

Biophysique : rayonnements et imagerie médicale

OSSIK · COURS 12-02 · LE CORRIGÉ · RÉVISION 0.5

PASS - majeure santé - classement d'après la maquette publique de Paris Cité, sans lien avec l'université. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ta faculté fait foi.

Sommaire du cours

Partie 1 · Radioactivité, interactions et dosimétrie	1
Partie 2 · Formation du signal en imagerie médicale	7
Partie 3 · Résolution, contraste, bruit et artéfacts	13

Partie 1 · Radioactivité, interactions et dosimétrie

Prérequis et objectifs

Comprendre exponentielle, probabilité par unité de temps, énergie et masse. Les activités fictives servent uniquement au calcul.

À l'issue de ce cours, vous devez pouvoir :

- Relier population radioactive, activité et période.
- Calculer une atténuation et une période effective.
- Distinguer activité, dose absorbée et indicateurs de radioprotection.

Fondements du thème

Désintégration et période

Un radionucléide est un noyau instable pouvant se transformer spontanément. La décroissance d'une population radioactive simple suit $N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$, où λ est une probabilité de désintégration par unité de temps. L'activité $A = \lambda N$ mesure le nombre moyen de désintégrations par seconde et s'exprime en becquerels. La période physique $T = \ln(2)/\lambda$ est le temps au bout duquel l'activité d'une source isolée est divisée par deux. Ces définitions ont été vérifiées auprès du **CEA**.

Après n périodes, la fraction restante est 2^{-n} . La décroissance est probabiliste au niveau d'un noyau : on ne prédit pas l'heure de sa désintégration. Dans l'organisme, une élimination biologique peut s'ajouter. Si décroissance physique et élimination biologique sont deux processus indépendants du premier ordre, $1/T_{\text{effective}} = 1/T_{\text{physique}} + 1/T_{\text{biologique}}$. Cette relation ne vaut pas automatiquement pour une cinétique biologique multicompartimentale.

Nature des rayonnements et atténuation

Une émission alpha correspond à un noyau d'hélium ; une émission bêta moins produit notamment un électron et un antineutrino lors de la transformation d'un neutron en proton ; une émission bêta plus produit un positon et un neutrino. Une émission gamma est un photon lié à une désexcitation nucléaire. Les rayons X sont aussi des photons, mais leur origine est électronique. La distinction X/gamma repose sur l'origine, pas exclusivement sur une frontière d'énergie.

Des photons peuvent interagir par effet photoélectrique, diffusion Compton ou création de paire si l'énergie et les conditions le permettent. Une atténuation monoénergétique idéale en faisceau étroit s'écrit $I = I_0 \exp(-\mu x)$. La couche de demi-atténuation vaut $\ln(2)/\mu$. Le rayonnement diffusé et les faisceaux polychromatiques compliquent cette représentation.

Dose et risque

La dose absorbée D est l'énergie déposée par unité de masse, en grays : $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$. Les doses équivalente et efficace, exprimées en sieverts, utilisent des pondérations de radioprotection. Elles ne sont ni une activité en becquerels ni une mesure exacte du risque individuel. La distinction des unités est vérifiée par le **BIPM**.

Irradiation signifie exposition à un rayonnement ; contamination signifie présence de matière radioactive sur ou dans un organisme. Une source externe peut irradier sans contaminer. La radioprotection organise notamment la justification de l'exposition et l'optimisation. Les effets dépendent de la dose, de sa répartition, du débit, du rayonnement et du tissu ; aucun calcul sommaire ne remplace une évaluation spécialisée.

Développements et raisonnements

Construire la loi de décroissance

Pendant un intervalle très court dt , chaque noyau possède une probabilité de désintégration proche de λdt , dans un modèle de taux constant. Pour une grande population, le nombre moyen de noyaux disparus est $\lambda N dt$. On écrit $dN/dt = -\lambda N$, dont la solution est $N_0 \exp(-\lambda t)$. L'activité moyenne $A = \lambda N$ suit la même décroissance si λ ne change pas. Les comptages expérimentaux fluctuent autour de cette moyenne.

La demi-vie ne représente pas la durée de vie identique de tous les noyaux. Après une demi-vie, chaque noyau initial a une probabilité de survie de moitié ; on ne peut pas identifier à l'avance ceux qui restent. Une source comportant plusieurs radionucléides ou une filiation avec production d'un descendant ne suit pas nécessairement une seule exponentielle.

Du photon émis à l'énergie déposée

L'activité compte des transformations nucléaires, pas l'énergie totale absorbée par une personne. Il faut connaître les rayonnements émis, leurs énergies, leur distribution, la géométrie, l'atténuation et la fraction d'énergie déposée. Deux sources de même activité peuvent donc produire des doses très différentes. La distance agit sur la fluence dans une géométrie donnée, mais une source étendue ou un champ diffusé n'obéit pas nécessairement à une loi ponctuelle simple.

Pour une atténuation monoénergétique en faisceau étroit, la probabilité de ne pas interagir après une épaisseur x est $\exp(-\mu x)$. Le coefficient μ a l'unité inverse d'une longueur. Une couche de

demi-atténuation diminue la composante primaire d'un facteur deux ; elle ne garantit pas la même réduction de toute la dose lorsque le diffusé contribue.

Compter avec une incertitude

Si un détecteur enregistre N événements indépendants suivant une loi de Poisson, l'incertitude type de comptage est approximativement racine(N). L'incertitude relative décroît comme 1/racine(N). Compter quatre fois plus longtemps à taux stable divise cette contribution relative par deux. Le bruit de fond, le rendement et le temps mort du détecteur exigent toutefois des corrections propres.

