compton et la création de paires. Sa probabilité augmente fortement avec le numéro atomique du milieu, ce qui explique le contraste entre os et tissus mous en radiographie et l'usage de produits de contraste iodés. On y relie aussi l'atténuation des faisceaux, le réarrangement électronique qui suit l'éjection (photons de fluorescence, électrons Auger) et les détecteurs de rayonnements. Les calculs en électronvolts, kiloélectronvolts et mégaélectronvolts doivent alors être immédiats.

Suite en PASS : Radioactivité, interactions et dosimétrie

Exercices

Données pour tous les exercices : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$; $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; masse de l'électron $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

Niveau 1 : s'entraîner

1. Calculer l'énergie, en joules puis en électronvolts, d'un photon ultraviolet de longueur d'onde $\lambda = 250 \text{ nm}$.
2. Le travail d'extraction du zinc vaut $W = 4,3 \text{ eV}$. a) Calculer sa longueur d'onde seuil. b) Une plaque de zinc éclairée en lumière visible émet-elle des électrons ?
3. Une plaque de cuivre ($W = 4,7 \text{ eV}$) est éclairée par un rayonnement ultraviolet de longueur d'onde 200 nm . Calculer l'énergie cinétique maximale des électrons émis, en eV puis en J.
4. Une cellule photovoltaïque carrée de 10 cm de côté reçoit un éclairage de $1\,000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ et fournit une puissance électrique de $2,0 \text{ W}$. Calculer son rendement.
5. Un atome possède les niveaux d'énergie $E_1 = -5,0 \text{ eV}$ (état fondamental), $E_2 = -3,0 \text{ eV}$ et $E_3 = -1,6 \text{ eV}$.
a) Parmi des photons d'énergies $2,0 \text{ eV}$, $2,5 \text{ eV}$, $3,4 \text{ eV}$ et $6,0 \text{ eV}$, lesquels peuvent être absorbés par l'atome dans son état fondamental ? Que se passe-t-il pour le photon de $6,0 \text{ eV}$? b) Calculer les longueurs d'onde des trois raies que l'atome peut émettre en se désexcitant depuis E_3 .

Niveau 2 : type bac

6. Une cellule photoélectrique à cathode de sodium ($W = 2,28 \text{ eV}$) est éclairée par un laser violet de longueur d'onde 400 nm et de puissance $0,50 \text{ mW}$. a) Montrer qu'il y a effet photoélectrique. b) Calculer l'énergie cinétique maximale des électrons émis. c) Calculer le nombre de photons reçus par seconde. d) On admet qu'un photon sur cent arrache un électron collecté par l'anode. Calculer l'intensité du courant. e) Que deviennent le courant et $E_{c,\text{max}}$ si l'on double la puissance du laser ?
7. On éclaire une même cathode métallique par deux radiations. Pour $\lambda_1 = 300 \text{ nm}$, l'énergie cinétique maximale des électrons vaut $1,84 \text{ eV}$; pour $\lambda_2 = 450 \text{ nm}$, elle vaut $0,46 \text{ eV}$. a) Calculer les fréquences ν_1 et ν_2 . b) En utilisant la relation $E_{c,\text{max}} = h \cdot \nu - W$, déterminer h (en $\text{eV}\cdot\text{s}$ puis en $\text{J}\cdot\text{s}$). c) Déterminer le travail d'extraction W et identifier le métal parmi : césium ($1,9 \text{ eV}$), potassium ($2,3 \text{ eV}$), zinc ($4,3$

eV).

8. Une cellule photovoltaïque de surface 25 cm^2 reçoit un éclairement de $800 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. On relève sa caractéristique :

U (V)	0	0,20	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
I (A)	0,60	0,59	0,56	0,52	0,44	0,28	0

a) Donner l'intensité de court-circuit et la tension à vide. b) Calculer la puissance électrique pour chaque point et repérer la puissance maximale. c) Calculer le rendement maximal de la cellule. d) Quelle résistance de charge faut-il brancher pour fonctionner à ce point ?

9. a) Une DEL est fabriquée avec un semi-conducteur de gap $E_g = 1,9 \text{ eV}$. Calculer la longueur d'onde émise et en déduire sa couleur. b) Même question pour un gap de $2,7 \text{ eV}$. c) Une photodiode au silicium ($E_g = 1,12 \text{ eV}$) peut-elle détecter le rayonnement infrarouge d'une télécommande de longueur d'onde 940 nm ? Calculer la longueur d'onde maximale qu'elle détecte. d) Expliquer pourquoi une DEL chauffe beaucoup moins qu'une lampe à incandescence de même éclairement.

Niveau 3 : vers le PASS

10. On éclaire une cathode métallique par une radiation de longueur d'onde 350 nm . Pour empêcher les électrons les plus rapides d'atteindre l'anode, on applique entre la cathode et l'anode une tension qui les freine ; on mesure qu'il faut au minimum une tension $U_0 = 1,20 \text{ V}$. On admet que le travail de la force électrique freinant un électron sous la tension U_0 vaut $-e\cdot U_0$. a) Par le théorème de l'énergie cinétique, montrer que $E_{c,\text{max}} = e\cdot U_0$ et calculer $E_{c,\text{max}}$ en eV. b) En déduire le travail d'extraction du métal. c) Calculer sa longueur d'onde seuil. d) Que devient U_0 si l'on éclaire avec une radiation de 300 nm ?

11. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant. a) Une lumière rouge très intense peut arracher des électrons à du zinc. b) Doubler la fréquence de la lumière double l'énergie cinétique maximale des électrons émis. c) La pente de la droite $E_{c,\text{max}} = f(\nu)$ est la même pour tous les métaux. d) Un atome d'hydrogène dans l'état fondamental ($E_1 = -13,6 \text{ eV}$, $E_2 = -3,40 \text{ eV}$) absorbe un photon de $10,0 \text{ eV}$. e) Un photon de $15,0 \text{ eV}$ peut ioniser un atome d'hydrogène dans l'état fondamental.

12. En radiographie, on injecte un produit de contraste iodé. L'énergie de liaison d'un électron de la couche K de l'iode vaut $33,2 \text{ keV}$, celle d'un électron de la couche L vaut $4,6 \text{ keV}$. a) Un photon X de $60,0 \text{ keV}$ éjecte un électron K de l'iode par effet photoélectrique. Calculer l'énergie cinétique de l'électron éjecté. b) Calculer la longueur d'onde de ce photon. c) La lacune de la couche K est comblée par un électron de la couche L. Calculer l'énergie du photon émis. d) Un photon de $30,0 \text{ keV}$ peut-il éjecter un électron K de l'iode ? Expliquer pourquoi l'absorption par l'iode augmente brusquement au-dessus de $33,2 \text{ keV}$.

13. Le Soleil fournit au sol un éclairement d'environ $1\,000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. On assimile ce rayonnement à des photons de longueur d'onde moyenne 550 nm . a) Calculer le nombre de photons reçus par seconde sur $1,0 \text{ m}^2$. b) Une cellule au silicium ($E_g = 1,12 \text{ eV}$) absorbe-t-elle un photon de 550 nm ? un photon de $1\,300 \text{ nm}$? c) Un photon de 550 nm absorbé crée une paire électron-trou ; l'énergie utilisable de cette paire vaut au plus E_g . Quelle fraction maximale de l'énergie du photon est récupérée ? d) En déduire deux raisons pour lesquelles le rendement d'une cellule au silicium reste limité.

Corrigés

$$1. E = h \cdot c / \lambda = 6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8 / 250 \times 10^{-9} = 1,99 \times 10^{-25} / 2,50 \times 10^{-7} = 7,96 \times 10^{-19} \text{ J.}$$

$$\text{En eV : } 7,96 \times 10^{-19} / 1,60 \times 10^{-19} = 4,97 \text{ eV. } E = 7,96 \times 10^{-19} \text{ J} \approx 4,97 \text{ eV.}$$

$$2. a) W = 4,3 \times 1,60 \times 10^{-19} = 6,88 \times 10^{-19} \text{ J. } \lambda_0 = h \cdot c / W = 1,99 \times 10^{-25} / 6,88 \times 10^{-19} = 2,89 \times 10^{-7} \text{ m. } \lambda_0 \approx 289 \text{ nm.}$$

b) La lumière visible a des longueurs d'onde comprises entre 400 et 800 nm, toutes supérieures à λ_0 : ses photons sont trop peu énergétiques. **Aucun électron n'est émis**, quelle que soit l'intensité.

$$3. E = 1,99 \times 10^{-25} / 200 \times 10^{-9} = 9,95 \times 10^{-19} \text{ J} = 9,95 / 1,60 = 6,22 \text{ eV.}$$

$$E_{c,\max} = E - W = 6,22 - 4,7 = 1,5 \text{ eV, soit } 1,52 \times 1,60 \times 10^{-19} = 2,4 \times 10^{-19} \text{ J. } E_{c,\max} \approx 1,5 \text{ eV} \approx 2,4 \times 10^{-19} \text{ J.}$$

$$4. S = 0,10 \times 0,10 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2. \text{ Plum} = E \cdot S = 1\,000 \times 1,0 \times 10^{-2} = 10 \text{ W.}$$

$$\eta = \text{Pélec} / \text{Plum} = 2,0 / 10 = 0,20. \eta = 20 \text{ \%}.$$

5. a) Depuis E_1 , les absorptions possibles correspondent à $E_2 - E_1 = -3,0 - (-5,0) = 2,0 \text{ eV}$ et à $E_3 - E_1 = -1,6 - (-5,0) = 3,4 \text{ eV}$. **Les photons de 2,0 eV et 3,4 eV sont absorbés** ; celui de 2,5 eV ne correspond à aucun écart, il n'est pas absorbé. Le photon de 6,0 eV dépasse l'énergie d'ionisation (5,0 eV) : **il ionise l'atome**, l'électron libéré emportant $6,0 - 5,0 = 1,0 \text{ eV}$ d'énergie cinétique.

b) Raies issues de E_3 : $E_3 \rightarrow E_1$: $\Delta E = 3,4 \text{ eV} = 5,44 \times 10^{-19} \text{ J}$, $\lambda = 1,99 \times 10^{-25} / 5,44 \times 10^{-19} = 3,66 \times 10^{-7} \text{ m}$, $\lambda \approx 366 \text{ nm}$ (ultraviolet). $E_3 \rightarrow E_2$: $\Delta E = 1,4 \text{ eV} = 2,24 \times 10^{-19} \text{ J}$, $\lambda = 1,99 \times 10^{-25} / 2,24 \times 10^{-19} = 8,88 \times 10^{-7} \text{ m}$, $\lambda \approx 888 \text{ nm}$ (infrarouge). $E_2 \rightarrow E_1$ (après la précédente) : $\Delta E = 2,0 \text{ eV} = 3,20 \times 10^{-19} \text{ J}$, $\lambda = 1,99 \times 10^{-25} / 3,20 \times 10^{-19} = 6,22 \times 10^{-7} \text{ m}$, $\lambda \approx 622 \text{ nm}$ (rouge orangé).

$$6. a) E = 1,99 \times 10^{-25} / 400 \times 10^{-9} = 4,97 \times 10^{-19} \text{ J} = 3,11 \text{ eV} > W = 2,28 \text{ eV} : \text{il y a effet photoélectrique.}$$

b) $E_{c,\max} = 3,11 - 2,28 = 0,83 \text{ eV}$ ($1,3 \times 10^{-19} \text{ J}$). c) $N = P / E = 0,50 \times 10^{-3} / 4,97 \times 10^{-19} = 1,0 \times 10^{15}$ **photons par seconde**. d) Nombre d'électrons par seconde : $1,0 \times 10^{15} / 100 = 1,0 \times 10^{13}$. Chaque électron porte la charge e , donc $I = 1,0 \times 10^{13} \times 1,60 \times 10^{-19} = 1,6 \times 10^{-6} \text{ A}$. $I \approx 1,6 \mu\text{A}$. e) Doubler la puissance double le nombre de photons, donc le nombre d'électrons : **le courant double** ($3,2 \mu\text{A}$). L'énergie de chaque photon est inchangée : **$E_{c,\max}$ reste 0,83 eV**.

