



Fiche : Trigonométrie et fonctions cosinus et sinus

FICHE • M05 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

L'essentiel	1
Formules et définitions à connaître	2
Pièges à éviter	2
Je me teste	3

L'essentiel

- Le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1, orienté dans le sens direct (inverse des aiguilles d'une montre).
- Un radian est l'angle au centre qui intercepte un arc de longueur 1 sur un cercle de rayon 1 ; on a $\pi \text{ rad} = 180^\circ$.
- En enroulant la droite des réels sur le cercle à partir de $I(1 ; 0)$, chaque réel x a un unique point image $M(x)$.
- Les réels x et $x + 2k\pi$ (k entier relatif) ont le même point image ; un point du cercle est donc l'image d'une infinité de réels.
- La mesure principale d'un réel est l'unique réel de $]-\pi ; \pi]$ qui a le même point image.
- Le cosinus de x est l'abscisse de $M(x)$, le sinus de x en est l'ordonnée.
- Pour tout réel x , $\cos x$ et $\sin x$ sont compris entre -1 et 1, et $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- Le signe de $\cos x$ et de $\sin x$ se lit sur le quadrant où se trouve $M(x)$.
- Les angles associés $(-x, \pi - x, \pi + x, \pi/2 - x, \pi/2 + x)$ se déduisent des symétries du cercle.
- L'équation $\cos x = \cos \alpha$ a pour solutions $\alpha + 2k\pi$ et $-\alpha + 2k\pi$; l'équation $\sin x = \sin \alpha$ a pour solutions $\alpha + 2k\pi$ et $\pi - \alpha + 2k\pi$.
- Une inéquation trigonométrique se résout en lisant un arc de cercle, puis en respectant les bornes de l'intervalle imposé.
- Les fonctions cosinus et sinus sont définies sur $\mathbb{R}$ et périodiques de période 2π .
- La fonction cosinus est paire (courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées), la fonction sinus est impaire (courbe symétrique par rapport à O).
- Sur $[0 ; \pi]$, cosinus décroît de 1 à -1 ; sinus croît de 0 à 1 sur $[0 ; \pi/2]$ puis décroît de 1 à 0 sur $[\pi/2 ; \pi]$.
- Les courbes sont des sinusoïdes ; celle du cosinus est celle du sinus translatée de $\pi/2$ vers la gauche.
- La fonction $x \mapsto \sin(\omega x)$, avec $\omega > 0$, a pour période $2\pi/\omega$.



Formules et définitions à connaître

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π
cos x	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0	-1
sin x	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0

Réel	cosinus	sinus	Symétrie
-x	cos x	-sin x	axe des abscisses
$\pi - x$	-cos x	sin x	axe des ordonnées
$\pi + x$	-cos x	-sin x	centre O
$\pi/2 - x$	sin x	cos x	droite y = x
$\pi/2 + x$	-sin x	cos x	quart de tour direct

- Conversion : $r = d \times \pi/180$ (degrés vers radians), $d = r \times 180/\pi$.
- Relation fondamentale : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, valable pour tout réel x.
- Périodicité : $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$ et $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$.
- Cas particuliers : $\cos x = 0$ pour $x = \pi/2 + k\pi$; $\sin x = 0$ pour $x = k\pi$.

Pièges à éviter

- Choisir le signe de cos x ou sin x sans regarder l'intervalle où se trouve x.



- Écrire $-\alpha$ au lieu de $\pi - \alpha$ comme seconde solution de $\sin x = \sin \alpha$.
- Oublier que $-\pi$ est exclu et π inclus dans $]-\pi ; \pi]$ pour la mesure principale.
- Résoudre $\cos x = a$ avec a hors de $[-1 ; 1]$, alors qu'il n'y a aucune solution.
- Laisser la calculatrice en mode degré.
- Confondre $\cos^2 x$, c'est-à-dire $(\cos x)^2$, avec $\cos(x^2)$.

Je me teste

1. Combien de degrés vaut $\pi/5$ rad ? $\rightarrow 36^\circ$.
2. Mesure principale de $17\pi/3$? $\rightarrow -\pi/3$.
3. Valeur exacte de $\sin(5\pi/6)$? $\rightarrow 1/2$.
4. Valeur exacte de $\cos(3\pi/4)$? $\rightarrow -\sqrt{2}/2$.
5. Si $\sin x = 3/5$ et $x \in [\pi/2 ; \pi]$, que vaut $\cos x$? $\rightarrow -4/5$.
6. $\cos(\pi - x)$ en fonction de $\cos x$? $\rightarrow -\cos x$.
7. Solutions de $\cos x = -1/2$ dans $]-\pi ; \pi]$? $\rightarrow -2\pi/3$ et $2\pi/3$.
8. Solutions de $\sin x = 0$ dans $\mathbb{R}$? $\rightarrow x = k\pi$, k entier relatif.
9. Parité de la fonction sinus ? $\rightarrow$ Impaire : $\sin(-x) = -\sin x$.
10. Période de $x \mapsto \cos(2x)$? $\rightarrow \pi$.