Quantité	Unité	Information manquante pour une autre grandeur
Activité	Bq	Énergie par désintégration et géométrie
Énergie déposée	J	Masse irradiée pour une dose
Dose absorbée	Gy	Pondérations et contexte pour autres indicateurs
Comptage	Nombre	Rendement et durée pour remonter à l'activité

Les principes de justification et d'optimisation concernent le contexte d'exposition. Les limites réglementaires et niveaux de référence ne se confondent pas ; leurs valeurs doivent être cherchées dans le cadre applicable plutôt que déduites d'une formule de décroissance.

Atelier de calcul et analyse de sensibilité

Une source fictive a une activité initiale de 1600 Bq et une période de 4 h. Après 10 h, la fraction restante vaut $2^{(-10/4)} = 0,176777$. L'activité est 282,843 Bq. Le temps n'est pas un nombre entier de périodes, ce qui justifie l'usage de l'exponentielle plutôt qu'une succession incomplète de divisions par deux.

Dans un modèle d'élimination biologique de période 8 h, la période effective devient $1/(1/4 + 1/8) = 2,667$ h. On additionne les constantes de disparition parce que chaque mécanisme retire indépendamment une fraction du stock. Les périodes, qui sont leurs inverses à un facteur ln 2 près, ne s'additionnent pas directement.

Un faisceau possède $\mu = 0,20 \text{ cm}^{-1}$. Sa couche de demi-atténuation est $\ln 2/0,20 = 3,466$ cm. Après 10 cm, la transmission primaire vaut $\exp(-2) = 13,53 \%$. Pour atteindre 1 % dans ce modèle, $x = \ln 100/0,20 = 23,03$ cm. Ce résultat ne constitue pas un dimensionnement réel d'écran, car énergie du spectre, diffusé et objectifs de protection ne sont pas donnés.

Un comptage fournit 10 000 événements en 100 s, hors bruit de fond. Le taux mesuré est 100/s et son incertitude type de comptage 1/s. Avec un rendement de 25 % et un rayonnement détectable par désintégration dans la géométrie donnée, l'activité estimée serait 400 Bq. Sans ce rendement, confondre taux de comptage et activité sous-estimerait ici d'un facteur quatre.

Approfondissement et contrôle du modèle

Addition de processus de disparition

Deux mécanismes indépendants d'ordre un agissant sur le même stock donnent $dN/dt = -\lambda_1 N - \lambda_2 N$. La constante totale est donc $\lambda_1 + \lambda_2$. Cette addition porte sur les probabilités de disparition par unité de temps dans le modèle, et non sur les demi-vies. Elle explique pourquoi la période effective est plus courte que chaque période prise séparément.

Si un mécanisme change avec le temps ou si la substance passe entre plusieurs compartiments, une seule constante peut ne plus décrire l'ensemble de la courbe. Une pente terminale observée ne permet pas de reconstruire automatiquement toutes les phases précédentes. Le choix d'un ajustement exponentiel doit tenir compte des résidus et de la période observée. Le modèle physique d'une source isolée est plus simple que celui d'un traceur distribué et éliminé dans un organisme.

Mise à l'épreuve : Soustraire le bruit de fond avant la demi-vie

Problème. Un détecteur compte 500 événements en une minute, puis 140 après deux heures, avec une même géométrie. Le fond connu est de 20 événements/min et les comptages sont supposés assez précis pour ce calcul pédagogique. Estimer la demi-vie.

Résolution. Les taux nets sont 480 et 120/min : leur rapport est 1/4. Deux demi-vies se sont écoulées en deux heures, donc $T = 1$ h. Utiliser 500/140 donnerait environ 1,09 h. Le détecteur mesure un taux de comptage, pas directement une activité en becquerels : le rendement de détection intervient pour passer de l'un à l'autre. Dans un protocole réel, l'incertitude du fond doit être propagée et devient importante lorsque le signal net faiblit. Une valeur brute qui tend vers un plateau ne démontre pas l'arrêt de la décroissance.

Du nombre enregistré à une activité estimée

Compter, normaliser, corriger

Un détecteur enregistre un nombre d'événements pendant une durée. Le taux enregistré ne devient pas automatiquement l'activité de la source : géométrie, rendement de détection, branchement d'émission, atténuation et temps mort peuvent intervenir. Dans un modèle simple de rendement global ϵ connu, $A = (\text{taux_brut} - \text{taux_fond})/\epsilon$.

Le rendement doit être défini pour l'émission, la géométrie et la fenêtre utilisées. Un taux de comptage en s^{-1} et une activité en becquerels ont la même dimension temporelle, mais ne désignent pas le même objet expérimental. Une égalité d'unité ne remplace pas le modèle de détection.

Exercice avec durées inégales

On observe 900 comptes en 60 s pour l'échantillon et 1200 comptes en 300 s pour le fond. Les deux comptes sont indépendants et modélisés par des lois de Poisson ; $\epsilon = 0,25$ est tenu pour exact. Calculer le taux net, son incertitude type et l'activité estimée.

Correction. Les taux sont 15 et $4 s^{-1}$, donc le taux net vaut $11 s^{-1}$. Pour N/t , la variance estimée est N/t^2 . Les variances s'additionnent dans une différence indépendante : $u^2 = 900/60^2 + 1200/300^2 = 0,26333 s^{-2}$. Donc $u = 0,51316 s^{-1}$. L'activité est 44 Bq et son incertitude de comptage 2,0526 Bq. Soustraire 1200 de

900 avant normalisation comparerait des fenêtres différentes et n'aurait pas de sens.

Exercice de budget : le rendement est aussi estimé

Si $\varepsilon=0,25$ possède une incertitude type de 0,01, indépendante du comptage, la propagation relative donne $u(A)/A \approx \sqrt{[(0,51316/11)^2 + (0,01/0,25)^2]}$, soit $u(A)=2,704$ Bq. Le rendement apporte une limite supplémentaire que prolonger uniquement le comptage ne supprime pas.