$$7. a) \nu_1 = c / \lambda_1 = 3,00 \times 10^8 / 300 \times 10^{-9} = 1,00 \times 10^{15} \text{ Hz} ; \nu_2 = 3,00 \times 10^8 / 450 \times 10^{-9} = 6,67 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

b) Par différence : $E_{c,1} - E_{c,2} = h(\nu_1 - \nu_2)$, donc $h = (1,84 - 0,46) / (1,00 \times 10^{15} - 6,67 \times 10^{14}) = 1,38 / 3,33 \times 10^{14} = 4,14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$. En $\text{J} \cdot \text{s}$: $4,14 \times 10^{-15} \times 1,60 \times 10^{-19} = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$. c) $W = h \cdot \nu_1 - E_{c,1} = 4,14 \times 10^{-15} \times 1,00 \times 10^{15} - 1,84 = 4,14 - 1,84 = 2,30 \text{ eV} : \text{le métal est le potassium.}$

$$8. a) I_{cc} = 0,60 \text{ A (pour } U = 0) ; U_0 = 0,60 \text{ V (pour } I = 0).$$

b) $P = U \cdot I$: 0 ; $0,20 \times 0,59 = 0,118 \text{ W}$; $0,40 \times 0,56 = 0,224 \text{ W}$; $0,45 \times 0,52 = 0,234 \text{ W}$; $0,50 \times 0,44 = 0,220 \text{ W}$; $0,55 \times 0,28 = 0,154 \text{ W}$; 0. **$P_{\max} \approx 0,234 \text{ W}$, pour $U = 0,45 \text{ V}$ et $I = 0,52 \text{ A}$.** c) $S = 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. $\text{Plum} = 800 \times 2,5 \times 10^{-3} = 2,0 \text{ W}$. $\eta = 0,234 / 2,0 = 0,117$. $\eta \approx 12 \text{ \%}$. d) $R = U / I = 0,45 / 0,52 = 0,87 \Omega$.

$$9. a) E_g = 1,9 \times 1,60 \times 10^{-19} = 3,04 \times 10^{-19} \text{ J} ; \lambda = h \cdot c / E_g = 1,99 \times 10^{-25} / 3,04 \times 10^{-19} = 6,5 \times 10^{-7} \text{ m. } \lambda \approx 650 \text{ nm : DEL rouge.}$$

b) $E_g = 2,7 \times 1,60 \times 10^{-19} = 4,32 \times 10^{-19} \text{ J} ; \lambda = 1,99 \times 10^{-25} / 4,32 \times 10^{-19} = 4,6 \times 10^{-7} \text{ m. } \lambda \approx 460 \text{ nm : DEL bleue.}$ c) $\lambda_{\max} = h \cdot c / E_g = 1,99 \times 10^{-25} / (1,12 \times 1,60 \times 10^{-19}) = 1,99 \times 10^{-25} / 1,79 \times 10^{-19} = 1,11 \times 10^{-6} \text{ m. } \lambda_{\max} \approx 1\,110 \text{ nm}$; $940 \text{ nm} < 1\,110 \text{ nm}$, donc le photon a une énergie supérieure à E_g : **la photodiode détecte le signal de la télécommande**. d) Dans la DEL, l'énergie électrique est convertie directement en

photons de la couleur voulue lors des recombinaisons. Une lampe à incandescence produit de la lumière en chauffant un filament, et l'essentiel de l'énergie est rayonné dans l'infrarouge ou dissipé thermiquement. **À éclairage égal, la DEL consomme moins d'énergie et en perd beaucoup moins en chaleur.**

10. a) Système : l'électron le plus rapide, de la cathode jusqu'à l'arrêt juste devant l'anode. Théorème de l'énergie cinétique : $0 - E_{c,max} = -e \cdot U_0$ (le poids est négligeable). Donc $E_{c,max} = e \cdot U_0$. Pour $U_0 = 1,20 \text{ V}$, $E_{c,max} = 1,20 \text{ eV}$ (par définition de l'électronvolt), soit $1,92 \times 10^{-19} \text{ J}$.

b) $E = 1,99 \times 10^{-25} / 350 \times 10^{-9} = 5,68 \times 10^{-19} \text{ J} = 3,55 \text{ eV}$. $W = E - E_{c,max} = 3,55 - 1,20 = 2,35 \text{ eV}$. c) $\lambda_0 = h \cdot c / W = 1,99 \times 10^{-25} / (2,35 \times 1,60 \times 10^{-19}) = 1,99 \times 10^{-25} / 3,76 \times 10^{-19} = 5,29 \times 10^{-7} \text{ m}$. $\lambda_0 \approx 529 \text{ nm}$. d) À 300 nm : $E = 1,99 \times 10^{-25} / 3,00 \times 10^{-7} = 6,63 \times 10^{-19} \text{ J} = 4,14 \text{ eV}$; $E_{c,max} = 4,14 - 2,35 = 1,79 \text{ eV}$. $U_0 = 1,79 \text{ V}$: la tension d'arrêt augmente avec la fréquence.

11. a) **Faux** : un photon rouge (environ $1,8 \text{ eV}$) a une énergie inférieure au travail d'extraction du zinc ($4,3 \text{ eV}$) ; l'intensité augmente le nombre de photons, pas leur énergie individuelle.

b) **Faux** : $E_{c,max} = h \cdot \nu - W$ n'est pas proportionnelle à ν . Doubler ν fait passer $E_{c,max}$ de $h \cdot \nu - W$ à $2h \cdot \nu - W$, qui est plus que le double. c) **Vrai** : la pente vaut h , constante universelle ; seule l'abscisse à l'origine (ν_0) dépend du métal. d) **Faux** : $E_2 - E_1 = -3,40 - (-13,6) = 10,2 \text{ eV} \neq 10,0 \text{ eV}$, et $10,0 \text{ eV}$ est inférieur à l'énergie d'ionisation : le photon n'est pas absorbé. e) **Vrai** : l'énergie d'ionisation depuis l'état fondamental vaut $13,6 \text{ eV} < 15,0 \text{ eV}$; l'électron est libéré avec $15,0 - 13,6 = 1,4 \text{ eV}$ d'énergie cinétique.

12. a) $E_c = E_{\text{photon}} - E_{\text{liaison}} = 60,0 - 33,2 = 26,8 \text{ keV}$.

b) $E = 60,0 \times 10^3 \times 1,60 \times 10^{-19} = 9,60 \times 10^{-15} \text{ J}$. $\lambda = h \cdot c / E = 1,99 \times 10^{-25} / 9,60 \times 10^{-15} = 2,07 \times 10^{-11} \text{ m}$. $\lambda \approx 2,1 \times 10^{-11} \text{ m} = 20,7 \text{ pm}$. c) L'électron passe d'un niveau d'énergie $-4,6 \text{ keV}$ à un niveau $-33,2 \text{ keV}$; le photon emporte la différence : $33,2 - 4,6 = 28,6 \text{ keV}$ (photon X de fluorescence). d) $30,0 \text{ keV} < 33,2 \text{ keV}$: **ce photon ne peut pas éjecter un électron K**, il ne peut interagir qu'avec des électrons moins liés.

Au-dessus de $33,2 \text{ keV}$, les électrons K, les plus proches du noyau, deviennent accessibles et l'absorption par effet photoélectrique augmente brusquement : c'est ce qui rend l'iode très absorbant pour les photons utilisés en radiographie et explique son emploi comme produit de contraste.

13. a) $E = h \cdot c / \lambda = 1,99 \times 10^{-25} / 550 \times 10^{-9} = 3,62 \times 10^{-19} \text{ J}$. $N = P / E = 1\,000 / 3,62 \times 10^{-19} = 2,8 \times 10^{21} \text{ photons par seconde sur } 1,0 \text{ m}^2$.

b) Photon de 550 nm : $3,62 \times 10^{-19} / 1,60 \times 10^{-19} = 2,26 \text{ eV} > 1,12 \text{ eV}$, **il est absorbé**. Photon de $1\,300 \text{ nm}$: $E = 1,99 \times 10^{-25} / 1,30 \times 10^{-6} = 1,53 \times 10^{-19} \text{ J} = 0,96 \text{ eV} < 1,12 \text{ eV}$, **il n'est pas absorbé** (il traverse le silicium). c) Fraction maximale récupérée : $E_g / E = 1,12 / 2,26 = 0,50$. **Au plus 50 % de l'énergie du photon**, le reste est perdu en chaleur. d) **Première raison** : les photons d'énergie inférieure à E_g (infrarouge au-delà de $1,1 \mu\text{m}$) ne sont pas absorbés. **Deuxième raison** : pour les photons absorbés, l'excédent d'énergie au-dessus de E_g est perdu sous forme thermique. S'y ajoutent les pertes par réflexion et les recombinaisons de paires avant leur collecte.

Condensateur et circuit RC

COURS • P17 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	7
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	10

Ce que tu dois savoir faire

- Relier l'intensité d'un courant au débit de charges électriques : $i = dq/dt$, et $I = Q/\Delta t$ pour un courant constant.
- Décrire la constitution d'un condensateur et identifier un comportement capacitif.
- Utiliser la relation $q = C \cdot u$ et en déduire la relation $i = C \cdot du/dt$ en convention récepteur.
- Citer des ordres de grandeur de capacités usuelles et convertir pF, nF, μ F, mF.
- Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur lors de la charge et de la décharge dans un circuit RC série.
- Résoudre ces équations différentielles, vérifier qu'une fonction en est solution et utiliser les conditions initiales.
- Définir la constante de temps $\tau = RC$, vérifier son unité et la déterminer à partir d'un graphique (63 %, 37 %, tangente à l'origine).
- Exploiter le modèle pour calculer une tension, une intensité ou une durée de charge.
- Expliquer le principe d'un capteur capacitif à partir de la dépendance de la capacité à la géométrie et au milieu isolant.

Cours

1. L'intensité, un débit de charges

Un courant électrique est un déplacement d'ensemble de porteurs de charge : électrons dans les métaux, ions dans les solutions et dans les milieux biologiques. La charge élémentaire vaut $e = 1,602 \times 10^{-19}$ C ; un électron porte la charge $-e$, un ion Na^+ la charge $+e$, un ion Ca^{2+} la charge $+2e$.

L'intensité du courant à travers une section d'un conducteur est le **débit de charge** à travers cette section, c'est-à-dire la charge qui la traverse par unité de temps :

$$i = dq/dt$$

avec i en ampères (A), q en coulombs (C) et t en secondes (s). Un ampère correspond donc à un coulomb par seconde : $1 \text{ A} = 1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$.

Lorsque le courant est constant (régime continu), la dérivée devient un simple quotient : la charge Q qui traverse la section pendant Δt vaut

$$Q = I \cdot \Delta t$$

Exemple court : un courant de 0,50 A pendant 60 s transporte $Q = 0,50 \times 60 = 30 \text{ C}$, soit $N = Q/e = 30 / 1,602 \times 10^{-19} \approx 1,9 \times 10^{20}$ électrons.

Lorsque le courant varie, la charge transportée entre t_1 et t_2 est l'aire sous la courbe $i(t)$ entre ces deux dates. Cette lecture graphique est utile pour un condensateur, dont le courant de charge décroît au cours du temps.

2. Le condensateur et sa capacité

Un **condensateur** est un dipôle constitué de deux conducteurs appelés **armatures**, séparés par un isolant appelé **diélectrique** (air, céramique, plastique, oxyde métallique). Aucun porteur de charge ne traverse l'isolant. Lorsqu'un courant arrive sur une armature, des charges s'y accumulent, et la même quantité de charges quitte l'autre armature : les deux armatures portent à chaque instant des charges opposées, $q_A = q$ et $q_B = -q$. La charge totale du condensateur reste nulle ; on appelle **charge du condensateur** la charge q de l'armature A.

Dans le circuit, tout se passe comme si le courant « traversait » le condensateur, alors qu'en réalité il s'arrête sur une armature et repart de l'autre.

Convention récepteur. On oriente le courant i vers l'armature A et on note $u = u_{AB}$ la tension aux bornes du condensateur (flèche de tension orientée vers A). Dans ces conditions, si $i > 0$, l'armature A reçoit des charges positives et q augmente :

$$i = dq/dt$$

Capacité. L'expérience montre qu'à chaque instant la charge q est proportionnelle à la tension u :

$$q = C \cdot u$$

Le coefficient C , toujours positif, est la **capacité** du condensateur. Elle s'exprime en **farads (F)** : $1 \text{ F} = 1 \text{ C} \cdot \text{V}^{-1}$. Le farad est une unité très grande ; on rencontre surtout :

Composant	Ordre de grandeur de C
Capteur tactile, capacité parasite d'un câble	quelques pF (10^{-12} F)
Condensateur céramique de filtrage	1 nF à 100 nF
Condensateur électrochimique	1 μF à quelques mF
Défibrillateur cardiaque	une centaine de μF
Supercondensateur	1 F à plusieurs milliers de F

Préfixes à maîtriser : $1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$; $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$; $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$; $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$.

Relation intensité-tension. En combinant $i = dq/dt$ et $q = C \cdot u$, avec C constante :

$$i = C \cdot du/dt$$

Cette relation, valable en convention récepteur, est la loi de comportement du condensateur. Elle a trois conséquences essentielles.

- Si la tension est constante, $du/dt = 0$ donc $i = 0$: **en régime permanent, un condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.**
- Un courant constant I charge le condensateur à vitesse constante : u augmente linéairement, $u(t) = u(0) + I \cdot t / C$.
- **La tension aux bornes d'un condensateur est une fonction continue du temps.** Une discontinuité de u imposerait une dérivée infinie, donc un courant infini, impossible dans un circuit réel. En revanche, l'intensité peut varier brutalement, par exemple à la fermeture d'un interrupteur.

Comportement capacitif. Un dipôle a un comportement capacitif si, alimenté par un courant constant, la tension à ses bornes croît linéairement avec le temps, ou si la charge accumulée est proportionnelle à la tension. Deux conducteurs proches séparés par un isolant forment toujours un condensateur, même non désiré : deux pistes d'un circuit imprimé, un doigt et un écran tactile, les deux faces d'une membrane cellulaire.

