

# Physique : électricité, magnétisme et signaux

## OSSIK · COURS 11-02 · LE CORRIGÉ · RÉVISION 0.5

PASS - majeure santé - classement d'après la maquette publique de Paris Cité, sans lien avec l'université. Cours original rédigé avec une IA. Le cours de ta faculté fait foi.

### Sommaire du cours

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| Partie 1 · Électrostatique : charges, champ, potentiel et dipôles | 1  |
| Partie 2 · Champs électriques, circuits et condensateurs          | 7  |
| Partie 3 · Champ magnétique, force de Lorentz et induction        | 14 |
| Partie 4 · Instrumentation, filtrage et acquisition des signaux   | 19 |

## Partie 1 · Électrostatique : charges, champ, potentiel et dipôles

### 1. Objet et conventions

Ce cours construit les outils que le chapitre 11-02, partie 2 emploie pour les circuits. Une charge crée un champ ; ce champ exerce une force sur une autre charge ; le potentiel permet de calculer un transfert d'énergie. Ces trois objets ne sont pas interchangeables. L'électrostatique suppose des distributions de charges immobiles à l'échelle étudiée. Elle n'explique pas, à elle seule, les courants variables et l'induction du cours 11-02, partie 3.

On travaille d'abord dans le vide avec  $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ , pris égal à  $8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$  pour les exercices. La charge élémentaire positive vaut exactement  $1,602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$  dans le SI ; la charge d'un électron est son opposé. Une charge positive correspond à un déficit d'électrons dans de nombreux objets usuels, et non à la création nécessaire de protons mobiles. Charge et masse se conservent selon des bilans distincts. Un coulomb est une quantité de charge ; un ampère est un coulomb transféré par seconde.

Les signes doivent être inscrits avant le calcul. Pour un point source S et un point d'observation M, le vecteur unitaire  $\mathbf{u}_{SM}$  va de S vers M. La norme  $r = SM$  est positive. Un résultat vectoriel doit préciser ses composantes, ou sa norme accompagnée d'une direction et d'un sens. Écrire uniquement « 100 N/C » ne donne pas un champ complet.

### 2. Loi de Coulomb et superposition

Le champ d'une charge ponctuelle q placée en S est  $E(M) = kq \mathbf{u}_{SM}/r^2$ . La force sur une charge test Q vaut  $F = QE$ . Une charge test négative subit donc une force opposée au champ. Le champ existe comme description de la source, même sans charge test ; si celle-ci perturbe fortement les sources, le modèle de champ imposé n'est plus approprié.

Deux charges de même signe se repoussent et deux charges de signes opposés s'attirent. Les forces réciproques ont même norme et sens opposés, mais agissent sur deux objets différents. Leurs effets ne s'annulent pas dans le bilan d'un seul objet. La dépendance en  $r^{-2}$  implique qu'un doublement de distance divise la norme par quatre.

Pour plusieurs sources,  $E_{\text{total}}$  est la somme vectorielle des champs. Les potentiels, eux, s'additionnent algébriquement. Deux sources identiques positives à gauche et à droite d'un point médian y produisent des champs opposés et un champ nul ; leurs potentiels y sont positifs et s'ajoutent si la référence est prise à l'infini. « Champ nul » n'implique donc pas « potentiel nul ». Cette différence est essentielle pour comprendre les surfaces équipotentielles.

### 3. Du travail au potentiel

Dans une distribution électrostatique, le travail du champ pour déplacer Q de A à B vaut  $Q(V_A - V_B)$ . On définit l'énergie potentielle  $U = QV$ , à une constante près lorsque Q est fixée. Pour une charge ponctuelle isolée,  $V(r) = kq/r$  avec V nul à l'infini. Le potentiel s'exprime en volts, soit J/C. Le champ a l'unité  $N/C = V/m$ .

Sur un déplacement infinitésimal,  $dV = -E \cdot dl$ . En une dimension  $E_x = -dV/dx$  : le champ pointe vers les potentiels décroissants. Une charge positive laissée libre peut convertir une baisse d'énergie potentielle en énergie cinétique ; une charge négative a le comportement énergétique inverse par rapport au potentiel V. La formule  $\Delta E_c = -Q\Delta V$  suppose que seule la force électrique travaille et que le modèle classique convient.