Lorsque le nombre de comptes est très faible, les approximations symétriques de type valeur $\pm$ incertitude peuvent mal décrire les intervalles probabilistes. Un taux net légèrement négatif après soustraction du fond ne signifie pas une activité physique négative ; il traduit une fluctuation de l'estimateur. Il faut un traitement statistique adapté aux faibles comptes et au protocole. Ces exemples n'évaluent ni une dose reçue par une personne ni une conduite de radioprotection.

Schéma de raisonnement

De la source à la dose

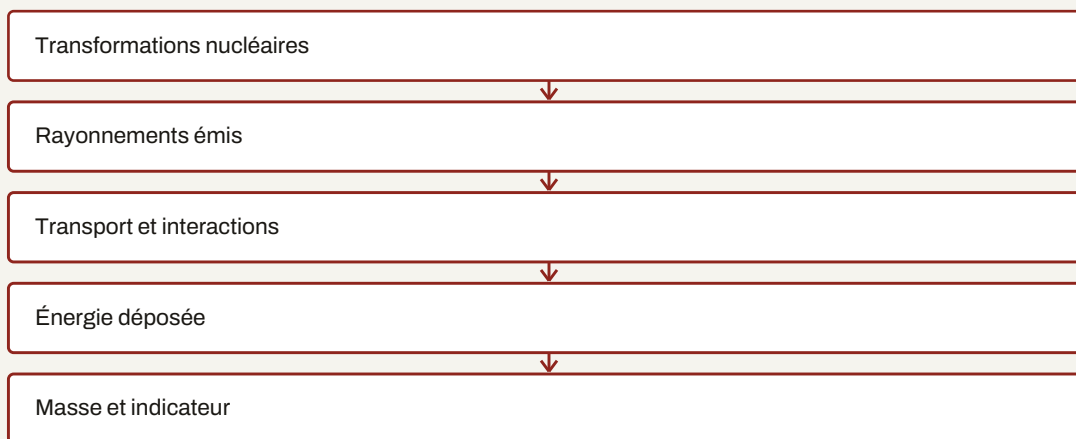


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Les étapes rappellent pourquoi Bq et Gy ne sont pas convertibles sans données supplémentaires. Les pondérations en sieverts répondent à des objectifs de radioprotection, non à une prédiction individuelle exacte.

Exercices progressifs

1. Une activité de 800 MBq décroît pendant trois périodes physiques, sans apport ni retrait. Résultat ?
2. Un radionucléide a $T_{\text{physique}} = 6$ h et $T_{\text{biologique}} = 12$ h dans un modèle monoexponentiel. $T_{\text{effective}}$?
3. Une énergie de 0,020 J est absorbée par 0,10 kg. Quelle dose ?
4. Une période physique de 5 h et une période biologique de 20 h donnent quelle période effective ?
5. Un comptage passe de 2500 à 10000 événements. Variation de l'incertitude relative idéale ?
6. Un dépôt de 3 mJ dans 20 g correspond à quelle dose absorbée ?

Corrections argumentées

1. $A = 800/8 = 100 \text{ MBq}$. Les trois divisions par deux ne correspondent pas à soustraire trois fois la même quantité.
2. $1/T = 1/6 + 1/12 = 1/4 \text{ h}^{-1}$; $T = 4 \text{ h}$. La période effective est plus courte que chacune des deux périodes.
3. $D = 0,020/0,10 = 0,20 \text{ Gy}$. On ne peut convertir cette valeur en activité sans autres données, ni en risque individuel par une simple identité d'unités.
4. $1/T_{\text{eff}} = 1/5 + 1/20 = 1/4$, donc $T_{\text{eff}} = 4 \text{ h}$ sous indépendance et cinétiques d'ordre un.
5. Elle passe de $1/50 = 2 \%$ à $1/100 = 1 \%$. Le quadruplement du nombre ne divise pas cette incertitude par quatre.
6. $D = 0,003/0,020 = 0,15 \text{ Gy}$. L'énergie et la masse doivent être converties en joules et kilogrammes.

Références et portée

- Source 1 : www.cea.fr
- Source 2 : www.bipm.org

Sources consultées le 1er octobre 2026 pour les notions signalées. Développements, situations et calculs pédagogiques OSSIK ; données fictives. La concordance complète avec les supports universitaires de l'année et la relecture scientifique humaine restent à réaliser. Les modèles biomédicaux ne fournissent aucune décision thérapeutique individuelle.

Partie 2 · Formation du signal en imagerie médicale

Prérequis et objectifs

Connaître onde, atténuation, champ magnétique et signal. La physique de l'image doit être séparée de son interprétation clinique.

À l'issue de ce cours, vous devez pouvoir :

- Comparer transmission, émission et résonance.
- Calculer une profondeur ultrasonore et un décalage Doppler.
- Relier paramètres de séquence et contraste IRM.

Fondements du thème

Rayons X et médecine nucléaire

La radiographie mesure une atténuation projetée à travers le corps : des structures situées à des profondeurs différentes peuvent se superposer. La tomodensitométrie acquiert de nombreuses projections et reconstruit des coupes d'atténuation. Le contraste dépend de la composition, de l'épaisseur traversée et de l'énergie du faisceau. Une image de scanner n'est pas une photographie optique directe des organes.

En scintigraphie et tomographie d'émission, le signal provient d'un radiotraceur administré. La TEP détecte en coïncidence des photons issus de l'annihilation positon-électron, typiquement deux photons de 511 keV dans la situation idéale au repos. L'image reflète la répartition du traceur et sa biologie, avec les limites de résolution et de quantification du dispositif. Une fixation élevée n'est pas une signature universelle d'une pathologie unique.