3. De quoi dépend la capacité : le condensateur plan

Pour un **condensateur plan**, deux armatures parallèles de surface en regard S séparées d'une distance e (petite devant les dimensions des armatures), la capacité vaut :

$$C = \epsilon \cdot S / e$$

avec S en m^2 , e en m , et ϵ la **permittivité** du diélectrique en $F \cdot m^{-1}$. On écrit $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ où $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F \cdot m^{-1}$ est la permittivité du vide et ϵ_r la permittivité relative du milieu (sans unité, environ 1 pour l'air, 2 à 10 pour les plastiques et céramiques courantes, environ 80 pour l'eau liquide).

Cette relation se comprend qualitativement : plus les armatures sont grandes, plus elles peuvent accueillir de charges pour une même tension ; plus elles sont proches, plus l'attraction entre charges opposées est forte, ce qui facilite l'accumulation. Ordre de grandeur : deux plaques de 1 cm^2 distantes de 1 mm dans l'air donnent $C = 8,85 \times 10^{-12} \times 10^{-4} / 10^{-3} \approx 0,9 \text{ pF}$, ce qui montre pourquoi les condensateurs usuels utilisent des armatures enroulées de grande surface et des isolants très minces.

Retiens surtout que **la capacité varie dès que S , e ou ϵ varient**. C'est le principe des capteurs capacitifs (partie 7).

4. Charge d'un condensateur dans un circuit RC série

Montage. Un générateur idéal de tension, de force électromotrice E constante, alimente en série un conducteur ohmique de résistance R et un condensateur de capacité C , initialement déchargé. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



Charge d'un condensateur

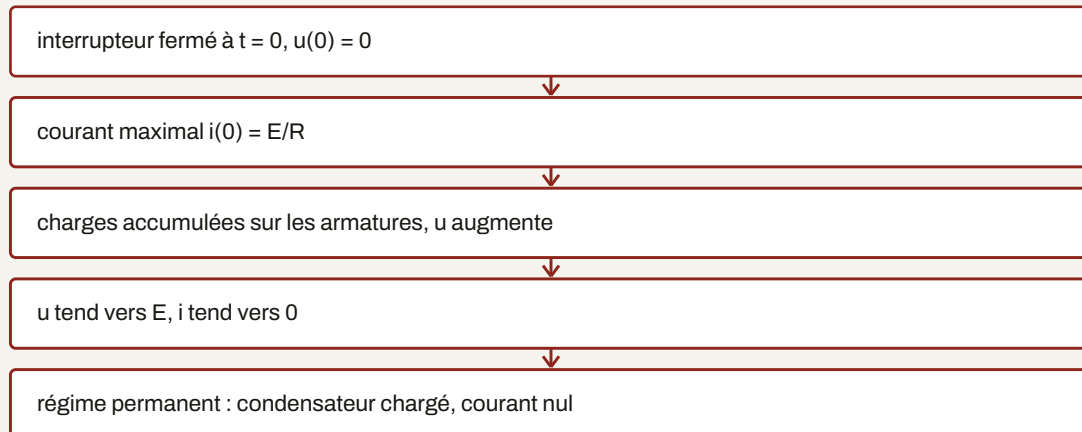


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Équation différentielle. Le courant i est orienté vers l'armature A, la tension $u_R = R \cdot i$ aux bornes du conducteur ohmique et la tension u aux bornes du condensateur sont en convention récepteur. La loi des mailles donne :

$$E = u_R + u = R \cdot i + u$$

Or $i = C \cdot du/dt$, donc :

$$RC \cdot du/dt + u = E$$

On pose $\tau = RC$, et l'équation s'écrit : $du/dt + u/\tau = E/\tau$.

C'est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants, de la forme $y' = ay + b$ avec $a = -1/\tau$ et $b = E/\tau$.

Résolution. Les solutions de $y' = ay + b$ sont les fonctions $y(t) = K \cdot \exp(at) - b/a$, où K est une constante. Ici $-b/a = (E/\tau) / (1/\tau) = E$, donc :

$$u(t) = E + K \cdot \exp(-t/\tau)$$

La constante K se détermine avec la **condition initiale**. Le condensateur est initialement déchargé et la tension est continue, donc $u(0) = 0 : E + K = 0$, soit $K = -E$. La solution est :

$$u(t) = E \cdot (1 - \exp(-t/\tau))$$

Vérification. $u'(t) = (E/\tau) \cdot \exp(-t/\tau)$. Alors $RC \cdot u' + u = \tau \cdot (E/\tau) \cdot \exp(-t/\tau) + E - E \cdot \exp(-t/\tau) = E$. L'équation est vérifiée, et $u(0) = E(1 - 1) = 0$.

Intensité du courant de charge.

$$i(t) = C \cdot du/dt = C \cdot (E/\tau) \cdot \exp(-t/\tau) = (E/R) \cdot \exp(-t/\tau)$$

À $t = 0$, $i(0) = E/R$: le condensateur déchargé se comporte comme un fil, toute la tension E est aux bornes du conducteur ohmique. Le courant décroît ensuite exponentiellement vers 0. On observe bien que i est discontinue en $t = 0$ (elle passe de 0 à E/R) alors que u reste continue.

Charge du condensateur. $q(t) = C \cdot u(t) = CE \cdot (1 - \exp(-t/\tau))$, qui tend vers $Q_{\max} = CE$.

5. Décharge d'un condensateur

Montage. Le condensateur, chargé sous la tension E , est relié à $t = 0$ à un conducteur ohmique de résistance R , sans générateur (le basculement d'un commutateur retire le générateur de la maille).

Équation différentielle. Avec les mêmes orientations, la loi des mailles s'écrit $R \cdot i + u = 0$, d'où :

$$RC \cdot du/dt + u = 0$$

Solution. Les solutions sont $u(t) = K \cdot \exp(-t/\tau)$. La continuité de la tension impose $u(0) = E$, donc $K = E$:

$$u(t) = E \cdot \exp(-t/\tau)$$

L'intensité vaut $i(t) = C \cdot du/dt = -(E/R) \cdot \exp(-t/\tau)$. Le signe négatif indique que le courant circule en sens inverse de l'orientation choisie : l'armature A , qui portait des charges positives, les perd. Le condensateur joue alors le rôle de générateur et l'énergie qu'il contenait est dissipée par effet Joule dans le conducteur ohmique.

Comparaison de la charge et de la décharge.

	Charge ($u(0) = 0$)	Décharge ($u(0) = E$)
Équation différentielle	$RC \cdot du/dt + u = E$	$RC \cdot du/dt + u = 0$
Tension $u(t)$	$E \cdot (1 - \exp(-t/\tau))$	$E \cdot \exp(-t/\tau)$
Intensité $i(t)$	$(E/R) \cdot \exp(-t/\tau)$	$-(E/R) \cdot \exp(-t/\tau)$
$u(\tau)$	$0,63 \cdot E$	$0,37 \cdot E$
Valeur atteinte à 5τ	99,3 % de E	0,7 % de E

6. La constante de temps $\tau = RC$

Unité. La relation $u_R = R \cdot i$ donne $[R] = V \cdot A^{-1}$; la relation $q = C \cdot u$ donne $[C] = C \cdot V^{-1} = A \cdot s \cdot V^{-1}$. Donc $[R \cdot C] = V \cdot A^{-1} \times A \cdot s \cdot V^{-1} = s$. **La constante de temps $\tau = RC$ est une durée, exprimée en secondes.**

Exemple : $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 100 \text{ }\mu\text{F}$ donnent $\tau = 10^4 \times 10^{-4} = 1,0 \text{ s}$.

Signification physique. τ est la durée caractéristique de l'évolution du circuit. Plus R est grande, plus le courant est faible et plus la charge est lente ; plus C est grande, plus il faut apporter de charges pour atteindre une même tension. τ ne dépend ni de E ni de l'état initial.

Trois méthodes graphiques pour déterminer τ .

- Méthode des 63 % (charge) :** $u(\tau) = E \cdot (1 - \exp(-1)) = E \cdot (1 - 0,368) \approx 0,63 \cdot E$. On cherche l'abscisse du point d'ordonnée $0,63 \cdot E$.
- Méthode des 37 % (décharge) :** $u(\tau) = E \cdot \exp(-1) \approx 0,37 \cdot E$.
- Méthode de la tangente à l'origine :** en charge, la pente initiale vaut $u'(0) = E/\tau$. La tangente à l'origine a pour équation $y = (E/\tau) \cdot t$; elle coupe l'asymptote horizontale $u = E$ à la date $t = \tau$. En décharge, la tangente à l'origine $y = E - (E/\tau) \cdot t$ coupe l'axe des temps en $t = \tau$.

Durée de charge. Le régime permanent n'est mathématiquement jamais atteint, car $\exp(-t/\tau)$ ne s'annule pas. En pratique, on considère que le condensateur est chargé à partir de $t = 5\tau$: $u(5\tau) = E \cdot (1 -$

$\exp(-5) = 0,993 \cdot E$, soit moins de 1 % d'écart avec E .

Calculer une durée. Pour trouver la date t_1 à laquelle la tension atteint une valeur u_1 , on isole l'exponentielle puis on applique le logarithme népérien :

- en charge : $\exp(-t_1/\tau) = 1 - u_1/E$, donc $t_1 = -\tau \cdot \ln(1 - u_1/E) = \tau \cdot \ln(E/(E - u_1))$;
- en décharge : $\exp(-t_1/\tau) = u_1/E$, donc $t_1 = \tau \cdot \ln(E/u_1)$.

Par exemple, la tension de décharge est divisée par 2 au bout de $t = \tau \cdot \ln 2 \approx 0,69 \cdot \tau$, et ce à partir de n'importe quel instant : c'est une propriété de toute décroissance exponentielle.

Linéarisation. En décharge, $\ln(u) = \ln(E) - t/\tau$: la courbe représentant $\ln(u)$ en fonction de t est une droite de pente $-1/\tau$. Une régression linéaire sur ces points donne τ avec précision (voir le chapitre sur les mesures et incertitudes).

Complément (au-delà des capacités exigibles) : énergie stockée. Un condensateur chargé sous la tension u stocke l'énergie $E_e = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$, en joules. Cette énergie est restituée lors de la décharge. Elle explique les usages des condensateurs comme réservoirs d'énergie rapides (flash d'appareil photo, défibrillateur).

7. Capteurs capacitifs

Un capteur capacitif transforme la variation d'une grandeur physique (position, pression, niveau, humidité, présence d'un doigt) en variation de capacité, puis en variation d'un signal électrique mesurable. D'après $C = \epsilon \cdot S/e$, on peut agir sur trois paramètres.

Ce qui modifie la capacité d'un capteur

distance e entre armatures : capteur de pression, microphone, accéléromètre

surface en regard S : capteur de déplacement, de niveau de liquide

permittivité ϵ du milieu : capteur d'humidité, détection d'un doigt sur un écran tactile

Repères complémentaires, sans séquence causale

Exemples.

- **Écran tactile capacitif** : une grille d'électrodes transparentes forme des condensateurs. Le doigt, conducteur, modifie localement la capacité ; l'électronique repère la case concernée.
- **Clavier capacitif** : l'appui sur une touche rapproche deux armatures, e diminue, C augmente.
- **Capteur d'humidité** : un diélectrique poreux absorbe la vapeur d'eau, dont la permittivité relative est élevée ; ϵ augmente avec l'humidité, donc C aussi.
- **Accéléromètre de téléphone** : une petite masse mobile forme une armature ; une accélération la déplace et modifie e .

Comment mesurer la capacité ? Une méthode simple consiste à placer le capteur dans un circuit RC de résistance R connue et à mesurer la constante de temps : $C = \tau/R$. Une variation de C se traduit par une variation proportionnelle de τ . Les circuits électroniques réels mesurent ainsi des durées de charge très courtes, de l'ordre de la microseconde, des milliers de fois par seconde.

Exemples résolus

Exemple 1 : charge à courant constant

Un générateur de courant impose une intensité constante $I = 0,10 \text{ mA}$ dans un condensateur de capacité $C = 22 \text{ }\mu\text{F}$, initialement déchargé. a) Calculer la charge q du condensateur au bout de $5,0 \text{ s}$. b) En déduire la tension à ses bornes à cette date. c) Quelle est l'allure de la courbe $u(t)$?

Résolution. a) Le courant est constant, donc $q = I \cdot \Delta t = 0,10 \times 10^{-3} \times 5,0 = 5,0 \times 10^{-4} \text{ C}$. b) $q = C \cdot u$ donc $u = q/C = 5,0 \times 10^{-4} / 22 \times 10^{-6} = 22,7 \text{ V}$. **$u \approx 23 \text{ V}$.** c) $u(t) = I \cdot t/C$: la tension augmente linéairement avec le temps, de pente $I/C = 0,10 \times 10^{-3} / 22 \times 10^{-6} \approx 4,5 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$. C'est la signature d'un comportement capacitif.

