



Fiche : Vecteurs, droites et plans de l'espace

FICHE • M20 • TERMINALE

Spécialité de terminale, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

L'essentiel	1
Formules et définitions à connaître	2
Pièges à éviter	2
Je me teste	3

L'essentiel

- Les vecteurs de l'espace se manipulent comme dans le plan : relation de Chasles, produit par un réel, combinaisons linéaires.
- Si I est le milieu de $[AB]$, alors $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ et, pour tout point M , $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$.
- Deux vecteurs sont colinéaires si l'un est un multiple de l'autre ; trois points sont alignés quand deux vecteurs qu'ils forment sont colinéaires.
- Une droite est déterminée par un point et un vecteur directeur non nul ; elle a une infinité de vecteurs directeurs.
- Un plan est déterminé par un point A et deux vecteurs non colinéaires $\vec{u}, \vec{v} : M \in P$ si et seulement si $\vec{AM} = s \cdot \vec{u} + t \cdot \vec{v}$.
- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont coplanaires si et seulement si $\vec{w} = a \cdot \vec{u} + b \cdot \vec{v}$.
- Quatre points A, B, C, D sont coplanaires si et seulement si $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ sont coplanaires.
- Une base de l'espace est formée de trois vecteurs non coplanaires ; tout vecteur s'y décompose de façon unique.
- Les coordonnées d'un point M dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont celles du vecteur $\vec{OM}$.
- La formule de distance n'est valable que dans un repère orthonormé.
- Deux droites de l'espace sont coplanaires (parallèles ou sécantes) ou non coplanaires.
- Une droite et un plan sont sécants en un point, ou parallèles (droite incluse ou strictement parallèle).
- Deux plans distincts sont parallèles ou sécants selon une droite.
- Théorème du toit : si deux plans sécants contiennent deux droites parallèles, leur droite d'intersection est parallèle à ces deux droites.
- Toutes les positions relatives se décident par un système : aucune solution, une solution ou une infinité.



Formules et définitions à connaître

Objet	Formule ou caractérisation	Condition
Vecteur $\overrightarrow{AB}$	$(x_B - x_A ; y_B - y_A ; z_B - z_A)$	tout repère
Milieu I de [AB]	$((x_A + x_B)/2 ; (y_A + y_B)/2 ; (z_A + z_B)/2)$	tout repère
Distance AB	$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$	repère orthonormé seulement
Colinéarité	coordonnées proportionnelles (trois vérifications)	tout repère
Droite $d(A ; \overrightarrow{u}(a ; b ; c))$	$x = x_A + ta, y = y_A + tb, z = z_A + tc, t \in \mathbb{R}$	$\overrightarrow{u}$ non nul
Plan $P(A ; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$	$\overrightarrow{AM} = s \cdot \overrightarrow{u} + t \cdot \overrightarrow{v}, s \text{ et } t \text{ réels}$	$\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}$ non colinéaires
Coplanarité de 4 points	$\overrightarrow{AD} = a \cdot \overrightarrow{AB} + b \cdot \overrightarrow{AC}$	A, B, C non alignés
Droite parallèle à un plan	vecteur directeur combinaison des vecteurs directeurs du plan	

Pièges à éviter

- Deux droites sans point commun ne sont pas forcément parallèles : elles peuvent être non coplanaires.
- Pour l'intersection de deux droites paramétrées, prends deux paramètres différents (t et s).
- Dans l'espace, une seule égalité de produits en croix ne prouve pas la colinéarité : vérifie les trois coordonnées.



- Trois vecteurs deux à deux non colinéaires peuvent être coplanaires et donc ne pas former une base.
- Ne calcule pas de longueur avec la formule de distance dans un repère non orthonormé.
- Deux représentations paramétriques différentes peuvent décrire la même droite.

Je me teste

1. Que vaut $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$? → Le vecteur nul.
2. $u \rightarrow (1 ; 2 ; 3)$ et $v \rightarrow (2 ; 4 ; 5)$ sont-ils colinéaires ? → Non, car $2 \times 3 = 6 \neq 5$.
3. Combien de vecteurs non colinéaires faut-il pour diriger un plan ? → Deux.
4. Que faut-il pour que trois vecteurs forment une base ? → Qu'ils soient non coplanaires.
5. Un point et un vecteur directeur de $x = 1 + 2t$, $y = -t$, $z = 3$? → Le point $(1 ; 0 ; 3)$ et le vecteur $(2 ; -1 ; 0)$.
6. Quelles positions possibles pour deux droites de l'espace ? → Parallèles, sécantes ou non coplanaires.
7. Deux plans distincts peuvent-ils avoir un seul point commun ? → Non, ils sont parallèles ou sécants selon une droite.
8. Comment savoir si D est dans le plan (ABC) ? → Chercher a et b tels que $\overrightarrow{AD} = a \cdot \overrightarrow{AB} + b \cdot \overrightarrow{AC}$.
9. Que dit le théorème du toit ? → La droite d'intersection de deux plans contenant deux droites parallèles est parallèle à ces droites.
10. Quel segment correspond à $t \in [0 ; 1]$ dans la droite $A + t \cdot \overrightarrow{AB}$? → Le segment $[AB]$.