Un électron soumis à une différence de potentiel de 100 V peut gagner 100 eV d'énergie cinétique, soit  $1,602 \times 10^{-17}$  J. Le signe de  $\Delta V$  doit être choisi pour rendre ce gain positif : pour l'électron Q est négatif. Un électronvolt est une énergie, pas une tension. Dans les applications biologiques, une différence de potentiel ne décrit pas toute la force motrice : un gradient de concentration ajoute une contribution chimique, étudiée en 12-01, partie 3.

### 4. Équipotentielles et conducteurs

Sur une équipotentielle,  $dV = 0$  pour les déplacements tangents : le champ lui est orthogonal lorsqu'il est non nul. Une charge déplacée le long de cette surface ne reçoit aucun travail électrique net. Cela ne signifie pas qu'aucune force mécanique supplémentaire ne soit nécessaire pour imposer sa trajectoire.

Dans un conducteur à l'équilibre électrostatique, les charges libres se sont redistribuées jusqu'à annuler le champ à l'intérieur du matériau conducteur. Le potentiel y est constant. Un champ interne permanent ferait bouger les charges et contredirait l'équilibre. Les excès de charge résident à la surface du conducteur idéal ; la distribution dépend de la géométrie et des objets proches. Il ne faut pas appliquer cette conclusion à l'intérieur d'un isolant ni à un conducteur parcouru par un courant ohmique permanent.

Une enceinte conductrice peut protéger sa cavité de champs extérieurs dans les conditions électrostatiques appropriées, mais cette propriété n'est pas une protection universelle contre tous les champs magnétiques et toutes les fréquences. Les ouvertures, connexions et régimes temporels changent le problème.



## 5. Flux et théorème de Gauss

Le flux électrique à travers une surface fermée orientée vers l'extérieur est  $\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ . Le théorème de Gauss donne  $\Phi = Q_{\text{int}}/\epsilon_0$  dans le vide. Il relie un flux à la charge enfermée, pas directement la valeur locale du champ à cette charge. Des charges extérieures peuvent produire un champ non nul sur la surface tout en ayant un flux total nul à travers elle.

Pour une charge centrale et une sphère de rayon  $r$ , la symétrie impose un champ radial de même norme partout. Le flux devient  $E \times 4\pi r^2$  ; on retrouve  $E = q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$ . Le choix de la surface sphérique rend le calcul simple parce qu'il exploite une symétrie réelle. Pour une distribution arbitraire, Gauss reste vrai mais ne permet pas toujours de sortir  $E$  de l'intégrale.

Pour un plan infini uniformément chargé de densité surfacique  $\sigma$ , une petite boîte traversant le plan reçoit le flux par ses deux faces :  $2ES = \sigma S/\epsilon_0$ , donc  $E = \sigma/(2\epsilon_0)$ . La formule représente un plan idéal infini. Entre deux plans opposés portant  $+\sigma$  et  $-\sigma$ , les champs s'ajoutent et valent  $\sigma/\epsilon_0$  ; à l'extérieur, ils se compensent dans cette idéalisation. Les bords d'un condensateur réel introduisent des écarts.

## 6. Condensateur plan : géométrie et énergie

Entre plaques proches de surface  $S$  et séparées par  $d$  dans le vide, loin des bords,  $E \approx U/d$  et  $Q = \epsilon_0 S U/d$ . La capacité  $C = Q/U$  vaut  $\epsilon_0 S/d$ . Son unité est le farad, C/V. Augmenter la surface augmente la charge stockable pour une même tension ; augmenter l'écartement diminue la capacité.

Charger progressivement le condensateur exige le travail élémentaire  $dW = V(q)dq = q dq/C$ . Son intégrale de 0 à  $Q$  donne  $W = Q^2/(2C) = CU^2/2$ . Le facteur un demi vient du fait que la tension monte de zéro à  $U$  pendant la charge. Multiplier simplement la charge finale par la tension finale surestime ce travail d'un facteur deux.

Un diélectrique linéaire homogène remplace  $\epsilon_0$  par  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  dans ce modèle. Il faut dire si la tension ou la charge est maintenue : l'insertion à tension imposée augmente  $Q$  ; l'insertion à charge isolée diminue  $U$ . Une membrane réelle comporte des protéines, pertes conductrices et interfaces ; la capacité plane fournit une approximation utile, sans être sa description moléculaire complète.