Exemple 2 : charge dans un circuit RC

Un condensateur de capacité $C = 470 \text{ }\mu\text{F}$, initialement déchargé, est chargé à travers un conducteur ohmique de résistance $R = 2,2 \text{ k}\Omega$ par un générateur idéal de force électromotrice $E = 12 \text{ V}$. On ferme l'interrupteur à $t = 0$. a) Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. b) Donner l'expression de $u(t)$ et calculer τ . c) Calculer u à $t = 1,0 \text{ s}$. d) Calculer l'intensité à $t = 0$. e) Au bout de combien de temps la tension atteint-elle 99 % de E ?

Résolution. a) Loi des mailles : $E = R \cdot i + u$, et $i = C \cdot du/dt$ en convention récepteur. Donc **$RC \cdot du/dt + u = E$** . b) Avec $u(0) = 0$ (condensateur déchargé, tension continue), $u(t) = E \cdot (1 - \exp(-t/\tau))$ où $\tau = RC = 2,2 \times 10^3 \times 470 \times 10^{-6} = 1,034 \text{ s}$. **$\tau \approx 1,03 \text{ s}$** . c) $u(1,0) = 12 \times (1 - \exp(-1,0/1,034)) = 12 \times (1 - \exp(-0,967)) = 12 \times (1 - 0,380) = 12 \times 0,620$. **$u \approx 7,4 \text{ V}$** . d) $i(0) = E/R = 12 / 2,2 \times 10^3 = 5,45 \times 10^{-3} \text{ A}$. **$i(0) \approx 5,5 \text{ mA}$** . e) On cherche t_1 tel que $1 - \exp(-t_1/\tau) = 0,99$, soit $\exp(-t_1/\tau) = 0,01$, donc $t_1 = \tau \cdot \ln(100) = 1,034 \times 4,605$. **$t_1 \approx 4,8 \text{ s}$** , soit environ $4,6 \cdot \tau$, cohérent avec la règle des 5τ .

Exemple 3 : déterminer τ par linéarisation d'une décharge

Un condensateur chargé sous $E = 10,0 \text{ V}$ se décharge dans un conducteur ohmique de résistance $R = 200 \text{ k}\Omega$. On relève :

$t \text{ (s)}$	0	1,0	2,0	3,0
$u \text{ (V)}$	10,0	6,1	3,7	2,2

a) Montrer que $\ln(u)$ est une fonction affine de t . b) Calculer $\ln(u)$ pour chaque point et en déduire τ . c) En déduire C .

Résolution. a) $u(t) = E \cdot \exp(-t/\tau)$, donc $\ln(u) = \ln(E) - t/\tau$: c'est une fonction affine de t , de pente $-1/\tau$ (u étant exprimée en volts, on prend le logarithme de sa valeur numérique). b) $\ln(10,0) = 2,303$; $\ln(6,1) = 1,808$; $\ln(3,7) = 1,308$; $\ln(2,2) = 0,788$. Les pentes entre points successifs valent $(1,808 - 2,303)/1,0 = -0,495 \text{ s}^{-1}$, puis $-0,500 \text{ s}^{-1}$, puis $-0,520 \text{ s}^{-1}$: les points sont pratiquement alignés, la pente vaut environ $-0,50 \text{ s}^{-1}$. Donc $1/\tau = 0,50 \text{ s}^{-1}$ et **$\tau \approx 2,0 \text{ s}$** . c) $C = \tau/R = 2,0 / 200 \times 10^3 = 1,0 \times 10^{-5} \text{ F}$. **$C \approx 10 \text{ }\mu\text{F}$** .

Méthodes et pièges

- Méthode type pour un circuit RC : schéma avec orientations (i vers l'armature A, tensions en convention récepteur), loi des mailles, remplacement de i par $C \cdot du/dt$, mise sous la forme $RC \cdot du/dt + u = \text{constante}$, solution générale, condition initiale, vérification.

- Avant tout calcul, convertis : $k\Omega$ en Ω , μF en F , ms en s. Une erreur de puissance de dix sur τ est l'erreur la plus fréquente.
- Ne confonds pas la charge q d'une armature avec la charge totale du condensateur, qui est toujours nulle.
- La condition initiale porte sur la tension u (continue), jamais sur l'intensité, qui peut sauter brutalement.
- 63 % pour la charge, 37 % pour la décharge : vérifie sur quel graphique tu travailles avant de lire τ .
- La tangente à l'origine coupe l'asymptote (charge) ou l'axe des temps (décharge) à $t = \tau$, pas à 5τ .
- En décharge, l'intensité est négative avec l'orientation de la charge : ce n'est pas une erreur, le courant change de sens.
- Pour calculer une durée, isole d'abord l'exponentielle, puis prends le logarithme ; n'applique jamais $\ln$ à une somme.
- τ ne dépend pas de E : doubler la tension du générateur ne change pas la durée de charge, seulement la tension finale.

Vers le PASS

En PASS, le condensateur réapparaît en physique sous l'angle de l'électrostatique : champ électrique entre deux armatures, potentiel, énergie stockée $\frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$ et association de condensateurs. Surtout, il sert de modèle à la **membrane cellulaire** : la bicouche lipidique, isolante et épaisse d'environ 5 nm, sépare deux milieux conducteurs (cytoplasme et liquide extracellulaire). Sa capacité surfacique vaut environ $1 \mu F \cdot cm^{-2}$. Les canaux ioniques jouent le rôle de résistances : la membrane se comporte comme un circuit RC parallèle, et sa constante de temps fixe la vitesse à laquelle le potentiel de membrane réagit à un courant injecté. Ce modèle est au cœur de la physiologie du neurone, de la propagation du potentiel d'action et de l'interprétation de l'électrocardiogramme. Les équations différentielles du premier ordre que tu as résolues ici réapparaissent aussi en pharmacocinétique (élimination d'un médicament) et en radioactivité.

Suite en PASS : Champs électriques, circuits et condensateurs

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. Un courant d'intensité constante $I = 2,0$ mA circule pendant 15 s dans un fil de cuivre. a) Calculer la charge Q qui a traversé une section du fil. b) En déduire le nombre d'électrons correspondant ($e = 1,6 \times 10^{-19}$ C).
2. Un condensateur de capacité $C = 470 \mu F$ est chargé sous une tension de 12 V. a) Calculer sa charge q . b) Quelle tension faut-il appliquer pour qu'il porte une charge de 2,0 mC ?
3. Un circuit RC comporte un conducteur ohmique $R = 10 k\Omega$ et un condensateur $C = 100$ nF. a) Montrer par une analyse d'unités que le produit RC est une durée. b) Calculer τ . c) Au bout de quelle durée peut-on considérer le condensateur chargé ?
4. Un condensateur initialement déchargé est chargé sous $E = 6,0$ V dans un circuit de constante de temps $\tau = 2,0$ s. Calculer la tension à ses bornes à $t = 2,0$ s puis à $t = 10$ s.

5. La tension aux bornes d'un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ augmente linéairement de 0 à 5,0 V en 2,0 ms. Calculer l'intensité du courant qui l'alimente pendant cette phase.

Niveau 2 : type bac

6. On charge un condensateur initialement déchargé à travers un conducteur ohmique de résistance $R = 1,0 \text{ k}\Omega$, avec un générateur idéal de force électromotrice $E = 5,0 \text{ V}$. Sur l'enregistrement de $u(t)$, la tension vaut 3,15 V à la date $t = 22 \text{ ms}$.
- a) Justifier que cette date correspond à la constante de temps. b) En déduire la capacité C . c) Calculer l'intensité du courant juste après la fermeture de l'interrupteur. d) Au bout de quelle durée le régime permanent est-il pratiquement atteint ? Que valent alors u et i ?
7. Un condensateur de capacité $C = 220 \mu\text{F}$, chargé sous $E = 12 \text{ V}$, se décharge à partir de $t = 0$ dans un conducteur ohmique de résistance $R = 47 \text{ k}\Omega$.
- a) Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. b) Vérifier que $u(t) = E \cdot \exp(-t/\tau)$ en est solution et respecte la condition initiale. c) Calculer τ . d) Calculer la date à laquelle la tension vaut 3,0 V.
8. Lors de la décharge d'un condensateur initialement chargé sous $E = 9,0 \text{ V}$ dans un conducteur ohmique $R = 100 \text{ k}\Omega$, la tangente à l'origine de la courbe $u(t)$ coupe l'axe des temps à $t = 0,50 \text{ s}$.
- a) Que vaut τ ? Justifier par le calcul de la pente de la tangente. b) Calculer C . c) Calculer la charge du condensateur à $t = 0$. d) Calculer la tension à $t = 1,0 \text{ s}$.
9. Une touche de clavier capacitif est modélisée par un condensateur plan à air ($\epsilon_r = 1$) d'armatures de surface $S = 1,0 \text{ cm}^2$, distantes de $e = 0,10 \text{ mm}$ au repos. Donnée : $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.
- a) Calculer la capacité au repos. b) L'appui réduit la distance à 0,080 mm. Calculer la nouvelle capacité et sa variation relative. c) Le capteur est placé dans un circuit RC avec $R = 1,0 \text{ M}\Omega$. Calculer τ au repos et à l'appui. Expliquer comment l'électronique détecte l'appui.

Niveau 3 : vers le PASS

10. Un condensateur porte déjà une tension $U_0 = 2,0 \text{ V}$ lorsqu'on le relie, à $t = 0$, à un générateur de force électromotrice $E = 10 \text{ V}$ à travers un conducteur ohmique. La constante de temps vaut $\tau = 1,0 \text{ ms}$.
- a) Montrer que $u(t) = A + B \cdot \exp(-t/\tau)$ est solution de $RC \cdot du/dt + u = E$ pour une valeur de A à préciser. b) Déterminer B grâce à la condition initiale. c) Calculer la date à laquelle u atteint 9,0 V. d) Comparer avec la durée nécessaire si le condensateur était initialement déchargé.
11. Un défibrillateur contient un condensateur de capacité $C = 200 \mu\text{F}$ chargé sous 2,0 kV. Lors du choc, il se décharge à travers le thorax, modélisé par un conducteur ohmique $R = 50 \Omega$.
- a) Calculer la charge stockée. b) Calculer l'énergie stockée $E_e = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$. c) Calculer la constante de temps de la décharge et l'intensité maximale du courant. d) Calculer la durée au bout de laquelle la tension n'est plus que 10 % de sa valeur initiale.
12. Modèle électrique d'une cellule. La membrane d'une cellule sphérique a une surface $S = 5,0 \times 10^{-5} \text{ cm}^2$. Sa capacité surfacique vaut $c = 1,0 \mu\text{F} \cdot \text{cm}^{-2}$ et sa résistance surfacique vaut $r = 20 \text{ k}\Omega \cdot \text{cm}^2$ (la résistance de la membrane est $R = r/S$).
- a) Calculer la capacité C et la résistance R de la membrane. b) Calculer $\tau = RC$ et montrer qu'il ne dépend pas de S . c) Calculer la charge à déplacer à travers la membrane pour faire varier la tension membranaire de 100 mV, puis le nombre d'ions monovalents correspondant ($e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$). d) En

assimilant la membrane à un condensateur plan d'épaisseur $e = 5,0 \text{ nm}$, calculer sa permittivité relative ($\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$).

13. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

a) Doubler la force électromotrice E double la durée de charge d'un condensateur. b) Juste après la fermeture de l'interrupteur, lors d'une charge, la tension aux bornes du conducteur ohmique vaut E . c) À $t = 2\tau$, lors d'une décharge, la tension vaut environ 14 % de sa valeur initiale. d) Lors d'une décharge, la tension est divisée par deux toutes les $0,69 \cdot \tau$. e) Un condensateur de 1 F est un composant courant dans les circuits de filtrage.

Corrigés

1. a) Le courant est constant : $Q = I \cdot \Delta t = 2,0 \times 10^{-3} \times 15 = Q = 3,0 \times 10^{-2} \text{ C}$.

b) $N = Q/e = 3,0 \times 10^{-2} / 1,6 \times 10^{-19} = 1,875 \times 10^{17}$, soit $N \approx 1,9 \times 10^{17}$ électrons.

2. a) $q = C \cdot u = 470 \times 10^{-6} \times 12 = 5,64 \times 10^{-3} \text{ C}$, soit $q \approx 5,6 \text{ mC}$.

b) $u = q/C = 2,0 \times 10^{-3} / 470 \times 10^{-6} = 4,26 \text{ V}$, soit $u \approx 4,3 \text{ V}$.

3. a) $R = u/i$ s'exprime en $\text{V} \cdot \text{A}^{-1}$; $C = q/u$ s'exprime en $\text{C} \cdot \text{V}^{-1} = \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1}$. Le produit s'exprime en $\text{V} \cdot \text{A}^{-1} \times \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} = \text{s}$: **RC est une durée.**

b) $\tau = 10 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-9} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ s}$, $\tau = 1,0 \text{ ms}$. c) Le condensateur est pratiquement chargé au bout de 5τ , soit **5,0 ms**.

4. $u(t) = E \cdot (1 - \exp(-t/\tau))$.

