



Fiche : Dérivation : nombre dérivé et fonction dérivée

FICHE • M03 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

L'essentiel	1
Formules et définitions à connaître	2
Pièges à éviter	2
Je me teste	3

L'essentiel

- Le taux de variation de f entre a et $a + h$ est $(f(a + h) - f(a))/h$: c'est la pente de la sécante, ou une vitesse moyenne.
- f est dérivable en a si ce taux tend vers un réel quand h tend vers 0 ; ce réel est le nombre dérivé $f'(a)$.
- Le nombre dérivé est un taux de variation instantané, par exemple une vitesse instantanée.
- La tangente à la courbe au point d'abscisse a a pour équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.
- Une tangente est horizontale exactement quand $f'(a) = 0$.
- Près de a , $f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h$: c'est l'approximation affine.
- La racine carrée n'est pas dérivable en 0 et la valeur absolue n'est pas dérivable en 0.
- La dérivée d'un produit est $u'v + uv'$, celle d'un quotient est $(u'v - uv')/v^2$.
- La dérivée de $x \mapsto g(ax + b)$ est $x \mapsto a \times g'(ax + b)$.
- Sur un intervalle, $f' \geq 0$ entraîne f croissante et $f' \leq 0$ entraîne f décroissante.
- Pour étudier le signe de f' , on la factorise, puis on dresse un tableau de signes.
- Un extremum local en un point intérieur où f est dérivable impose $f'(c) = 0$.
- $f'(c) = 0$ ne suffit pas : il faut que f' change de signe en c (contre-exemple x^3 en 0).
- Sur un intervalle fermé, le maximum ou le minimum peut être atteint à une borne.
- Pour démontrer $f(x) \geq g(x)$, on étudie le minimum de $f(x) - g(x)$.



Formules et définitions à connaître

Fonction	Dérivée	Validité
k	0	$\mathbb{R}$
$mx + p$	m	$\mathbb{R}$
$x^n (n \geq 1)$	$n x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$1/x$	$-1/x^2$	$x \neq 0$
$\sqrt{x}$	$1/(2\sqrt{x})$	$x > 0$
$u + v ; ku$	$u' + v' ; ku'$	
uv	$u'v + uv'$	
$1/v$	$-v'/v^2$	$v \neq 0$
u/v	$(u'v - uv')/v^2$	$v \neq 0$
$g(ax + b)$	$a g'(ax + b)$	
Tangente en a	$y = f'(a)(x - a) + f(a)$	f dérivable en a

Pièges à éviter

- Écrire $(uv)' = u'v'$: c'est faux, la bonne formule est $u'v + uv'$.
- Inverser l'ordre ou le signe dans la formule du quotient.



- Oublier le facteur a dans la dérivée de $g(ax + b)$.
- Confondre $f(a)$ et $f'(a)$ dans l'équation de la tangente.
- Conclure à un extremum dès que $f'(c) = 0$, sans vérifier le changement de signe.
- Appliquer le lien signe de f' et variations sur une réunion d'intervalles, comme pour $1/x$ sur $\mathbb{R}$ privé de 0.

Je me teste

1. Taux de variation de x^2 entre 1 et 3 ? $\rightarrow 4$.
2. Dérivée de x^2 en a par la définition ? $\rightarrow$ Le taux vaut $2a + h$, donc $f'(a) = 2a$.
3. Dérivée de $\sqrt{x}$? $\rightarrow 1/(2\sqrt{x})$, sur $]0; +\infty[$.
4. Dérivée de $(3x - 1)^4$? $\rightarrow 12(3x - 1)^3$.
5. Dérivée de $(x + 1)/(x - 2)$? $\rightarrow -3/(x - 2)^2$.
6. Tangente à x^3 en 1 ? $\rightarrow y = 3x - 2$.
7. Tangente à $x^2 - 3x$ en 2 ? $\rightarrow y = x - 4$.
8. x^3 a-t-elle un extremum en 0 ? $\rightarrow$ Non, $f'(0) = 0$ mais f' ne change pas de signe.
9. Minimum de $x + 1/x$ sur $]0; +\infty[$? $\rightarrow 2$, atteint en $x = 1$.
10. Valeur approchée de $\sqrt{101}$ par la tangente en 100 ? $\rightarrow 10,05$.