Ultrasons

L'échographie utilise des ondes mécaniques et leurs échos aux changements d'impédance acoustique $Z = \rho c$. La profondeur est estimée par $d = c\Delta t/2$, car l'onde effectue un aller-retour. Une fréquence élevée offre généralement une meilleure résolution spatiale mais une pénétration plus faible en raison de l'atténuation. Le gel réduit l'interface avec l'air, qui transmet mal l'énergie vers les tissus. Ces principes et les usages diagnostiques sont confirmés par le dossier [Inserm sur les ultrasons biomédicaux](#).

L'effet Doppler renseigne sur une vitesse projetée sur l'axe du faisceau. Dans une géométrie simple de réflexion, le décalage fréquentiel est proportionnel à $2f_0 v \cos \theta/c$. À 90° , la composante mesurée s'annule dans ce modèle. L'absence de rayonnements ionisants ne signifie pas une absence de toute contrainte d'utilisation : énergie acoustique, échauffement et conditions de mesure restent à maîtriser.

Résonance magnétique

L'IRM exploite notamment les propriétés magnétiques des noyaux d'hydrogène. Un champ principal organise une aimantation macroscopique ; une excitation radiofréquence la perturbe, puis le signal évolue pendant la relaxation. T1 décrit une récupération longitudinale et T2 une décroissance de cohérence transversale. Des gradients de champ permettent de coder la position. Le contraste dépend de la séquence choisie et des propriétés du tissu, pas seulement de sa quantité d'eau.

L'IRM n'utilise pas de rayons X. Le champ statique, les gradients et les radiofréquences imposent néanmoins des règles de sécurité, notamment pour les objets ferromagnétiques et les implants. Une image pondérée en T1 ou T2 n'est pas directement une carte quantitative de T1 ou T2 ; il faut des acquisitions et des modèles dédiés pour cela.

Développements et raisonnements

Trois origines de signal imposent trois lectures

Une image de transmission utilise une source externe et mesure ce qui traverse l'objet. Une image d'émission localise un signal provenant de l'intérieur, par exemple d'un traceur. Une image de résonance mesure une réponse induite par une excitation dans un champ magnétique. Le pixel final peut avoir une apparence comparable en niveaux de gris, mais sa grandeur physique et sa signification diffèrent.

En radiographie, plusieurs épaisseurs se superposent sur le trajet d'un même rayon. Le logarithme du rapport I_0/I représente une intégrale d'atténuation dans le modèle monochromatique. Le scanner combine de nombreux angles pour reconstruire des distributions spatiales. Une reconstruction nécessite des hypothèses et peut amplifier du bruit ou créer des artéfacts lorsque les données sont incomplètes.

Échos, interfaces et angle Doppler

À incidence normale dans un modèle plan simple, le coefficient de réflexion en intensité vaut $[(Z_2 - Z_1)/(Z_2 + Z_1)]^2$. Des impédances proches produisent une faible réflexion ; une interface air-tissu produit une forte rupture et compromet la transmission. Le gel réduit cette discontinuité en améliorant le couplage. La simple existence d'un écho ne donne pas une composition chimique unique.

Le Doppler réfléchi dépend de la vitesse projetée. Si l'angle réel diffère de celui utilisé dans la correction, l'erreur augmente fortement près de 90° , car $\cos \theta$ devient petit. Une petite incertitude angulaire peut alors produire une grande incertitude de vitesse. Le modèle suppose notamment une géométrie connue et une vitesse compatible avec l'approximation de faible vitesse devant la célérité acoustique.

Relaxations longitudinales et transversales

Après une préparation appropriée, l'aimantation longitudinale peut récupérer selon $M_z = M_0[1 - \exp(-t/T_1)]$ tandis que l'aimantation transversale décroît selon $M_{xy} = M_{xy0} \exp(-t/T_2)$. Ces relations ne décrivent pas toutes les séquences, mais elles expliquent comment des temps caractéristiques différents produisent un contraste. Dans un écho de spin simplifié, le signal est proportionnel à $\rho[1 - \exp(-TR/T_1)] \exp(-TE/T_2)$.



Un TR long réduit l'influence de la récupération incomplète ; un TE long accentue certaines différences de décroissance transversale tout en diminuant le signal. $T2^*$ inclut des déphasages supplémentaires qui ne sont pas tous refocalisés de la même manière. « Blanc en IRM » ne constitue donc pas une propriété fixe d'un tissu sans préciser l'acquisition.

Atelier de calcul et analyse de sensibilité

Deux milieux présentent $Z1 = 1,5$ et $Z2 = 1,7$ dans la même unité d'impédance acoustique. Le coefficient de réflexion vaut $(0,2/3,2)^2 = 0,003906$, soit 0,391 %. La majeure partie de l'intensité traverse dans ce modèle sans absorption. Si l'on prenait seulement le rapport 0,2/3,2 sans carré, on obtiendrait un coefficient d'amplitude, pas le coefficient d'intensité demandé.

Une sonde de 4 MHz observe une vitesse de 0,50 m/s sous un angle de 60° , avec $c = 1540$ m/s. Le décalage vaut $2 \times 4 \times 10^6 \times 0,50 \times 0,50/1540 = 1298,7$ Hz. Si l'angle était pris à tort comme 0° pour estimer la vitesse, on obtiendrait 0,25 m/s. L'angle est donc une donnée physique du calcul, non une correction esthétique.

Deux tissus idéalisés ont la même densité de protons, le même T1 et des T2 de 40 et 80 ms. À TE = 40 ms, leurs facteurs transversaux sont $e^{-1} = 0,3679$ et $e^{-0,5} = 0,6065$. À TE = 80 ms, ils deviennent 0,1353 et 0,3679. Le rapport augmente avec TE, mais les deux signaux diminuent. Un contraste relatif plus marqué peut donc s'accompagner d'un signal plus faible et d'une sensibilité accrue au bruit.