À $t = 2,0 \text{ s} = \tau$: $u = 6,0 \times (1 - \exp(-1)) = 6,0 \times 0,632 = 3,79 \text{ V}$, $u \approx 3,8 \text{ V}$ (63 % de E). À $t = 10 \text{ s} = 5\tau$: $u = 6,0 \times (1 - \exp(-5)) = 6,0 \times 0,993 = 5,96 \text{ V}$, $u \approx 6,0 \text{ V}$: le condensateur est chargé.

5. La tension croît linéairement : $du/dt = 5,0 / 2,0 \times 10^{-3} = 2,5 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$. Donc $i = C \cdot du/dt = 10 \times 10^{-6} \times 2,5 \times 10^3 = 2,5 \times 10^{-2} \text{ A}$, $i = 25 \text{ mA}$ (constante pendant cette phase).

6. a) $3,15 / 5,0 = 0,63$: la tension vaut 63 % de E . Or $u(\tau) = E \cdot (1 - \exp(-1)) \approx 0,63 \cdot E$. Donc $\tau = 22 \text{ ms}$.

b) $C = \tau/R = 22 \times 10^{-3} / 1,0 \times 10^3 = 2,2 \times 10^{-5} \text{ F}$, $C = 22 \text{ } \mu\text{F}$. c) À $t = 0$, $u = 0$ (tension continue), donc toute la tension E est aux bornes de R : $i(0) = E/R = 5,0 / 1,0 \times 10^3 = 5,0 \text{ mA}$. d) Au bout de $5\tau = 5 \times 22 = 110 \text{ ms}$, soit **0,11 s**. En régime permanent, $u = E = 5,0 \text{ V}$ et $i = 0$: le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.

7. a) Sans générateur, la loi des mailles donne $R \cdot i + u = 0$, avec $i = C \cdot du/dt$: **$RC \cdot du/dt + u = 0$.**

b) $u'(t) = -(E/\tau) \cdot \exp(-t/\tau)$. Alors $RC \cdot u' + u = -\tau \cdot (E/\tau) \cdot \exp(-t/\tau) + E \cdot \exp(-t/\tau) = 0$: l'équation est vérifiée. Et $u(0) = E \cdot \exp(0) = E = 12 \text{ V}$: la condition initiale est respectée. c) $\tau = RC = 47 \times 10^3 \times 220 \times 10^{-6} = 10,34 \text{ s}$, $\tau \approx 10 \text{ s}$. d) $E \cdot \exp(-t_1/\tau) = 3,0$ donne $\exp(-t_1/\tau) = 3,0/12 = 0,25$, d'où $t_1 = \tau \cdot \ln(4) = 10,34 \times 1,386 = 14,3 \text{ s}$. $t_1 \approx 14 \text{ s}$.

8. a) En décharge, $u'(0) = -E/\tau$: la tangente à l'origine a pour équation $y = E - (E/\tau) \cdot t$; elle s'annule pour $t = \tau$. Donc $\tau = 0,50 \text{ s}$.

b) $C = \tau/R = 0,50 / 100 \times 10^3 = 5,0 \times 10^{-6} \text{ F}$, $C = 5,0 \text{ } \mu\text{F}$. c) $q(0) = C \cdot E = 5,0 \times 10^{-6} \times 9,0 = 4,5 \times 10^{-5} \text{ C}$. d) $u(1,0) = 9,0 \times \exp(-1,0/0,50) = 9,0 \times \exp(-2) = 9,0 \times 0,135 = 1,22 \text{ V}$, $u \approx 1,2 \text{ V}$.

9. a) $S = 1,0 \text{ cm}^2 = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$; $e = 0,10 \text{ mm} = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m}$. $C = \epsilon_0 \cdot S/e = 8,85 \times 10^{-12} \times 1,0 \times 10^{-4} / 1,0 \times 10^{-4} = 8,9 \times 10^{-12} \text{ F} \approx 8,9 \text{ pF}$.

b) $e' = 8,0 \times 10^{-5} \text{ m}$: $C' = 8,85 \times 10^{-12} \times 1,0 \times 10^{-4} / 8,0 \times 10^{-5} = 1,11 \times 10^{-11} \text{ F}$, $C' \approx 11 \text{ pF}$. Variation relative : $(C' - C)/C = e/e' - 1 = 0,10/0,080 - 1 = +25 \%$. c) Au repos : $\tau = 1,0 \times 10^6 \times 8,85 \times 10^{-12} = 8,85 \times 10^{-6} \text{ s}$, $\tau \approx 8,9 \text{ } \mu\text{s}$. À

l'appui : $\tau' = 1,0 \times 10^6 \times 1,11 \times 10^{-11} = 1,11 \times 10^{-5} \text{ s}$, $\tau' \approx 11 \text{ } \mu\text{s}$. L'électronique mesure la durée de charge du circuit ; une augmentation de 25 % de cette durée signale l'appui.

10. a) $u' = -(B/\tau) \cdot \exp(-t/\tau)$. $RC \cdot u' + u = -B \cdot \exp(-t/\tau) + A + B \cdot \exp(-t/\tau) = A$. L'équation est vérifiée si et seulement si $A = E = 10 \text{ V}$.

b) $u(0) = A + B = U_0$, donc $B = U_0 - E = 2,0 - 10 = B = -8,0 \text{ V}$. Ainsi $u(t) = 10 - 8,0 \cdot \exp(-t/\tau)$ (en volts). c) $10 - 8,0 \cdot \exp(-t_1/\tau) = 9,0$ donne $\exp(-t_1/\tau) = 1,0/8,0$, d'où $t_1 = \tau \cdot \ln(8) = 1,0 \times 10^{-3} \times 2,079 = t_1 \approx 2,1 \text{ ms}$. d) Condensateur déchargé : $10 \cdot (1 - \exp(-t_2/\tau)) = 9,0$ donne $\exp(-t_2/\tau) = 0,10$, $t_2 = \tau \cdot \ln(10) = 2,30 \text{ ms} \approx 2,3 \text{ ms}$. La charge partielle initiale fait gagner environ 0,2 ms, soit $\tau \cdot \ln(10/8) = 0,22 \text{ ms}$.

11. a) $q = C \cdot u = 200 \times 10^{-6} \times 2,0 \times 10^3 = q = 0,40 \text{ C}$.

b) $E_e = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-6} \times (2,0 \times 10^3)^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-6} \times 4,0 \times 10^6 = E_e = 400 \text{ J}$. c) $\tau = RC = 50 \times 200 \times 10^{-6} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ s}$, $\tau = 10 \text{ ms}$. L'intensité est maximale au début de la décharge : $|i(0)| = E/R = 2,0 \times 10^3 / 50 = 40 \text{ A}$. d) $\exp(-t_1/\tau) = 0,10$, donc $t_1 = \tau \cdot \ln(10) = 10 \times 2,303 = t_1 \approx 23 \text{ ms}$.

12. a) $C = c \cdot S = 1,0 \times 5,0 \times 10^{-5} = 5,0 \times 10^{-5} \text{ } \mu\text{F} = 5,0 \times 10^{-11} \text{ F} = 50 \text{ pF}$. $R = r/S = 20 \times 10^3 / 5,0 \times 10^{-5} = 4,0 \times 10^8 \text{ } \Omega = 400 \text{ M}\Omega$ (les cm^2 se simplifient).

b) $\tau = R \cdot C = 4,0 \times 10^8 \times 5,0 \times 10^{-11} = 2,0 \times 10^{-2} \text{ s}$, $\tau = 20 \text{ ms}$. De façon générale $\tau = (r/S) \cdot (c \cdot S) = r \cdot c$: la surface s'élimine, τ est une propriété de la membrane, pas de la taille de la cellule. Vérification : $20 \times 10^3 \text{ } \Omega \cdot \text{cm}^2 \times 1,0 \times 10^{-6} \text{ F} \cdot \text{cm}^{-2} = 2,0 \times 10^{-2} \text{ s}$. c) $q = C \cdot \Delta u = 5,0 \times 10^{-11} \times 0,100 = 5,0 \times 10^{-12} \text{ C}$. $N = q/e = 5,0 \times 10^{-12} / 1,6 \times 10^{-19} \approx 3,1 \times 10^7$ ions, une infime fraction des ions présents dans la cellule. d) $c = 1,0 \text{ } \mu\text{F} \cdot \text{cm}^{-2} = 1,0 \times 10^{-6} \text{ F} / 10^{-4} \text{ m}^2 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ F} \cdot \text{m}^{-2}$. Pour un condensateur plan, $C/S = \epsilon_0 \cdot \epsilon \square / e$, donc $\epsilon \square = c \cdot e / \epsilon_0 = 1,0 \times 10^{-2} \times 5,0 \times 10^{-9} / 8,85 \times 10^{-12} = \epsilon \square \approx 5,6$, valeur typique d'un milieu lipidique.

13. a) **Faux** : la durée de charge est fixée par $\tau = RC$, indépendante de E . Seule la tension finale double.

b) **Vrai** : $u(0) = 0$ par continuité, donc la loi des mailles donne $u_R(0) = E$. c) **Vrai** : $u(2\tau) = E \cdot \exp(-2) = 0,135 \cdot E$, soit environ 14 %. d) **Vrai** : $\exp(-\Delta t/\tau) = 1/2$ pour $\Delta t = \tau \cdot \ln 2 \approx 0,69 \cdot \tau$, quel que soit l'instant de départ. e) **Faux** : les condensateurs de filtrage ont des capacités de l'ordre du nF au mF ; 1 F correspond à un supercondensateur, utilisé pour stocker de l'énergie.

Mesure, incertitudes et exploitation de données

COURS • P18 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

Ce que tu dois savoir faire	1
Cours	1
Exemples résolus	6
Méthodes et pièges	7
Vers le PASS	8
Exercices	8
Corrigés	10

Ce que tu dois savoir faire

- Identifier les sources de variabilité d'une mesure et distinguer erreur aléatoire et erreur systématique.
- Définir l'incertitude-type et expliquer ce qu'elle représente.
- Évaluer une incertitude-type par une approche statistique (type A) à partir d'une série de mesures répétées.
- Évaluer une incertitude-type par une autre approche (type B) à partir d'une graduation, d'une notice ou d'une tolérance.
- Écrire un résultat de mesure avec un nombre adapté de chiffres significatifs et son unité.
- Évaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude-type d'une grandeur calculée à partir d'autres grandeurs (somme, produit, quotient, puissance).
- Comparer un résultat à une valeur de référence à l'aide du quotient $|x - x_{\text{réf}}| / u(x)$.
- Choisir un modèle, linéariser une relation et exploiter une régression linéaire (pente, ordonnée à l'origine, résidus).
- Discuter la validité d'un modèle et proposer des pistes pour réduire l'incertitude.

Cours

1. Mesurer : mesurande, variabilité et erreurs

Le **mesurande** est la grandeur que l'on veut mesurer : la période d'un pendule, la concentration d'une solution, la célérité du son. Le **mesurage** est l'ensemble des opérations qui permettent d'obtenir une valeur. La valeur obtenue s'appelle le **résultat de mesure**.

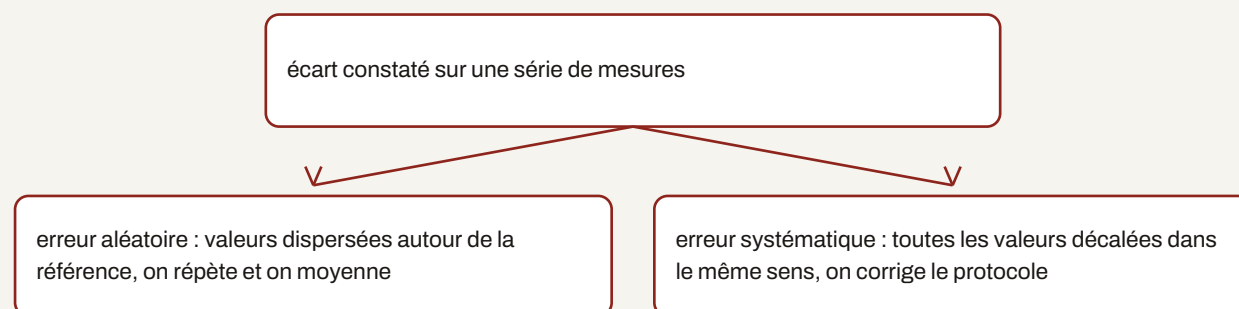
Si l'on répète plusieurs fois le même mesurage, avec le même protocole, on n'obtient généralement pas exactement la même valeur : c'est la **variabilité** de la mesure. Elle a de nombreuses causes : temps de réaction de l'opérateur, lecture d'une graduation, fluctuations de température, bruit électrique, imperfections de l'échantillon. La valeur « vraie » du mesurande reste inconnue : on ne peut que l'estimer et dire avec quelle confiance.

On distingue deux types d'erreurs.

