



Fiche : Suites numériques : généralités, arithmétiques et géométriques

FICHE • M02 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

L'essentiel	1
Formules et définitions à connaître	2
Pièges à éviter	2
Je me teste	2

L'essentiel

- Une suite associe à chaque entier naturel n un réel u_n ; on la représente par des points isolés $(n ; u_n)$.
- Une suite est explicite si $u_n = f(n)$, et récurrente si l'on donne u_0 et une relation $u(n+1) = f(u_n)$.
- Le terme $u(n+1)$ est le terme suivant u_n , à ne pas confondre avec $u_n + 1$.
- Le sens de variation s'étudie par le signe de $u(n+1) - u_n$, méthode valable dans tous les cas.
- Pour des termes strictement positifs, on peut comparer le quotient $u(n+1)/u_n$ à 1.
- Pour une suite explicite $u_n = f(n)$, les variations de f sur $[0 ; +\infty[$ donnent celles de la suite.
- Une suite arithmétique vérifie $u(n+1) = u_n + r$ et son terme général est $u_n = u_0 + nr$.
- Une suite arithmétique est croissante si $r > 0$ et décroissante si $r < 0$; ses points sont alignés.
- Une suite géométrique vérifie $u(n+1) = q \times u_n$ et son terme général est $u_n = u_0 \times q^n$.
- Une évolution de t % par période correspond à une suite géométrique de raison $1 + t/100$.
- Avec $u_0 > 0$, une suite géométrique est croissante si $q > 1$ et décroissante si $0 < q < 1$.
- La somme $1 + 2 + \dots + n$ vaut $n(n+1)/2$ et la somme $1 + q + \dots + q^n$ vaut $(1 - q^{n+1})/(1 - q)$ pour $q \neq 1$.
- La suite q^n tend vers $+\infty$ si $q > 1$, vers 0 si $-1 < q < 1$, et n'a pas de limite si $q \leq -1$.
- Un algorithme de seuil utilise une boucle « tant que » dont la condition est le contraire de l'objectif.



Formules et définitions à connaître

Notion	Arithmétique (raison r)	Géométrique (raison q)
Récurrence	$u(n+1) = u_n + r$	$u(n+1) = q \times u_n$
Terme général	$u_n = u_0 + nr$	$u_n = u_0 \times q^n$
Entre deux rangs	$u_n = u(p) + (n - p)r$	$u_n = u(p) \times q^{n-p}$
Somme de termes consécutifs	nombre de termes $\times$ (premier + dernier)/2	premier $\times (1 - q^{\text{nombre de termes}})/(1 - q)$, $q \neq 1$
Somme de référence	$1 + 2 + \dots + n = n(n+1)/2$	$1 + q + \dots + q^n = (1 - q^{n+1})/(1 - q)$
Prouver la nature	$u(n+1) - u_n$ constant	$u(n+1) = q \times u_n$

Pièges à éviter

- Compter n termes au lieu de $n + 1$ dans une somme de u_0 à u_n .
- Modéliser un pourcentage constant par une suite arithmétique au lieu d'une suite géométrique.
- Additionner des pourcentages successifs : deux hausses de 10 % font 21 %, pas 20 %.
- Utiliser la méthode du quotient alors que des termes sont négatifs ou nuls.
- Croire que $u(n+1) = f(u_n)$ avec f croissante donne une suite croissante.
- Écrire dans une boucle de seuil la condition de l'objectif au lieu de son contraire.

Je me teste

1. Terme général d'une suite arithmétique ? $\rightarrow u_n = u_0 + nr$.
2. Terme général d'une suite géométrique ? $\rightarrow u_n = u_0 \times q^n$.
3. Raison d'une baisse de 30 % par heure ? $\rightarrow q = 0,7$.
4. Somme $1 + 2 + \dots + 100$? $\rightarrow 5\,050$.
5. Nombre de termes de u_0 à u_{20} ? $\rightarrow 21$.
6. Somme $5 + 10 + 20 + \dots + 320$? $\rightarrow 635$.
7. Limite de $0,8^n$? $\rightarrow 0$.
8. Sens de variation de $u_n = n^2 + n$? $\rightarrow$ Strictement croissante, car $u(n+1) - u_n = 2n + 2 > 0$.
9. Plus petit n tel que $2^n \geq 1\,000$? $\rightarrow n = 10$.
10. Limite de $1 + 1/2 + 1/4 + \dots + 1/2^n$? $\rightarrow 2$.