## 7. Dipôle et polarisation

Un dipôle élémentaire associe deux charges  $-q$  et  $+q$  séparées par le vecteur  $\mathbf{a}$  orienté du négatif vers le positif. Son moment dipolaire est  $\mathbf{p} = q\mathbf{a}$ , en C·m. Dans un champ uniforme, les forces se compensent en translation, mais elles peuvent produire un couple  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$ . L'énergie est  $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$  : l'orientation parallèle minimise l'énergie et l'orientation antiparallèle la maximise dans ce modèle.

Un champ non uniforme peut également exercer une force résultante sur le dipôle. Dire « objet neutre donc aucune action électrique » est faux : neutralité totale et répartition spatiale des charges répondent à deux questions différentes. La polarisation d'une molécule ou d'un matériau modifie sa réponse au champ, mais le modèle de dipôle ponctuel exige que la distance d'observation soit grande devant la séparation des charges.



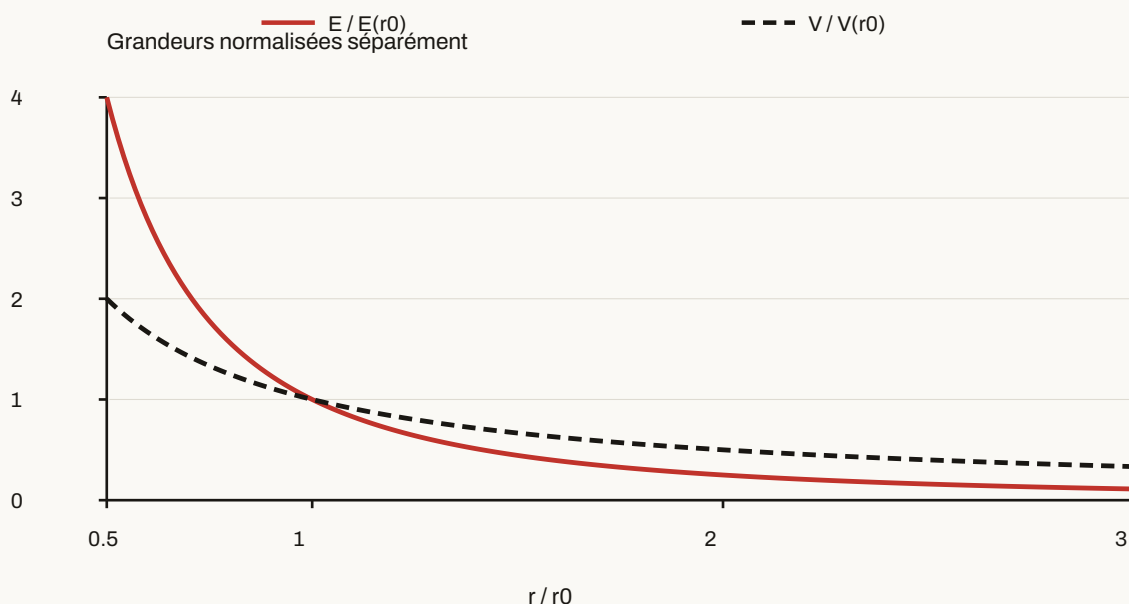
## 8. Méthode et pièges

Choisir les sources et le milieu, fixer les axes, exploiter la symétrie, calculer puis contrôler les limites. À grande distance, une distribution de charge nette non nulle est dominée par son terme de charge totale ; une distribution neutre peut avoir un premier terme dipolaire. Le champ d'un dipôle décroît plus vite que celui d'une charge isolée. Confondre ces dépendances conduit à de mauvaises extrapolations.

La loi ponctuelle diverge en  $r = 0$  : ce point ne fait pas partie du domaine du modèle. À l'échelle microscopique, les hypothèses classiques et continues doivent être examinées. Aucune des valeurs des exercices n'est un seuil de sécurité électrique ni une consigne d'utilisation d'un dispositif médical.

### Lecture visuelle : Champ électrique et potentiel : deux décroissances différentes

#### Charge ponctuelle positive : champ et potentiel



Potentiel nul à l'infini ; même  $r_0$ . Le champ est radial,  $V$  est scalaire.

Charge ponctuelle positive dans un milieu homogène ; potentiel choisi nul à l'infini. Les ordonnées sont normalisées séparément :  $E/E(r_0) = (r_0/r)^2$  et  $V/V(r_0) = r_0/r$ . Les courbes comparent leurs variations relatives, sans rendre leurs unités physiques identiques. Le champ est un vecteur radial, le potentiel un scalaire.