- L'**erreur aléatoire** varie de façon imprévisible d'une mesure à l'autre, tantôt par excès, tantôt par défaut. Elle se réduit en moyennant un grand nombre de mesures.
- L'**erreur systématique** décale toutes les mesures dans le même sens : balance mal tarée, chronomètre déclenché toujours en retard, appareil mal étalonné. Moyenner ne la réduit pas ; il faut la détecter (comparaison à une référence, changement de méthode) puis corriger le protocole.

Une mesure est **fidèle** si les valeurs répétées sont peu dispersées (faible erreur aléatoire) et **juste** si leur moyenne est proche de la valeur de référence (faible erreur systématique). L'image de la cible est classique : des impacts serrés mais décentrés traduisent une mesure fidèle mais non juste.

Origine d'un écart à la valeur de référence



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

2. L'incertitude-type

L'**incertitude-type** $u(x)$ associée au résultat x est un paramètre positif qui caractérise la dispersion des valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer au mesurande. Elle a la même unité que x . Plus elle est petite, plus le résultat est précis.

On définit aussi l'**incertitude-type relative** $u(x)/|x|$, sans unité, souvent exprimée en pourcentage. Elle permet de comparer la précision de mesures de natures différentes : une incertitude de 1 mm sur une longueur de 1 m (0,1 %) est bien meilleure qu'une incertitude de 1 mm sur 1 cm (10 %).

Il existe deux façons d'évaluer une incertitude-type : par une analyse statistique de mesures répétées (**type A**) ou par tout autre moyen, à partir des caractéristiques de l'instrument et du protocole (**type B**). Les deux conduisent à une grandeur de même nature et se combinent de la même façon.

3. Évaluation de type A : la statistique des mesures répétées

On réalise n mesures indépendantes $x_1, x_2, \dots, x_n$ du même mesurande, dans les mêmes conditions.

La meilleure estimation du mesurande est la **moyenne arithmétique** :

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$$

La dispersion des valeurs est caractérisée par l'**écart-type expérimental** :

$$s = \sqrt{(\sum(x_i - \bar{x})^2) / (n - 1)}$$

On divise par $n - 1$ et non par n , car les écarts sont calculés par rapport à $\bar{x}$, elle-même tirée des données : il ne reste que $n - 1$ écarts indépendants. Les calculatrices et tableurs fournissent s directement (notation σ_{n-1} ou s , fonction ECARTYPE ou ECARTYPE.STANDARD selon le logiciel ; ne confonds pas avec σ_n).

s caractérise la dispersion d'une mesure isolée. La moyenne de n mesures est moins dispersée qu'une mesure isolée ; son incertitude-type vaut :

$$u(\bar{x}) = s/\sqrt{n}$$

Conséquence importante : pour diviser l'incertitude-type par 2, il faut multiplier le nombre de mesures par 4 ; pour la diviser par 10, par 100. Répéter améliore la précision, mais de plus en plus lentement. Et répéter ne corrige jamais une erreur systématique.

Pour visualiser une série, on trace un **histogramme** des valeurs : il est en général centré sur la moyenne, et sa largeur est de l'ordre de quelques s . Pour un grand nombre de mesures, environ 95 % des valeurs se trouvent dans l'intervalle $[\bar{x} - 2s ; \bar{x} + 2s]$ lorsque la distribution a une allure de courbe en cloche.

4. Évaluation de type B : instrument, graduation, tolérance

Lorsqu'on ne réalise qu'une mesure, ou que la répétition ne fait pas apparaître de variabilité (toutes les lectures sont identiques), on évalue l'incertitude-type à partir des informations disponibles. Au lycée, on retient les cas suivants.

Lecture sur une graduation. Si la plus petite graduation vaut g et que la lecture se fait sur une seule position (thermomètre, burette lue à un trait, cadran), la valeur est comprise, de façon également probable, dans un intervalle de demi-largeur $g/2$ autour de la valeur lue. On prend :

$$u = g/\sqrt{12}$$

Pour une mesure de longueur à la règle, il y a deux lectures (début et fin de l'objet), chacune d'incertitude $g/\sqrt{12}$; les deux se combinent (partie 6), ce qui donne $u = \sqrt{2} \times g/\sqrt{12} = g/\sqrt{6}$.

Tolérance donnée par le fabricant. Si la notice indique une valeur comprise dans $\pm a$ (verrerie jaugée « 100,0 mL $\pm$ 0,1 mL », balance « $\pm$ 0,01 g », multimètre « $\pm$ (1 % + 2 digits) »), on prend :

$$u = a/\sqrt{3}$$

Exemple : pour une fiole jaugée de 100,0 mL $\pm$ 0,1 mL, $u(V) = 0,1/\sqrt{3} = 0,058$ mL.

Affichage numérique sans indication du fabricant : on peut prendre comme demi-largeur la moitié du dernier chiffre affiché, soit $u = (\text{une unité du dernier chiffre})/\sqrt{12}$. C'est une limite inférieure : l'appareil est rarement aussi précis que son affichage.

Jugement de l'expérimentateur. Parfois, la principale source d'incertitude n'est pas l'appareil mais la mise en œuvre : repérer la position d'une image nette sur un banc d'optique, juger du virage d'un indicateur coloré. On estime alors un intervalle de valeurs plausibles de demi-largeur a et on prend $u = a/\sqrt{3}$.

Ces formules sont des conventions raisonnables, fournies en général par l'énoncé. L'essentiel est de comprendre qu'une incertitude de type B se déduit d'une demi-largeur d'intervalle divisée par un

facteur de l'ordre de 2 ou 3.

5. Écrire un résultat de mesure

Chiffres significatifs. Les chiffres significatifs d'un nombre sont tous ses chiffres à partir du premier chiffre non nul en partant de la gauche. Ainsi 0,00450 possède 3 chiffres significatifs (4, 5 et 0 final) ; $2,030 \times 10^3$ en possède 4 ; 0,7 en possède 1. Les zéros à gauche ne comptent pas ; les zéros à droite comptent et indiquent la précision. Écrire 12 cm ou 12,0 cm ne dit pas la même chose. Pour éviter les ambiguïtés sur les grands nombres (1 200 m a-t-il 2, 3 ou 4 chiffres significatifs ?), on utilise l'écriture scientifique : $1,20 \times 10^3$ m.

Règle d'écriture. Un résultat de mesure s'écrit :

$$x = (\bar{x} \pm u(x)) \text{ unité, ou bien } x = \bar{x} \text{ unité avec } u(x) = \dots \text{ unité.}$$

On applique deux règles :

1. l'incertitude-type est arrondie à **un ou deux chiffres significatifs**, de préférence par excès (on ne veut pas se montrer plus précis qu'on ne l'est) ;
2. la valeur est arrondie à la **même position décimale** que le dernier chiffre de l'incertitude.

Exemples : une moyenne de $9,8123 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ avec $u = 0,0456 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ s'écrit $g = (9,81 \pm 0,05) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Une célérité de $342,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ avec $u = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ s'écrit $c = (343 \pm 12) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Un résultat sans incertitude ni unité n'est pas un résultat de mesure.

Dans un calcul sans incertitude explicite, la convention usuelle est de donner le résultat avec le même nombre de chiffres significatifs que la donnée la moins précise. Dans les calculs intermédiaires, on garde un ou deux chiffres de plus et on n'arrondit qu'à la fin.

6. Incertitudes composées

Souvent, la grandeur cherchée n'est pas mesurée directement mais calculée : une masse volumique $\rho = m/V$, une résistance $R = U/I$, une concentration par titrage. Les incertitudes des grandeurs mesurées se **propagent** au résultat. Les formules sont fournies au bac ; il faut savoir les appliquer et les interpréter. Elles supposent que les sources d'incertitude sont **indépendantes**.

Somme ou différence : si $y = x_1 + x_2$ ou $y = x_1 - x_2$,

$$u(y) = \sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}$$

Les **incertitudes absolues** s'ajoutent « en quadrature ». Remarque : une différence de deux grandeurs proches peut avoir une incertitude relative énorme.

Produit ou quotient : si $y = x_1 \cdot x_2$ ou $y = x_1/x_2$,

$$u(y)/|y| = \sqrt{(u(x_1)/x_1)^2 + (u(x_2)/x_2)^2}$$

Ce sont les **incertitudes relatives** qui s'ajoutent en quadrature.

Puissance : si $y = x^n$, $u(y)/|y| = |n| \cdot u(x)/|x|$. Une grandeur élevée au carré double son incertitude relative. Plus généralement, pour $y = k \cdot x_1 \cdot x_2 \dots$ (k constante exacte) :

$$u(y)/|y| = \sqrt{(a \cdot u(x_1)/x_1)^2 + (b \cdot u(x_2)/x_2)^2 + \dots}$$

Pourquoi la quadrature et pas une simple somme ? Les erreurs indépendantes ont peu de chances d'être maximales et de même sens simultanément : elles se compensent en partie. La somme quadratique est plus faible que la somme simple, mais plus grande que chacun des termes.

Le terme dominant. Dans une somme quadratique, le plus grand terme pèse beaucoup plus que les autres. Si une incertitude relative vaut 1 % et une autre 0,2 %, le total vaut $\sqrt{(1 + 0,04)} \% \approx 1,02 \%$: la seconde est négligeable. Pour améliorer une mesure, il faut donc identifier la source dominante et agir sur elle, pas sur les autres.

Simulation de Monte-Carlo. Quand la formule est compliquée ou inconnue, on peut simuler : un programme (en Python par exemple) tire au hasard un grand nombre de valeurs de chaque grandeur d'entrée, compatibles avec leurs incertitudes-types, calcule pour chaque tirage la grandeur de sortie, puis en prend l'écart-type. Cet écart-type est l'incertitude-type cherchée. Cette méthode retrouve les formules ci-dessus quand elles s'appliquent.

7. Comparer à une valeur de référence

Pour juger de l'accord entre un résultat x , d'incertitude-type $u(x)$, et une valeur de référence $x_{\text{réf}}$ (valeur tabulée, valeur théorique, considérée comme connue avec une incertitude négligeable), on calcule le quotient :

$$z = |x - x_{\text{réf}}| / u(x)$$

Ce nombre sans unité mesure l'écart en nombre d'incertitudes-types. Le critère usuel au lycée est :

- $z \leq 2$: le résultat est **compatible** avec la valeur de référence, l'écart s'explique par la variabilité ;
- $z > 2$: le résultat n'est **pas compatible**. Il faut chercher une erreur systématique, une source d'incertitude sous-estimée, ou remettre en cause le modèle, ou encore la valeur de référence elle-même (conditions différentes).

Le seuil 2 est une convention : l'énoncé peut en fixer un autre. Pour comparer **deux résultats expérimentaux** x_1 et x_2 , on utilise la même idée avec l'incertitude de la différence : $z = |x_1 - x_2| / \sqrt{(u(x_1))^2 + (u(x_2))^2}$.

On rencontre aussi l'**écart relatif** $|x - x_{\text{réf}}| / |x_{\text{réf}}|$, en pourcentage. Il est utile pour juger d'un ordre de grandeur, mais il ne tient pas compte de l'incertitude : un écart relatif de 1 % peut être excellent ou inacceptable selon la précision de la mesure. C'est z qui permet de conclure.

8. Modélisation et régression linéaire

Modéliser une série de mesures (x_i, y_i) , c'est chercher une fonction $y = f(x)$ qui rend compte des données, en général suggérée par une loi physique. Le cas le plus exploitable est la fonction affine $y = a \cdot x + b$, ou linéaire $y = a \cdot x$.

La régression linéaire (méthode des moindres carrés) détermine la droite qui minimise la somme des carrés des écarts verticaux entre les points et la droite. Avec $\bar{x}$ et $\bar{y}$ les moyennes des x_i et des y_i :

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \text{ et } b = \bar{y} - a \cdot \bar{x}$$

La calculatrice ou le tableur fournit a et b , souvent avec leurs incertitudes-types $u(a)$ et $u(b)$. La droite passe toujours par le point moyen $(\bar{x}; \bar{y})$.

Juger la qualité du modèle.

- **Graphiquement** : les points doivent être répartis de part et d'autre de la droite, sans courbure systématique.
- **Les résidus** $r_i = y_i - (a \cdot x_i + b)$ doivent être petits (de l'ordre des incertitudes sur y_i) et de signes répartis au hasard. Des résidus tous positifs aux extrémités et négatifs au milieu révèlent une courbure : le modèle affine n'est pas adapté.



- Le coefficient de corrélation r (ou r^2) proche de 1 indique un alignement, mais il ne suffit pas : une courbe légèrement incurvée peut donner $r^2 = 0,99$. Les résidus sont plus informatifs.
- L'ordonnée à l'origine : si la loi prévoit $y = a \cdot x$ (droite passant par l'origine), on vérifie que b est compatible avec 0, c'est-à-dire $|b| \leq 2 \cdot u(b)$.

Linéariser. Beaucoup de lois ne sont pas affines, mais deviennent affines par un changement de variable bien choisi.