Approfondissement et contrôle du modèle

Échantillonnage spatial et volume reconstruit

Un pixel est un élément du plan d'affichage ; un voxel possède en plus une épaisseur. Modifier la matrice d'image peut réduire la taille des pixels sans améliorer la résolution imposée par le détecteur, le faisceau ou la reconstruction. Un petit voxel contient aussi moins de signal dans plusieurs techniques, ce qui peut augmenter le bruit si les autres paramètres restent inchangés.

Une image médicale n'est donc pas une carte directe de structures sans traitement. Elle résulte d'un signal échantillonné et d'un algorithme. Des mouvements pendant l'acquisition peuvent rendre incompatibles les données supposées provenir d'un même objet immobile. Les artéfacts de mouvement ne doivent pas être interprétés comme des structures anatomiques supplémentaires.

Comparer deux images demande de connaître orientation, échelle, acquisition et affichage. Un tissu plus clair sur une seconde image peut refléter une autre pondération, une autre fenêtre ou une modification physique réelle. La conclusion dépend de la stabilité de ces conditions, pas de l'apparence seule.

Mise à l'épreuve : Ce que l'on peut identifier dans un écho

Problème. Une interface produit un écho 52 μ s après l'émission dans un milieu homogène de célérité 1540 m/s. Calculer sa profondeur. Un deuxième écho apparaît à 104 μ s : prouve-t-il une seconde interface ?

Résolution. Le trajet aller-retour donne $d = ct/2 = 0,04004$ m, soit environ 40,0 mm. Le calcul ct donnerait à tort 80,1 mm. Un écho à temps double pourrait correspondre à une interface deux fois plus profonde, mais aussi à une réverbération parcourant un trajet multiple. Le temps seul ne distingue pas ces hypothèses. Une modification de l'angle, de la position de la sonde ou des réglages peut apporter

une information discriminante. La profondeur calculée est également biaisée si la célérité réelle diffère de celle utilisée pour reconstruire l'image.

Un contraste dépend aussi de la séquence

Un signal simplifié avec deux facteurs

Pour un modèle idéal d'écho de spin avec récupération répétée et paramètres fixes, on utilise $S \approx K\rho(1 - \exp(-TR/T1))\exp(-TE/T2)$. TR est le temps de répétition, TE le temps d'écho, ρ une densité de spins contribuant au signal et K un facteur instrumental. Tous les temps doivent être exprimés dans la même unité. Le premier facteur décrit une récupération longitudinale ; le second une perte transversale.

Cette expression suppose une séquence et des impulsions idéalisées ; elle ne décrit pas toutes les séquences, les effets de mouvement, l'inhomogénéité ni l'ensemble des mécanismes tissulaires. La valeur T2 n'est pas interchangeable avec T2*. Elle fournit surtout une manière de comprendre pourquoi un même objet ne possède pas une luminosité unique indépendante du réglage.

Exercice comparatif

Deux milieux fictifs A et B ont même $K\rho=1$. A possède T1=500 ms et T2=50 ms ; B, T1=1000 ms et T2=100 ms. Calculer les signaux pour TR=500 ms, TE=10 ms, puis TR=3000 ms, TE=100 ms.

Correction. Au premier réglage, A donne $(1 - e^{-1})e^{-0.2}=0,51754$ et B $(1 - e^{-0.5})e^{-0.1}=0,35603$. A est plus intense. Au second, A donne $(1 - e^{-6})e^{-2}=0,13500$ et B $(1 - e^{-3})e^{-1}=0,34956$. L'ordre s'inverse. Aucune propriété des milieux n'a changé : seul le protocole a changé la pondération.

Exercice de critique du modèle

Peut-on identifier un tissu à partir d'une seule intensité sans connaître TR, TE et les facteurs instrumentaux ? **Non.** Plusieurs ensembles de paramètres peuvent donner le même signal. Une égalité d'intensité ne prouve ni identité de composition ni identité de relaxation. Comparer plusieurs acquisitions peut apporter des contraintes supplémentaires, mais leur identification demande un modèle et une qualité de données adaptés.

Le cours porte sur la formation physique du contraste, non sur l'interprétation clinique d'une image. Référence institutionnelle : [AIEA, formation en physique de l'IRM](#), consultée le 2 octobre 2026.



Schéma de raisonnement

Produire une image

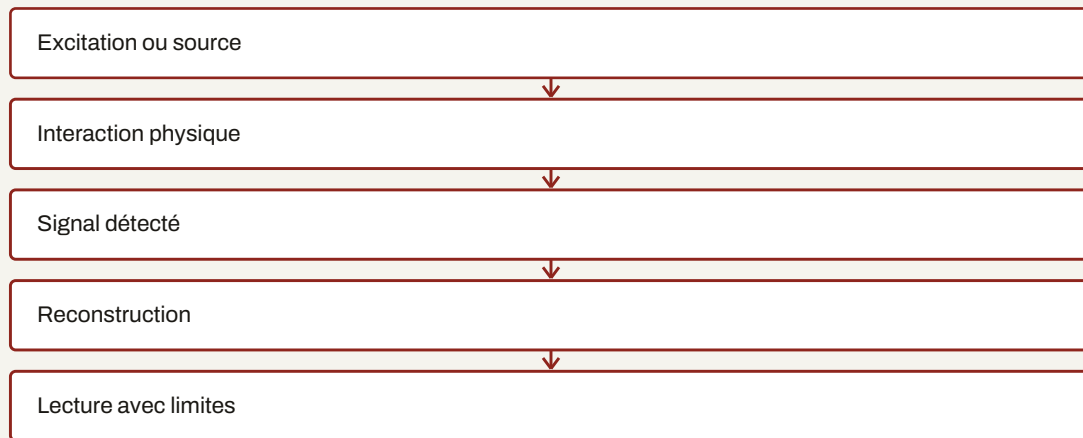


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Le signal ne donne pas directement un diagnostic. Les modèles numériques présentés isolent un mécanisme et ignorent une partie des réglages et corrections des appareils.