#### Question de lecture

À une distance double de  $r_0$ , quelles fractions du champ et du potentiel restent présentes ?

#### Correction de lecture

$E(2r_0)/E(r_0) = 1/4$  et  $V(2r_0)/V(r_0) = 1/2$ . Une décroissance du potentiel en  $1/r$  est cohérente avec sa dérivée radiale, qui donne un champ en  $1/r^2$ .

## Démonstration complémentaire : potentiel d'un dipôle à grande distance

Plaçons  $-q$  et  $+q$  de part et d'autre d'un même centre, séparées d'une distance  $a$ . À une distance  $r$  très grande devant  $a$ , les distances aux deux charges diffèrent approximativement de  $a \cos \theta$ , où  $\theta$  est mesuré depuis l'axe du dipôle. En développant les inverses des distances au premier ordre en  $a/r$ , les termes  $kq/r$  se compensent parce que la charge totale est nulle. Il reste un potentiel proportionnel à  $kqa \cos \theta / r^2$ , soit  $k_p \cos \theta / r^2$ .

Cette annulation explique pourquoi le potentiel dipolaire décroît plus vite que celui d'une charge isolée. Prendre son gradient apporte une puissance supplémentaire de distance : le champ dipolaire décroît en ordre de grandeur comme  $r^{-3}$ . On ne doit pas utiliser la formule d'une charge nette non nulle en remplaçant simplement  $q$  par zéro : cela ferait disparaître toute l'information sur la séparation spatiale.

**Question supplémentaire.** Le potentiel d'un dipôle est nul dans son plan médian équatorial. Son champ y est-il nécessairement nul ? **Réponse.** Non. Une valeur locale de potentiel nulle n'impose pas une dérivée nulle. Les deux charges produisent en ce plan un champ dont certaines composantes se compensent mais dont les composantes parallèles à l'axe s'ajoutent avec un sens défini.

Cette approximation à grande distance possède un petit paramètre identifiable,  $a/r$ . Près d'une charge du dipôle, elle n'est plus adaptée ; il faut sommer les deux expressions ponctuelles complètes. Comparer le modèle approché à ses conditions géométriques est plus utile que de mémoriser des puissances sans savoir à quelle distribution elles correspondent.

## 9. Exercices progressifs

1. Une charge  $+2,0 \text{ nC}$  est observée à  $3,0 \text{ cm}$ . Calculer  $E$  puis la force sur  $-1,0 \text{ nC}$ .
2. Deux charges  $+1,0 \text{ nC}$  sont à  $x = -1,0 \text{ cm}$  et  $+1,0 \text{ cm}$ . Calculer  $E$  et  $V$  au milieu.
3. Une charge  $+3,0 \text{ nC}$  passe de  $20 \text{ V}$  à  $5 \text{ V}$ . Quel travail reçoit-elle du champ ?
4. Une surface fermée entoure  $-2,0 \text{ nC}$ . Quel est le signe du flux ? Permet-il de connaître le champ partout ?
5. Des plaques de  $10 \text{ cm}^2$  séparées de  $0,10 \text{ mm}$  sont dans le vide. Prendre  $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ . Calculer  $C$ , puis l'énergie à  $100 \text{ V}$ .
6. On insère  $\epsilon_r = 4$  sans modifier la géométrie. Comparer capacité, tension et énergie selon que le condensateur reste connecté à une source idéale de  $100 \text{ V}$  ou est isolé après sa charge.
7. Un dipôle de moment  $2,0 \times 10^{-29} \text{ C}\cdot\text{m}$  est perpendiculaire à un champ de  $10^5 \text{ V/m}$ . Calculer la norme du couple. Est-elle maximale ?
8. Une charge extérieure est proche d'une sphère fermée sans charge intérieure. Discuter « flux nul implique champ nul ».