Loi physique	On trace	Droite de pente
Pendule simple : $T = 2\pi \cdot \sqrt{L/g}$	T^2 en fonction de L	$4\pi^2/g$
Décharge d'un condensateur : $u = E \cdot \exp(-t/\tau)$	$\ln(u)$ en fonction de t	$-1/\tau$
Lentille mince : $1/OA' - 1/OA = 1/f'$	$1/OA'$ en fonction de $1/OA$	1 (ordonnée à l'origine $1/f'$)
Beer-Lambert : $A = k \cdot C$	A en fonction de C	k

Interpoler, pas extrapoler. Une droite d'étalonnage n'est validée que dans l'intervalle couvert par les mesures. Lire une valeur en dehors (extrapolation) suppose que le modèle reste valable, ce qui n'est pas toujours le cas (saturation d'un capteur, écart à la loi de Beer-Lambert aux fortes concentrations).

Exploiter des données expérimentales

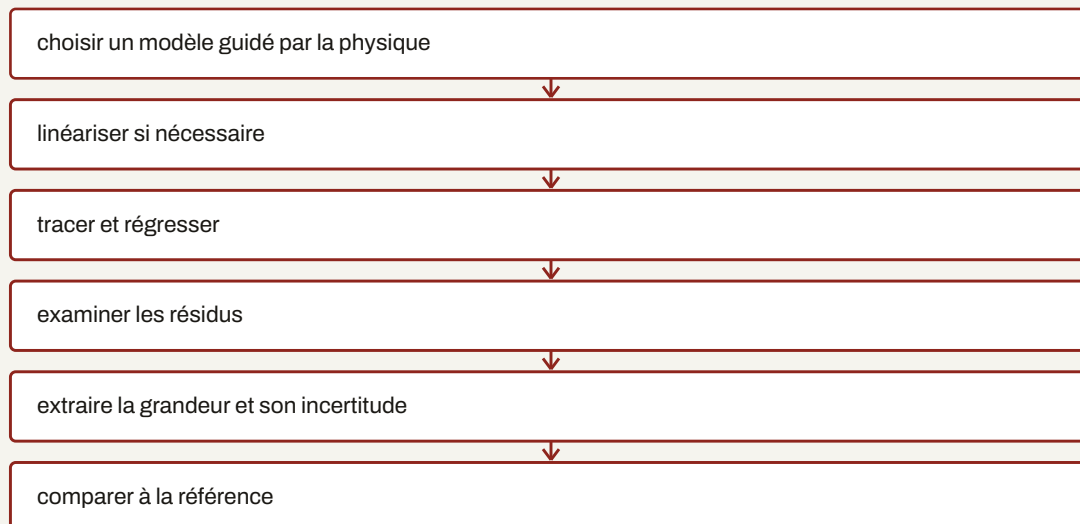


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Exemples résolus

Exemple 1 : évaluation de type A d'une période

Huit élèves mesurent au chronomètre la période d'un même pendule. Ils obtiennent, en secondes : 1,52 ; 1,49 ; 1,55 ; 1,50 ; 1,53 ; 1,48 ; 1,51 ; 1,54. a) Calculer la moyenne et l'écart-type expérimental. b) Calculer l'incertitude-type sur la moyenne et écrire le résultat.

Résolution. a) Somme : 12,12 s, donc $T = 12,12/8 = 1,515$ s. Écarts à la moyenne (s) : 0,005 ; -0,025 ; 0,035 ; -0,015 ; 0,015 ; -0,035 ; -0,005 ; 0,025. Carrés (en 10^{-4} s^2) : 0,25 ; 6,25 ; 12,25 ; 2,25 ; 2,25 ; 12,25 ; 0,25 ; 6,25, de somme $42,0 \times 10^{-4} \text{ s}^2$. $s = \sqrt{(42,0 \times 10^{-4} / 7)} = \sqrt{(6,0 \times 10^{-4})} = 0,0245$ s. b) $u(T) = s/\sqrt{8} = 0,0245/2,83 = 0,0087$ s, arrondie par excès à 0,009 s. $T = (1,515 \pm 0,009)$ s.

Exemple 2 : masse volumique, propagation et comparaison

On mesure la masse d'un volume de liquide prélevé à la pipette jaugée : $m = 25,04$ g avec une balance de tolérance $\pm 0,01$ g ; $V = 25,00$ mL avec une pipette de tolérance $\pm 0,03$ mL. Donnée : masse volumique de l'eau pure à 20°C , $\rho_{\text{réf}} = 0,9982 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$. a) Calculer les incertitudes-types $u(m)$ et $u(V)$. b) Calculer ρ et $u(\rho)$, sachant que $u(\rho)/\rho = \sqrt{((u(m)/m)^2 + (u(V)/V)^2)}$. c) Le liquide est-il de l'eau pure ?

Résolution. a) Évaluation de type B à partir des tolérances : $u(m) = 0,01/\sqrt{3} = 0,0058$ g ; $u(V) = 0,03/\sqrt{3} = 0,017$ mL. b) $\rho = m/V = 25,04/25,00 = 1,0016 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$. $u(m)/m = 0,0058/25,04 = 2,3 \times 10^{-4}$; $u(V)/V = 0,0173/25,00 = 6,9 \times 10^{-4}$. $u(\rho)/\rho = \sqrt{((2,3 \times 10^{-4})^2 + (6,9 \times 10^{-4})^2)} = 7,3 \times 10^{-4}$, donc $u(\rho) = 1,0016 \times 7,3 \times 10^{-4} = 7,3 \times 10^{-4} \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$. $\rho = (1,0016 \pm 0,0008) \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$. La pipette est la source dominante. c) $z = |1,0016 - 0,9982| / 0,00073 = 0,0034/0,00073 \approx 4,7$. $z > 2$: le résultat n'est pas compatible avec l'eau pure. Le liquide est probablement une solution aqueuse (eau salée par exemple), à moins d'une erreur systématique (pipette mal utilisée, balance non tarée) qu'il faudrait écarter.

Exemple 3 : mesure de g par régression linéaire

On mesure la période T d'un pendule simple pour plusieurs longueurs L . La théorie prévoit $T = 2\pi \cdot \sqrt{L/g}$.

L (m)	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
$T^2 (\text{s}^2)$	0,81	1,59	2,43	3,21	4,03

a) Justifier le choix de tracer T^2 en fonction de L . b) Déterminer la pente a et l'ordonnée à l'origine b de la droite de régression. c) En déduire g . Le logiciel donne $u(a) = 0,03 \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-1}$; calculer $u(g)$ et comparer à $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Résolution. a) En élevant au carré : $T^2 = (4\pi^2/g) \cdot L$. T^2 est une fonction linéaire de L , de pente $4\pi^2/g$: on obtient une droite passant par l'origine, facile à valider. b) $L = 0,60$ m ; moyenne des T^2 : $12,07/5 = 2,414 \text{ s}^2$. $\Sigma(L - \bar{L})(T^2 - \text{moyenne}) = (-0,4)(-1,604) + (-0,2)(-0,824) + 0 + (0,2)(0,796) + (0,4)(1,616) = 0,6416 + 0,1648 + 0,1592 + 0,6464 = 1,612$. $\Sigma(L - \bar{L})^2 = 0,16 + 0,04 + 0 + 0,04 + 0,16 = 0,40$. $a = 1,612/0,40 = 4,03 \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-1}$; $b = 2,414 - 4,03 \times 0,60 = -0,004 \text{ s}^2$, négligeable devant les valeurs de T^2 : la droite passe pratiquement par l'origine, comme prévu. Les résidus valent 0,008 ; -0,018 ; 0,016 ; -0,010 ; 0,004 s^2 : petits et de signes alternés, le modèle est validé. c) $g = 4\pi^2/a = 39,48/4,03 = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. g est proportionnel à $1/a$, donc $u(g)/g = u(a)/a = 0,03/4,03 = 7,4 \times 10^{-3}$ et $u(g) = 9,80 \times 7,4 \times 10^{-3} = 0,073 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. $g = (9,80 \pm 0,08) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. $z = |9,80 - 9,81| / 0,073 \approx 0,14 \leq 2$: résultat compatible avec la valeur de référence.

Méthodes et pièges

- Méthode type : identifier les sources d'incertitude, évaluer chacune (type A ou B), les combiner avec la formule fournie, écrire le résultat, comparer avec z .
- Ne confonds pas s (dispersion d'une mesure) et $u(\bar{x}) = s/\sqrt{n}$ (incertitude sur la moyenne) : oublier la division par $\sqrt{n}$ surestime l'incertitude.

- Vérifie que ta calculatrice utilise $n - 1$ (σ_{n-1}) et non n .
- Arrondis l'incertitude à 1 ou 2 chiffres significatifs, puis la valeur à la même décimale : « $9,8123 \pm 0,0456$ » n'est pas une écriture acceptable.
- Pour une somme, combine les incertitudes absolues ; pour un produit ou un quotient, les incertitudes relatives. Mélanger les deux est l'erreur classique.
- N'oublie pas l'exposant : pour $y = x^2$, l'incertitude relative est doublée.
- Une conclusion de comparaison se justifie par z , pas par l'écart relatif seul ni par « les valeurs sont proches ».
- Un coefficient r^2 proche de 1 ne prouve pas que le modèle est bon : regarde la répartition des résidus.
- Ne lis pas une valeur sur une droite d'étalonnage en dehors du domaine des mesures.
- Répéter les mesures ne corrige pas une erreur systématique : si z est grand, cherche un biais dans le protocole.

Vers le PASS

En PASS, la mesure et ses incertitudes structurent la physique, la chimie analytique et la biostatistique. En physique, l'analyse dimensionnelle permet de vérifier une formule avant tout calcul, et la propagation des incertitudes s'écrit à l'aide de la différentielle logarithmique, qui redonne exactement les formules de ce chapitre (le facteur $|n|$ de la puissance en est une conséquence directe). En biostatistique, la moyenne, l'écart-type et l'erreur-type $s/\sqrt{n}$ deviennent les briques des intervalles de confiance et des tests statistiques, et le quotient z prend le sens d'une statistique de test. En analyse pharmaceutique et en biologie médicale, on retrouve les notions de justesse, de fidélité, de droite d'étalonnage, de résidus et de domaine de linéarité pour valider une méthode de dosage. Les QCM jouent souvent sur ces pièges : diviser ou non par $\sqrt{n}$, additionner des incertitudes absolues au lieu de relatives, conclure à partir d'un r^2 seul.

Suite en PASS : Mesures, dimensions et incertitudes

Exercices

Niveau 1 : s'entraîner

1. a) Donner le nombre de chiffres significatifs de : $0,00450$; $2,030 \times 10^3$; $1,20 \times 10^2$; $0,7$.
b) Arrondir $3,14159$ à 3 chiffres significatifs et $0,0026851$ à 2 chiffres significatifs.
2. Un thermomètre à liquide est gradué tous les $0,5^\circ\text{C}$. On lit $21,5^\circ\text{C}$. Calculer l'incertitude-type de type B associée à cette lecture et écrire le résultat.
3. Cinq titrages identiques donnent les volumes équivalents suivants, en mL : $12,4$; $12,6$; $12,5$; $12,3$; $12,7$. Calculer la moyenne, l'écart-type expérimental, l'incertitude-type sur la moyenne, et écrire le résultat.
4. Réécrire correctement les résultats suivants (incertitude à 1 ou 2 chiffres significatifs, valeur arrondie en conséquence) :
a) $g = 9,8123 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ avec $u = 0,0456 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; b) $c = 342,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ avec $u = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; c) $m = 152,368 \text{ g}$ avec $u = 0,24 \text{ g}$.

5. a) On mesure la célérité du son : $c = (338 \pm 4) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La valeur de référence dans les conditions de l'expérience est $343 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Conclure.
- b) On mesure la longueur d'onde d'une raie de l'hydrogène : $\lambda = (652 \pm 2) \text{ nm}$, pour une valeur tabulée de $656,3 \text{ nm}$. Conclure.

Niveau 2 : type bac

6. On mesure la longueur d'un objet à la règle graduée en millimètres. L'extrémité gauche est lue à $3,00 \text{ cm}$, l'extrémité droite à $12,50 \text{ cm}$.
- a) Calculer la longueur L . b) Calculer l'incertitude-type de chaque lecture. c) Sachant que $u(L) = \sqrt{(u(x_1))^2 + (u(x_2))^2}$, calculer $u(L)$ et écrire le résultat.
7. On détermine la résistance d'un conducteur ohmique par $R = U/I$. On mesure $U = 5,02 \text{ V}$ avec $u(U) = 0,03 \text{ V}$ et $I = 22,8 \text{ mA}$ avec $u(I) = 0,2 \text{ mA}$. Donnée : $u(R)/R = \sqrt{((u(U)/U)^2 + (u(I)/I)^2)}$.
- a) Calculer R . b) Calculer $u(R)$ et écrire le résultat. c) Quelle mesure limite la précision ? d) Le fabricant annonce 220Ω . Le résultat est-il compatible ?
8. On titre $V_A = 10,00 \text{ mL}$ d'une solution d'acide par une solution de soude de concentration $C_B = 0,100 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Le volume équivalent est $V_E = 12,50 \text{ mL}$. Incertitudes-types : $u(C_B) = 0,001 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $u(V_E) = 0,07 \text{ mL}$; $u(V_A) = 0,02 \text{ mL}$.
- a) Calculer $C_A = C_B \cdot V_E / V_A$. b) Calculer $u(C_A)$, sachant que $u(C_A)/C_A = \sqrt{((u(C_B)/C_B)^2 + (u(V_E)/V_E)^2 + (u(V_A)/V_A)^2)}$. c) Écrire le résultat et identifier le terme dominant.
9. On établit une droite d'étalonnage en spectrophotométrie.