Exercices progressifs

1. Un écho revient après $100 \mu\text{s}$ et $c = 1540 \text{ m/s}$. Quelle profondeur ?
2. Quels examens parmi radiographie, IRM et échographie emploient des photons X ?
3. Pourquoi un Doppler perpendiculaire au flux sous-estime-t-il sa vitesse ?
4. Un écho revient après $60 \mu\text{s}$ avec $c = 1540 \text{ m/s}$. Profondeur ?
5. À $T_2 = 50 \text{ ms}$, quelle fraction transversale reste après 100 ms ?
6. Un décalage Doppler nul prouve-t-il que le milieu est immobile ?

Corrections argumentées

1. $d = 1540 \times 100 \times 10^{-6} / 2 = 0,077 \text{ m} = 7,7 \text{ cm}$. Oublier le facteur deux donne la distance totale parcourue, pas la profondeur.
2. La radiographie. L'IRM emploie des champs magnétiques et radiofréquences ; l'échographie, une onde mécanique. Les trois méthodes n'ont pas les mêmes contraintes.
3. Le Doppler mesure une composante proportionnelle à $\cos \theta$. À 90° , le décalage idéal est nul malgré un flux réel non nul.
4. $d = 1540 \times 60 \times 10^{-6} / 2 = 0,0462 \text{ m}$, soit $4,62 \text{ cm}$.
5. $\exp(-100/50) = \exp(-2) = 0,1353$, soit $13,53 \%$. Les temps doivent être exprimés dans la même unité.
6. Non. Un mouvement perpendiculaire au faisceau possède une projection nulle dans le modèle idéal ; d'autres limites de détection peuvent aussi intervenir.



Références et portée

- Source 1 : www.inserm.fr
- Source 2 : www.nibib.nih.gov

Sources consultées le 1er octobre 2026 pour les notions signalées. Développements, situations et calculs pédagogiques OSSIK ; données fictives. La concordance complète avec les supports universitaires de l'année et la relecture scientifique humaine restent à réaliser. Les modèles biomédicaux ne fournissent aucune décision thérapeutique individuelle.

Partie 3 · Résolution, contraste, bruit et artéfacts

Prérequis et objectifs

Connaître signal, bruit de comptage, longueur d'onde et principe des principales modalités d'imagerie.

À l'issue de ce cours, vous devez pouvoir :

- Séparer résolution, contraste et signal sur bruit.
- Calculer un effet de volume partiel.
- Analyser un compromis d'acquisition.

Fondements du thème

Comprendre la différence entre voir et séparer

Le contraste mesure une différence de signal entre deux régions selon une définition précisée. La résolution spatiale décrit la capacité à distinguer des structures proches. Un objet peut être très contrasté mais apparaître élargi et non séparé d'un voisin. À l'inverse, une résolution nominale fine ne suffit pas si le bruit masque une petite différence de signal.

Le rapport signal sur bruit compare une amplitude pertinente à une dispersion du bruit. Pour un comptage idéal de photons indépendants de moyenne N suivant une loi de Poisson, l'écart-type vaut $\sqrt{N}$ et le rapport $N/\sqrt{N}$ vaut $\sqrt{N}$. Multiplier le nombre de photons par quatre ne double donc que ce rapport dans ce modèle. D'autres bruits électroniques et effets de reconstruction peuvent modifier la relation réelle.

Exemple : compromis en ultrasons

Une onde de fréquence 5 MHz traversant un milieu à 1540 m/s possède une longueur d'onde $\lambda = 0,308$ mm. Une impulsion de trois périodes occupe approximativement une longueur spatiale de $3\lambda = 0,924$ mm. Pour distinguer deux interfaces sur l'axe par leurs échos, une estimation élémentaire de résolution axiale est la moitié de cette longueur, soit 0,462 mm. Le facteur deux découle encore de l'aller-retour des échos.

Si l'impulsion comporte six périodes à même fréquence, la longueur spatiale double et cette résolution axiale devient moins bonne. Une fréquence plus élevée réduit la longueur d'onde, mais l'atténuation tissulaire augmente généralement. Le choix d'une sonde est donc un compromis entre profondeur et résolution, complété par la focalisation et la géométrie du faisceau. La résolution latérale dépend notamment de la largeur du faisceau et n'est pas égale automatiquement à la résolution axiale.

Le rôle de la longueur de l'impulsion reçue dans la résolution axiale est également discuté dans une [étude expérimentale sur l'imagerie ultrasonore](#). L'estimation ci-dessus reste un modèle élémentaire, distinct d'une mesure complète de résolution sur appareil.

Exemple : paramètres d'une image IRM

Le contraste IRM dépend notamment du temps de répétition TR et du temps d'écho TE, en plus de la séquence. Dans une représentation simplifiée d'écho de spin, un TR court favorise certaines différences liées à T1, tandis qu'un TE long rend plus visibles des différences de décroissance liées à T2. Il ne faut pas mémoriser « tel tissu toujours blanc » sans préciser la pondération. Une même structure peut changer d'apparence entre séquences.

T2* combine la décroissance transversale liée à T2 et des déphasages supplémentaires dus aux inhomogénéités de champ ; il est généralement plus court ou égal à T2 dans cette description. Un écho de spin peut refocaliser une partie des déphasages statiques, contrairement à certaines acquisitions en écho de gradient. Les mouvements, les objets métalliques et les variations de susceptibilité peuvent produire des artéfacts. Reconnaître un artéfact évite de transformer une imperfection de mesure en fausse structure anatomique. La distinction entre relaxation transversale et effets d'inhomogénéité est recoupée dans le [cours de cartographie T2 de qMRLab](#).