## 10. Corrections raisonnées

1. Convertir 3 cm en 0,03 m :  $E = 8,99 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9} / 0,03^2 = 1,998 \times 10^4 \text{ N/C}$ , radial sortant.  $F = QE$  a pour norme  $1,998 \times 10^{-5} \text{ N}$  et pointe vers la source positive. Le signe négatif de  $Q$  inverse le sens.
2. Chaque champ vaut  $8,99 \times 10^4 \text{ N/C}$  et ils sont opposés, donc  $E_{\text{total}} = 0$ . Chaque potentiel vaut 899 V ;  $V_{\text{total}} = 1798 \text{ V}$  avec origine à l'infini. Ce cas distingue annulation vectorielle et somme scalaire.
3.  $W = Q(V_A - V_B) = 3 \times 10^{-9} \times 15 = 45 \text{ nJ}$ . L'énergie potentielle baisse de 45 nJ. Le travail est positif pour une charge positive allant vers le potentiel inférieur.
4. Le flux est négatif :  $Q_{\text{int}}/\epsilon_0$ . Des lignes entrantes dominent le bilan orienté. Sans géométrie ou symétrie, on ne connaît ni les normes locales ni les directions détaillées.
5.  $S = 10^{-3} \text{ m}^2$  et  $d = 10^{-4} \text{ m}$ .  $C = 8,854 \times 10^{-11} \text{ F} = 88,54 \text{ pF}$ .  $W = CU^2/2 = 4,427 \times 10^{-7} \text{ J}$ . Le facteur  $\text{cm}^2$  ne se convertit pas comme un centimètre.
6. La capacité devient  $4C$ . À tension imposée,  $Q$  devient  $4Q$  et l'énergie stockée  $4W$  ; la source échange de l'énergie. À charge conservée,  $U$  devient  $U/4$  et  $W$  devient  $W/4$ . Les deux scénarios ne peuvent pas être mélangés dans un même bilan.
7.  $\tau = pE \sin 90^\circ = 2,0 \times 10^{-24} \text{ N}\cdot\text{m}$ . La norme est maximale pour cette orientation, mais le dipôle n'y est pas à l'équilibre stable. L'orientation stable parallèle a un couple nul.
8. Le champ de la charge extérieure traverse la sphère ; les contributions entrantes et sortantes se compensent dans le flux. Le champ local peut rester non nul partout. Gauss est une relation intégrale.

## Références et portée

OpenStax, champ et charges ; OpenStax, loi de Gauss ; BIPM, Brochure SI. Repérage local : la page publique [A2SUP, examens blancs](#), consultée le 2 octobre 2026, mentionne l'électrostatique dans un programme partiel. Elle ne certifie ni l'exhaustivité de ce cours ni chaque formule exigible à l'université. Calculs et exercices originaux ; hypothèses pédagogiques explicites.

## Partie 2 · Champs électriques, circuits et condensateurs

Pour construire les outils électrostatiques avant les circuits, voir 11-02, partie 1 : Coulomb, potentiel, Gauss et dipôles. L'induction et les champs magnétiques sont développés séparément en 11-02, partie 3.

### Prérequis et objectifs

Savoir résoudre une équation simple et une décroissance exponentielle. Distinguer charge électrique, courant et tension.

À l'issue de ce cours, vous devez pouvoir :

- Relier champ, potentiel et énergie électrique.
- Analyser résistances et condensateurs.
- Résoudre la charge d'un circuit RC.

### Fondements du thème

#### Charges, champ et potentiel

Deux charges ponctuelles dans un milieu homogène exercent une force de norme proportionnelle à  $|q_1 q_2|/r^2$ . Le champ électrique  $E$  est la force par unité de charge test positive ; son unité peut s'écrire N/C ou V/m. La différence de potentiel correspond à une différence d'énergie potentielle électrique par charge. Une charge positive abandonnée dans un champ tend à diminuer son énergie potentielle ; une charge négative se déplace dans le sens opposé à la force sur une charge positive.

Le courant  $I = dq/dt$  mesure un débit de charges en ampères. La convention du courant suit le déplacement de charges positives, même lorsqu'un métal conduit par déplacement d'électrons. La tension se mesure entre deux points ; un potentiel isolé dépend du choix d'une référence. Dans un conducteur ohmique,  $U = RI$ . La résistance d'un conducteur homogène vaut  $\rho_e L/S$ , où  $\rho_e$  est la résistivité électrique, différente de la masse volumique.

#### Réseaux et dynamique RC

La loi des nœuds traduit la conservation de la charge : la somme des courants entrants égale celle des courants sortants en régime usuel. La loi des mailles traduit le bilan des tensions dans un circuit à constantes localisées, hors effets inductifs externes non pris en compte. Les résistances en série s'additionnent ; en parallèle,  $1/R_{eq} = \text{somme des } 1/R_i$ . La puissance dissipée vaut  $UI = RI^2 = U^2/R$  pour une résistance ohmique.

