

Fiche : Second degré

FICHE • M01 • PREMIÈRE

Spécialité de première, programme officiel. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ton enseignant fait foi.

Sommaire du cours

L'essentiel	1
Formules et définitions à connaître	2
Pièges à éviter	2
Je me teste	2

L'essentiel

- Un trinôme du second degré s'écrit $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$; sa courbe est une parabole.
- La forme canonique $a(x - \alpha)^2 + \beta$ s'obtient avec $\alpha = -b/(2a)$ et $\beta = f(\alpha)$.
- Le sommet de la parabole est $S(\alpha ; \beta)$ et la droite d'équation $x = \alpha$ est son axe de symétrie.
- Si $a > 0$, f décroît puis croît et admet un minimum β en α ; si $a < 0$, f croît puis décroît et admet un maximum β en α .
- Le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ donne le nombre de racines : deux si $\Delta > 0$, une si $\Delta = 0$, aucune si $\Delta < 0$.
- Si $\Delta > 0$, les racines sont $(-b - \sqrt{\Delta})/(2a)$ et $(-b + \sqrt{\Delta})/(2a)$; si $\Delta = 0$, la racine double est $-b/(2a)$.
- La forme factorisée est $a(x - x_1)(x - x_2)$ si $\Delta > 0$ et $a(x - x_0)^2$ si $\Delta = 0$; il n'y en a pas si $\Delta < 0$.
- La somme des racines vaut $-b/a$ et leur produit c/a .
- Deux nombres de somme S et de produit P sont les solutions de $X^2 - SX + P = 0$.
- Si $a + b + c = 0$, 1 est racine ; si $a - b + c = 0$, -1 est racine.
- Un trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines et du signe contraire entre elles.
- Si $\Delta < 0$, le trinôme garde partout le signe de a .
- Pour résoudre une inéquation, on ramène tout à $f(x)$ comparé à 0, puis on lit le tableau de signes.
- Une équation bicarrée $ax^4 + bx^2 + c = 0$ se résout en posant $X = x^2$ avec $X \geq 0$.
- Les abscisses des points communs à deux courbes sont les solutions de $f(x) = g(x)$, et le signe de $f(x) - g(x)$ donne leur position relative.



Formules et définitions à connaître

Notion	Formule	Condition
Forme développée	$ax^2 + bx + c$	$a \neq 0$
Forme canonique	$a(x - \alpha)^2 + \beta$, $\alpha = -b/(2a)$, $\beta = f(\alpha)$	toujours
Discriminant	$\Delta = b^2 - 4ac$	toujours
Racines	$(-b \pm \sqrt{\Delta})/(2a)$	$\Delta > 0$
Racine double	$x_0 = -b/(2a)$	$\Delta = 0$
Forme factorisée	$a(x - x_1)(x - x_2)$	$\Delta \geq 0$
Somme et produit	$x_1 + x_2 = -b/a$; $x_1 x_2 = c/a$	$\Delta \geq 0$
Lien sommet et Δ	$\beta = -\Delta/(4a)$	toujours

Pièges à éviter

- Oublier le coefficient a devant la forme factorisée.
- Diviser par 2 au lieu de $2a$ dans la formule des racines, surtout quand a est négatif.
- Diviser une inéquation par une expression en x de signe inconnu, ou oublier de renverser l'inégalité en divisant par un nombre négatif.
- Confondre « $\Delta < 0$ » (pas de racine) avec « pas de solution » pour une inéquation : la réponse peut être $\mathbb{R}$ tout entier.
- Se tromper de crochets : racines incluses pour $\leq$ et $\geq$, exclues pour $<$ et $>$.
- Garder, dans une équation bicarrée, une valeur négative de $X = x^2$.

Je me teste

1. Quelle est l'abscisse du sommet de $ax^2 + bx + c$? $\rightarrow \alpha = -b/(2a)$.
2. Forme canonique de $x^2 - 4x + 7$? $\rightarrow (x - 2)^2 + 3$.
3. Combien de racines si $\Delta = 0$? $\rightarrow$ Une seule, la racine double $-b/(2a)$.
4. Racines de $2x^2 - 12x + 10$? $\rightarrow 1$ et 5 .
5. Produit des racines de $3x^2 + 5x - 8$? $\rightarrow -8/3$, et comme 1 est racine, l'autre vaut $-8/3$.
6. Signe de $-2x^2 + 3x - 5$? $\rightarrow$ Toujours strictement négatif ($\Delta = -31 < 0$ et $a < 0$).
7. Solutions de $-x^2 + x + 6 \geq 0$? $\rightarrow [-2 ; 3]$.
8. Deux nombres de somme 7 et de produit 12 ? $\rightarrow 3$ et 4 .
9. Solutions de $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$? $\rightarrow -2, -1, 1$ et 2 .
10. Aire maximale d'un rectangle de périmètre 20 cm ? $\rightarrow 25$ cm², pour un carré de côté 5 cm.