Exemple : résolution et reconstruction au scanner

Le scanner reconstruit un champ d'atténuation à partir de projections. Un pixel appartient au plan de l'image ; un voxel ajoute une épaisseur et représente un petit volume. Si deux tissus occupent le même voxel, le signal reconstruit peut refléter un mélange, appelé effet de volume partiel. Réduire la taille des voxels améliore potentiellement la séparation, mais peut augmenter le bruit par voxel à quantité d'information comparable.

L'unité Hounsfield utilise l'eau comme référence, avec une écriture simplifiée $HU = 1000(\mu_{\text{tissu}} - \mu_{\text{eau}})/\mu_{\text{eau}}$ pour une même condition d'énergie. Par construction l'eau vaut 0 HU, et l'air est proche de -1000 HU. Les valeurs dépendent du système, de l'énergie et des reconstructions ; une valeur isolée ne suffit pas à identifier toute lésion. Le fenêtrage sélectionne une plage affichée de niveaux et change la visibilité sans créer une nouvelle mesure. Les références de l'eau et de l'air et le principe du volume partiel ont été recoupés dans le [manuel de l'AIEA sur l'assurance qualité PET/CT](#).

Développements et raisonnements

Une image résulte d'un objet et d'une réponse instrumentale

Un point idéal apparaît souvent comme une petite tache étalée. Cette réponse à un point décrit une partie de la résolution spatiale. Deux objets proches peuvent produire deux taches qui se recouvrent. Réduire le pixel d'affichage ne réduit pas nécessairement cet étalement : on peut simplement échantillonner plus finement une information déjà floue. Le zoom numérique agrandit la représentation sans créer de détail physique supplémentaire.

La résolution doit être précisée par direction et par critère. En échographie, résolution axiale et latérale reposent sur des paramètres différents. En scanner, une épaisseur de coupe plus grande augmente le mélange entre structures dans la direction perpendiculaire au plan. Un seul nombre commercial de résolution ne suffit pas à prévoir la visibilité d'un objet donné.

Contraste absolu et contraste sur bruit

La différence de signal $\Delta S = S_1 - S_2$ est un contraste absolu. Un contraste normalisé peut utiliser une division par une référence, selon une convention annoncée. Le rapport contraste sur bruit compare cette différence à une dispersion de bruit appropriée. Une différence numérique de 10 unités peut être facile à voir si le bruit vaut 1 et difficile si le bruit vaut 20.

Quand deux régions ont des bruits indépendants d'écarts-types σ_1 et σ_2 , l'incertitude sur leur différence est racine($\sigma_1^2 + \sigma_2^2$). Si elles partagent une fluctuation commune, une covariance intervient. Les algorithmes de reconstruction peuvent corrélérer le bruit entre pixels ; il ne faut alors pas supposer que multiplier le nombre de pixels d'une moyenne multiplie d'autant l'information indépendante.

Volume partiel et fenêtrage

Un voxel contenant plusieurs tissus peut recevoir une valeur approchée par une moyenne pondérée de leurs contributions dans certains modèles. Une petite structure très contrastée peut ainsi apparaître peu contrastée si elle n'occupe qu'une faible fraction du voxel. La réduction de voxel peut limiter ce mélange, tout en augmentant le bruit lorsque le nombre de photons ou le temps d'acquisition ne compensent pas la perte de signal.

Le fenêtrage transforme les valeurs en niveaux d'affichage. Une fenêtre étroite accentue visuellement de petites différences dans une plage limitée, mais sature les valeurs hors de cette plage. Elle ne modifie ni les mesures originales ni la résolution physique. Un changement d'apparence peut donc venir d'un réglage d'affichage, d'une acquisition ou d'un objet différent : ces explications doivent être séparées.

Atelier de calcul et analyse de sensibilité

Un voxel mélange 25 % d'un tissu à 80 HU et 75 % d'un tissu à 0 HU dans une approximation linéaire. Sa valeur attendue est $0,25 \times 80 + 0,75 \times 0 = 20$ HU. Si la structure n'en occupe plus que 10 %, elle apparaît à 8 HU. La structure peut garder les mêmes propriétés physiques tout en paraissant moins contrastée après un changement de taille de voxel ou de position.

Deux régions ont des moyennes de 120 et 100 unités et chacune un écart-type de bruit de 5 unités, avec indépendance. Le contraste est 20 et l'incertitude sur une différence de deux mesures est racine($25 + 25$) = 7,071, donnant un rapport 2,828. Si chaque moyenne repose sur 16 mesures réellement indépendantes et comparables, l'écart-type de chaque moyenne devient 1,25 et celui de la différence 1,768. Le rapport atteint 11,31. Ce gain disparaît en partie si les échantillons sont fortement corrélés.

Un comptage de 900 photons possède un rapport signal sur bruit idéal de 30. Pour atteindre 60 dans le même modèle, il faut 3600 photons, soit quatre fois plus. En imagerie utilisant des rayonnements ionisants, ce calcul n'autorise pas une augmentation automatique de l'exposition : il décrit seulement un compromis physique. Des choix de reconstruction, de durée ou de paramètres peuvent agir différemment selon la technique.

Approfondissement et contrôle du modèle

Répétition des mesures et corrélation du bruit

Moyenner plusieurs acquisitions indépendantes réduit une partie du bruit aléatoire comme l'inverse de la racine du nombre d'acquisitions. Cette amélioration suppose que l'objet et les paramètres restent stables. Un mouvement ou une dérive peut transformer la moyenne en image floue ou biaisée plutôt qu'en mesure plus fidèle.

Les traitements de lissage créent souvent une dépendance entre pixels voisins. L'écart-type mesuré dans une petite région et le nombre de pixels ne suffisent alors pas à calculer une erreur standard comme si chaque pixel était indépendant. La texture du bruit et la tâche de détection comptent aussi. Un algorithme peut donner une impression de propreté en effaçant des détails faibles ; une validation de qualité d'image doit donc inclure des objets ou tâches connus, pas seulement une appréciation visuelle globale.