Un condensateur stocke des charges opposées sur deux armatures :  $q = CU$  et énergie  $E = CU^2/2$ . Pour des plaques planes idéales,  $C = \epsilon S/d$ . Une membrane lipidique mince séparant deux milieux conducteurs est modélisable par une capacité, complétée par des conductances ioniques. Le modèle électrique ne signifie pas que tous les ions traversent librement la membrane.

Dans un circuit RC simple, la constante de temps  $\tau = RC$  a l'unité seconde. Lors d'une charge depuis zéro sous un échelon  $U_0$ ,  $U_C = U_0[1 - \exp(-t/\tau)]$ . Après  $\tau$ , la charge atteint environ 63 % de sa valeur finale ; pendant une décharge, il reste environ 37 %. À cinq constantes de temps, l'écart à l'état final est inférieur à 1 %, dans ce modèle idéal.

## Développements et raisonnements

### Charge, courant et différence de potentiel

Le courant  $I = dq/dt$  est le débit de charge traversant une section selon une orientation choisie. Un courant de 2 mA pendant 3 s transporte 6 mC si sa valeur reste constante. La différence de potentiel exprime une variation d'énergie potentielle par unité de charge. Pour une charge  $q$ ,  $\Delta E_p = q\Delta V$  ; le signe de  $q$  compte. Un électron et un ion positif n'évoluent donc pas spontanément dans le même sens sous un champ électrique identique.

Dans un champ uniforme dirigé de A vers B,  $V_B - V_A = -E \cdot AB$ . Le champ pointe vers les potentiels décroissants. La tension est une différence entre deux points, tandis que le potentiel de référence peut être choisi arbitrairement. Relier un circuit à la masse fixe une référence de calcul ; cela ne signifie pas que cette borne soit dépourvue de charges ou de courant.

### Conservation et associations

La loi des nœuds exprime la conservation de la charge dans le modèle sans accumulation au nœud : somme des courants entrants égale somme des sortants. La loi des mailles traduit un bilan des différences de potentiel. Des résistances en série portent le même courant ; leurs tensions s'additionnent. En parallèle, elles partagent une tension commune et leurs courants s'additionnent. Confondre ces critères géométriques conduit à des associations erronées.

La puissance reçue par un dipôle est  $UI$  en convention récepteur. Pour une résistance ohmique, elle vaut  $RI^2 = U^2/R$ , toujours positive si  $R$  est positive. L'effet Joule convertit l'énergie électrique en agitation thermique. Un condensateur idéal stocke une énergie  $q^2/(2C)$ , que l'on retrouve en intégrant  $V dq$  avec  $V = q/C$ . La tension ne peut pas changer instantanément sous un courant fini :  $I = C dV/dt$ .

### Construire la solution RC

Un générateur  $E$  charge un condensateur initialement déchargé au travers de  $R$ . La maille donne  $E = RI + U_c$ . En remplaçant  $I$  par  $C dU_c/dt$ , on obtient  $RC dU_c/dt + U_c = E$ . La solution  $U_c = E[1 - \exp(-t/RC)]$  respecte  $U_c(0) = 0$  et  $U_c(\text{infini}) = E$ . La constante de temps  $RC$  est un temps, car  $\Omega \times F = s$ .

| Élément               | Relation constitutive idéale | Limite du modèle                        |
|-----------------------|------------------------------|-----------------------------------------|
| Résistance            | $U = RI$                     | Température ou non-linéarité            |
| Condensateur          | $q = CU$                     | Fuite et capacité dépendante du milieu  |
| Générateur de tension | Tension imposée              | Résistance interne et puissance limitée |
| Voltmètre             | Mesure une tension           | Courant d'entrée non nul                |

Une membrane possède des propriétés capacitatives et conductrices, mais un circuit RC passif ne reproduit pas les canaux dépendants du voltage. Il permet d'étudier un filtrage et une relaxation, pas de déduire tout le potentiel d'action.



## Atelier de calcul et analyse de sensibilité

Prenons  $E = 10 \text{ V}$ ,  $R = 100 \text{ k}\Omega$  et  $C = 2 \text{ }\mu\text{F}$ . La constante de temps est  $0,20 \text{ s}$ . À  $t = 0,20 \text{ s}$ ,  $U_c = 10(1 - e^{-1}) = 6,321 \text{ V}$ . Le courant initial est  $E/R = 100 \text{ }\mu\text{A}$  ; à une constante de temps, il vaut  $36,79 \text{ }\mu\text{A}$ . La tension monte tandis que le courant décroît : les deux courbes ne doivent pas être confondues.