C (mmol·L ⁻¹)	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
A	0,121	0,238	0,362	0,481	0,598

- a) Calculer la pente a et l'ordonnée à l'origine b de la droite de régression $A = a \cdot C + b$. b) Le modèle de Beer-Lambert est-il validé ? c) Une solution inconnue a une absorbance de $0,300$. Déterminer sa concentration. d) Peut-on utiliser cette droite pour une solution d'absorbance $0,90$? Justifier.

Niveau 3 : vers le PASS

10. On mesure g par une chute libre sans vitesse initiale : une bille tombe d'une hauteur $h = 1,000 \text{ m}$ en une durée $t = 0,452 \text{ s}$, avec $u(h) = 0,002 \text{ m}$ et $u(t) = 0,003 \text{ s}$. On utilise $g = 2h/t^2$.
- a) Calculer g . b) Écrire la formule de $u(g)/g$ et calculer $u(g)$. c) Écrire le résultat et le comparer à $9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. d) Quelle source d'incertitude domine ? Combien de mesures de t faudrait-il moyenner pour diviser $u(t)$ par 2, si $u(t)$ est d'origine aléatoire ?
11. Une série de mesures présente un écart-type expérimental $s = 0,020 \text{ s}$.
- a) Calculer l'incertitude-type sur la moyenne pour $n = 4$, puis $n = 16$. b) Combien de mesures faut-il au minimum pour que $u(\bar{x}) \leq 0,004 \text{ s}$? c) Vrai ou faux, en justifiant : « Avec 100 mesures, on élimine l'erreur due à un chronomètre qui retarde systématiquement de $0,05 \text{ s}$. »
12. On étudie la décharge d'un condensateur dans un conducteur ohmique de résistance $R = 50 \text{ k}\Omega$ ($u(R) = 1 \text{ k}\Omega$).

t (s)	0	2,0	4,0	6,0	8,0
u (V)	5,00	3,35	2,25	1,51	1,01

a) Le modèle est $u = E \cdot \exp(-t/\tau)$. Quelle grandeur faut-il tracer en fonction de t pour obtenir une droite ? b) Calculer cette grandeur pour chaque point puis la pente de la droite de régression. En déduire τ . c) Le logiciel donne $u(\tau) = 0,1$ s. Calculer $C = \tau/R$ et son incertitude-type.

13. Deux laboratoires dosent la même solution. Le laboratoire A obtient $(4,52 \pm 0,05)$ mmol·L⁻¹, le laboratoire B $(4,71 \pm 0,06)$ mmol·L⁻¹.

a) Calculer l'écart relatif entre les deux résultats. b) Calculer $z = |x_A - x_B| / \sqrt{(u_A^2 + u_B^2)}$. Les résultats sont-ils compatibles ? c) Proposer deux causes possibles de ce désaccord.

Corrigés

1. a) 0,00450 : 3 chiffres significatifs (les zéros de gauche ne comptent pas, le zéro final compte).
2,030×10³ : 4. 1,20×10² : 3. 0,7 : 1.

b) 3,14159 → 3,14 ; 0,0026851 → 0,0027.

2. Lecture sur une seule graduation : $u = g/\sqrt{12} = 0,5/\sqrt{12} = 0,5/3,46 = 0,144$ °C, arrondie par excès à 0,2 °C. $T = (21,5 \pm 0,2)$ °C.

3. Moyenne : $(12,4 + 12,6 + 12,5 + 12,3 + 12,7)/5 = 62,5/5 = 12,50$ mL.

Écarts : -0,1 ; 0,1 ; 0 ; -0,2 ; 0,2. Somme des carrés : $0,01 + 0,01 + 0 + 0,04 + 0,04 = 0,10$ mL². $s = \sqrt{(0,10/4)} = \sqrt{0,025} = 0,158$ mL. $u(V) = s/\sqrt{5} = 0,158/2,236 = 0,071$ mL. $V_E = (12,50 \pm 0,07)$ mL.

4. a) u arrondie à 0,05 m·s⁻¹ (par excès), valeur à 0,01 près : $g = (9,81 \pm 0,05)$ m·s⁻².

b) $u = 12$ m·s⁻¹ (2 chiffres significatifs), valeur à l'unité : $c = (343 \pm 12)$ m·s⁻¹, ou $(3,43 \pm 0,12) \times 10^2$ m·s⁻¹. c) $u = 0,24$ g, valeur au centième : $m = (152,37 \pm 0,24)$ g, ou avec un chiffre : $(152,4 \pm 0,3)$ g.

5. a) $z = |338 - 343|/4 = 5/4 = 1,25$. $z \leq 2$: **résultat compatible** avec la valeur de référence.

b) $z = |652 - 656,3|/2 = 4,3/2 = 2,15$. $z > 2$: **résultat non compatible**, bien que l'écart relatif ne soit que de 0,7 %. Il faut rechercher une erreur systématique (étalonnage du spectroscope) ou réévaluer l'incertitude.

6. a) $L = 12,50 - 3,00 = 9,50$ cm.

b) $g = 1$ mm = 0,1 cm : $u(x_1) = u(x_2) = 0,1/\sqrt{12} = 0,029$ cm. c) $u(L) = \sqrt{(0,029^2 + 0,029^2)} = 0,029 \times \sqrt{2} = 0,041$ cm, arrondie par excès à 0,05 cm. $L = (9,50 \pm 0,05)$ cm.

7. a) $R = 5,02 / 22,8 \times 10^{-3} = 220,2$ Ω.

b) $u(U)/U = 0,03/5,02 = 6,0 \times 10^{-3}$; $u(I)/I = 0,2/22,8 = 8,8 \times 10^{-3}$. $u(R)/R = \sqrt{((6,0 \times 10^{-3})^2 + (8,8 \times 10^{-3})^2)} = \sqrt{(3,6 \times 10^{-5} + 7,7 \times 10^{-5})} = \sqrt{(1,13 \times 10^{-4})} = 1,06 \times 10^{-2}$. $u(R) = 220,2 \times 1,06 \times 10^{-2} = 2,34$ Ω, arrondie à 2,4 Ω. $R = (220,2 \pm 2,4)$ Ω. c) Le terme relatif de l'intensité (0,88 %) est le plus grand : **la mesure de I limite la précision**. d) $z = |220,2 - 220| / 2,34 \approx 0,09$. $z \leq 2$: **compatible** avec la valeur annoncée.

8. a) $C_A = 0,100 \times 12,50 / 10,00 = 0,1250$ mol·L⁻¹.

b) Incertitudes relatives : $u(C_B)/C_B = 0,001/0,100 = 1,0 \times 10^{-2}$; $u(V_E)/V_E = 0,07/12,50 = 5,6 \times 10^{-3}$; $u(V_A)/V_A = 0,02/10,00 = 2,0 \times 10^{-3}$. $u(C_A)/C_A = \sqrt{(1,0 \times 10^{-4} + 3,1 \times 10^{-5} + 4,0 \times 10^{-6})} = \sqrt{(1,35 \times 10^{-4})} = 1,16 \times 10^{-2}$. $u(C_A) = 0,1250 \times 1,16 \times 10^{-2} = 1,45 \times 10^{-3}$ mol·L⁻¹, arrondie à 0,0015 mol·L⁻¹. c) $C_A = (0,1250 \pm$

0,0015) mol·L⁻¹. Le terme dominant est la **concentration de la solution titrante** (1,0 %) : pour améliorer le résultat, il faut connaître C_B plus précisément.

9. a) $C = 1,50 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$; $\bar{A} = 1,800/5 = 0,360$.

$\Sigma(C - \bar{C})(A - \bar{A}) = (-1,00)(-0,239) + (-0,50)(-0,122) + 0 \times 0,002 + (0,50)(0,121) + (1,00)(0,238) = 0,239 + 0,061 + 0 + 0,0605 + 0,238 = 0,5985$. $\Sigma(C - \bar{C})^2 = 1,00 + 0,25 + 0 + 0,25 + 1,00 = 2,50$. $a = 0,5985/2,50 = 0,239 \text{ L} \cdot \text{mmol}^{-1}$; $b = 0,360 - 0,239 \times 1,50 = 0,001$, pratiquement nul. b) Beer-Lambert prévoit $A = k \cdot C$, droite passant par l'origine. Les points sont alignés et b est négligeable devant les absorbances mesurées : **le modèle est validé** dans ce domaine. c) $C = (A - b)/a = (0,300 - 0,001)/0,239 = 1,25 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$. d) **Non** : 0,90 est hors du domaine d'étalonnage (absorbance maximale 0,598). Ce serait une extrapolation ; la loi de Beer-Lambert peut ne plus être vérifiée aux fortes absorbances. Il faut diluer la solution pour revenir dans le domaine.

10. a) $t^2 = 0,452^2 = 0,2043 \text{ s}^2$. $g = 2 \times 1,000 / 0,2043 = 9,79 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

b) $g = 2 \cdot h \cdot t^{-2}$: $u(g)/g = \sqrt{((u(h)/h)^2 + (2 \cdot u(t)/t)^2)}$. $u(h)/h = 0,002/1,000 = 2,0 \times 10^{-3}$; $2 \cdot u(t)/t = 2 \times 0,003/0,452 = 1,33 \times 10^{-2}$. $u(g)/g = \sqrt{(4,0 \times 10^{-6} + 1,76 \times 10^{-4})} = \sqrt{1,80 \times 10^{-4}} = 1,34 \times 10^{-2}$. $u(g) = 9,79 \times 1,34 \times 10^{-2} = 0,131 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, arrondie à $0,14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. c) $g = (9,79 \pm 0,14) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. $z = |9,79 - 9,81| / 0,131 \approx 0,16 \leq 2$: **compatible**. d) La durée domine (1,33 % contre 0,2 %), d'autant que son incertitude est doublée par l'exposant 2. Comme $u \propto 1/\sqrt{n}$, diviser $u(t)$ par 2 demande de multiplier n par 4 : **moyenner 4 mesures** de t (par rapport à une mesure unique d'incertitude 0,003 s).

11. a) $n = 4$: $u = 0,020/\sqrt{4} = 0,010 \text{ s}$. $n = 16$: $u = 0,020/4 = 0,005 \text{ s}$.

b) $0,020/\sqrt{n} \leq 0,004$ donne $\sqrt{n} \geq 5$, donc **$n \geq 25$ mesures**. c) **Faux** : un retard constant est une erreur systématique ; il décale toutes les mesures de la même quantité et la moyenne en est décalée d'autant. Répéter ne réduit que l'erreur aléatoire. Il faut corriger le chronomètre ou le protocole.

12. a) $\ln(u) = \ln(E) - t/\tau$: il faut tracer **$\ln(u)$ en fonction de t** , droite de pente $-1/\tau$.

b) $\ln(u)$: 1,609 ; 1,209 ; 0,811 ; 0,412 ; 0,010. $\bar{t} = 4,0 \text{ s}$; moyenne des $\ln(u) = 4,051/5 = 0,810$. $\Sigma(t - \bar{t})(\ln u - \text{moyenne}) = (-4,0)(0,799) + (-2,0)(0,399) + 0 + (2,0)(-0,398) + (4,0)(-0,800) = -3,196 - 0,798 - 0,796 - 3,200 = -7,99$. $\Sigma(t - \bar{t})^2 = 16 + 4 + 0 + 4 + 16 = 40$. Pente = $-7,99/40 = -0,200 \text{ s}^{-1}$, donc $\tau = 1/0,200 = 5,0 \text{ s}$. c) $C = \tau/R = 5,0 / 50 \times 10^3 = 1,0 \times 10^{-4} \text{ F} = 100 \mu\text{F}$. $u(C)/C = \sqrt{((u(\tau)/\tau)^2 + (u(R)/R)^2)} = \sqrt{((0,1/5,0)^2 + (1/50)^2)} = \sqrt{(4,0 \times 10^{-4} + 4,0 \times 10^{-4})} = 2,8 \times 10^{-2}$. $u(C) = 100 \times 2,8 \times 10^{-2} = 2,8 \mu\text{F}$. $C = (100 \pm 3) \mu\text{F}$.

13. a) Écart relatif : $|4,71 - 4,52| / 4,52 = 0,19/4,52 = 4,2 \%$.

b) $\sqrt{(0,05^2 + 0,06^2)} = \sqrt{(0,0025 + 0,0036)} = \sqrt{0,0061} = 0,078 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$. $z = 0,19/0,078 = 2,4 > 2$: **résultats non compatibles**. c) Une erreur systématique dans l'un des laboratoires (solution étalon mal préparée, appareil mal étalonné, verrerie défectueuse) ; une incertitude sous-estimée parce qu'une source n'a pas été prise en compte (température, évolution de la solution entre les deux dosages).