Mise à l'épreuve : Lisser améliore un nombre, pas nécessairement l'image

Problème. Trois pixels voisins ont des valeurs 0, 9, 0 et un bruit indépendant d'écart-type 3. On remplace le pixel central par la moyenne des trois. Comparer amplitude du pic et bruit.

Résolution. La valeur centrale devient 3. L'écart-type de la moyenne devient $3/\sqrt{3} = 1,732$. Le rapport amplitude/bruit du pic passe de $9/3 = 3$ à $3/1,732 = 1,732$: malgré une image moins bruitée, ce détail isolé devient moins détectable selon ce critère. Sur une zone uniforme de valeur 9, la moyenne conserverait 9 et améliorerait au contraire ce rapport. L'effet dépend donc de la taille de la structure et de la tâche. Les moyennes de fenêtres voisines partagent en outre des pixels, créant du bruit corrélé.

Réponse ponctuelle et addition des flous

Pourquoi les largeurs ne s'additionnent pas simplement

Si deux étapes indépendantes d'un système linéaire invariant par translation ont des réponses ponctuelles gaussiennes d'écart-types σ_1 et σ_2 , leur convolution est gaussienne de variance $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$. La largeur totale vaut donc $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$, pas $\sigma_1 + \sigma_2$. Cette règle porte sur des gaussiennes et ne se transpose pas automatiquement à une largeur de pic arbitraire.

La largeur à mi-hauteur d'une gaussienne vaut $2\sqrt{(2\ln 2)\sigma^2} \approx 2,355\sigma$. Elle se déduit de $\exp(-x^2/(2\sigma^2)) = 1/2$ aux deux points symétriques. Une largeur n'est pas une distance minimale universelle de séparation : le critère dépend aussi des objets et du contraste recherché.

Exercice : améliorer le bon étage

Un système possède $\sigma_1 = 0,30$ mm et $\sigma_2 = 0,40$ mm. Le flou total est $\sigma = 0,50$ mm, soit une largeur à mi-hauteur de 1,177 mm. Si le second étage est amélioré à 0,20 mm, σ devient $\sqrt{0,13} = 0,3606$ mm, soit 0,8490 mm à mi-hauteur. Le gain est réel, mais n'est pas égal au seul gain de 0,20 mm du second étage.



Échantillonnage et résolution ne sont pas synonymes

Des pixels plus petits peuvent mieux échantillonner un flou déjà présent ; ils ne le suppriment pas. Une interpolation ajoute des points calculés entre des mesures, sans constituer de nouvelles observations indépendantes. À signal total fixé, répartir l'information sur davantage de petits pixels peut aussi dégrader le signal par pixel et changer le bruit.

Exercice critique. Une image passe de 256 à 1024 pixels de côté par interpolation, à champ identique. Peut-on annoncer une résolution physique quadruplée ? **Non.** La grille affichée a changé ; il manque une acquisition apportant des fréquences spatiales nouvelles ou une restauration justifiée et validée. Le modèle instrumental et le bruit déterminent ce qu'on peut inférer.

Une déconvolution idéale diviserait les composantes spatiales par la réponse du système. Lorsque celle-ci devient très faible, cette division amplifie le bruit ; lorsqu'elle est nulle, l'information correspondante n'est pas identifiée de façon unique. La régularisation ajoute des hypothèses et un compromis, pas une restitution certaine de détails perdus.

Schéma de raisonnement

Déterminants de la visibilité d'une structure

Contraste propre

Taille et résolution

Bruit

Reconstruction et affichage

Détectabilité

Repères complémentaires, sans séquence causale

La détectabilité dépend aussi de l'observateur et de la tâche. Le schéma évite de réduire la qualité d'image au seul nombre de pixels.

Exercices progressifs

1. Dans un comptage de Poisson, N passe de 100 à 400. Comment varie le rapport signal sur bruit idéal ?
2. Pour une impulsion ultrasonore de longueur spatiale 1 mm, quelle résolution axiale élémentaire ?
3. Une petite structure remplit seulement une fraction d'un voxel. Quel effet peut diminuer son contraste apparent ?
4. Un voxel contient 40 % d'un tissu à 50 HU et 60 % à -100 HU. Valeur moyenne du modèle ?
5. Diviser le bruit par trois à signal constant multiplie le rapport signal sur bruit par combien ?

6. Un agrandissement numérique double la largeur d'un objet à l'écran. Sa résolution physique est-elle doublée ?

Corrections argumentées

1. Il passe de $\sqrt{100} = 10$ à $\sqrt{400} = 20$: il double. Le nombre de photons a été multiplié par quatre.
2. Environ 0,5 mm dans ce modèle, car les échos effectuent un aller-retour. Cette estimation ne résume pas toute la résolution de l'appareil.
3. Le volume partiel mélange sa contribution à celle des tissus voisins dans le même voxel. La structure réelle peut être plus contrastée que sa représentation.
4. $0,40 \times 50 + 0,60 \times (-100) = -40$ HU. Les valeurs négatives doivent conserver leur signe.
5. Par trois. Dans un modèle de Poisson pur, obtenir ce gain en augmentant seulement les comptes demanderait neuf fois plus de comptes.
6. Non. L'interpolation ajoute des points d'affichage sans ajouter de mesures indépendantes. Une meilleure lisibilité n'équivaut pas à une meilleure résolution intrinsèque.

Références et portée

- Source 1 : www-pub.iaea.org
- Source 2 : qmrlab.org

Sources consultées le 1er octobre 2026 pour les notions signalées. Développements, situations et calculs pédagogiques OSSIK ; données fictives. La concordance complète avec les supports universitaires de l'année et la relecture scientifique humaine restent à réaliser. Les modèles biomédicaux ne fournissent aucune décision thérapeutique individuelle.