Pour atteindre 90 % de la tension finale, résoudre  $0,90 = 1 - \exp(-t/0,20)$  donne  $t = 0,20 \ln 10 = 0,4605 \text{ s}$ . Atteindre exactement 100 % demanderait un temps infini dans ce modèle. En pratique, on définit une tolérance compatible avec le bruit et la résolution de mesure. L'énergie finale stockée est  $CE^2/2 = 100 \text{ }\mu\text{J}$ . Le générateur a fourni  $CE^2 = 200 \text{ }\mu\text{J}$  durant la charge idéale ; la moitié a été dissipée dans  $R$ .

Deux résistances de  $100 \text{ k}\Omega$  en parallèle donnent  $50 \text{ k}\Omega$ . Avec le même condensateur, la constante de temps devient  $0,10 \text{ s}$  et le courant initial double. La tension finale reste  $10 \text{ V}$  si le générateur impose toujours cette tension. Modifier la vitesse de réponse ne modifie donc pas automatiquement son amplitude finale. Cette séparation entre transitoire et état stationnaire est utile pour interpréter un circuit de mesure.

## Approfondissement et contrôle du modèle

### Polarité, énergie et mesure d'une capacité

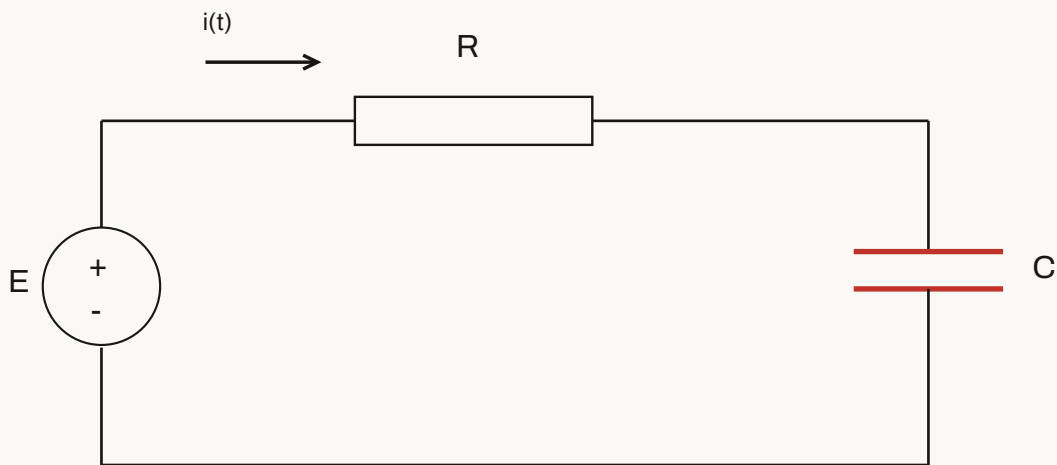
L'énergie d'un condensateur dépend de  $U^2$  : inverser sa polarité conserve cette énergie dans le modèle idéal, tout en inversant les charges des armatures. La charge totale du dipôle peut rester nulle parce qu'il porte  $+q$  d'un côté et  $-q$  de l'autre. Cela ne signifie pas absence de champ entre les armatures.

Pour une capacité plane  $C = \epsilon S/d$ , augmenter la surface augmente la charge stockée à tension donnée ; augmenter la distance la réduit. À charge fixée, les conséquences sur tension et énergie diffèrent de celles obtenues à tension fixée. Il faut donc annoncer si le condensateur reste relié au générateur ou s'il a été isolé. Cette distinction est analogue à celle entre débit et pression imposés dans un réseau hydraulique : les mêmes paramètres physiques peuvent répondre différemment selon la contrainte extérieure.

Une capacité biologique effective regroupe une géométrie complexe. Elle aide à prédire une réponse électrique globale, mais ne fournit pas à elle seule l'épaisseur réelle de chaque zone membranaire.

## Lecture visuelle : Circuit RC série : charger un condensateur

### Circuit RC série : charger un condensateur



Loi des mailles :  $E = R i + u_C$  ;  $i = C \frac{du_C}{dt}$

Échelon appliqué à  $t = 0$  ; condensateur initialement déchargé.

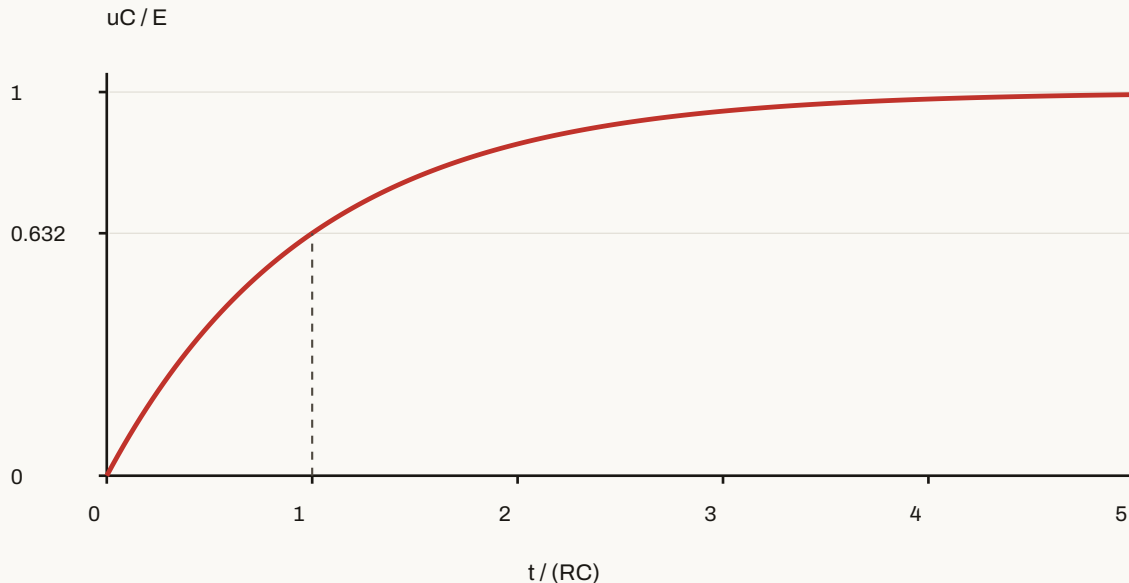
Un échelon  $E$  est appliqué au RC série à  $t = 0$ , avec condensateur initialement déchargé. Le courant indiqué entre par l'armature de référence positive ; la loi des mailles donne  $E = R i + u_C$  et  $i = C \frac{du_C}{dt}$ . Résistance et condensateur sont idéaux.

**Question de lecture.** Que valent le courant initial et le courant à temps très long ?

**Correction.** Au début,  $u_C = 0$  donc  $i = E/R$ . À l'équilibre de charge,  $u_C$  tend vers  $E$  et  $i$  tend vers zéro. Le condensateur stocke une charge, sans conduire un courant continu à travers son diélectrique idéal.

## Lecture visuelle : Charge RC : une constante de temps donne 63,2 %

### Charge RC : une constante de temps donne 63,2 %



La solution du problème de charge est  $u_C/E = 1 - \exp(-t/RC)$ . À  $t = RC$ , la tension atteint environ 63,2 % de sa limite. La droite pointillée marque cette constante de temps ; elle ne correspond pas à une demi-vie.

**Question de lecture.** À quel temps la tension atteint-elle la moitié de sa limite ?

**Correction.** Résoudre  $1 - \exp(-t/RC) = 0,5$  donne  $t = RC \ln 2 \approx 0,693 RC$ . Constante de temps et temps de demi-charge différent.

## Mise à l'épreuve : Retrouver la capacité à partir d'une décharge

**Problème.** Un condensateur se décharge dans  $R = 200 \text{ k}\Omega$ . La tension passe de 8,0 à 2,0 V en 0,40 s. Estimer  $C$  avec le modèle idéal.

**Résolution.**  $U(t)/U_0 = \exp(-t/RC)$ , donc  $RC = 0,40/\ln 4 = 0,28854 \text{ s}$  et  $C = 1,443 \text{ }\mu\text{F}$ . Le rapport divisé par quatre correspond à deux demi-vies, pas à quatre constantes de temps. Une troisième mesure doit être compatible avec la même droite  $\ln(U/U_0)$  en fonction du temps. Si le voltmètre ajoute un offset stable de 0,50 V, il faut d'abord le soustraire : le logarithme des valeurs brutes ne donne plus une droite exacte. Un mauvais ajustement peut alors venir de l'instrument plutôt que du condensateur.



## Schéma de raisonnement

### Charge d'un condensateur

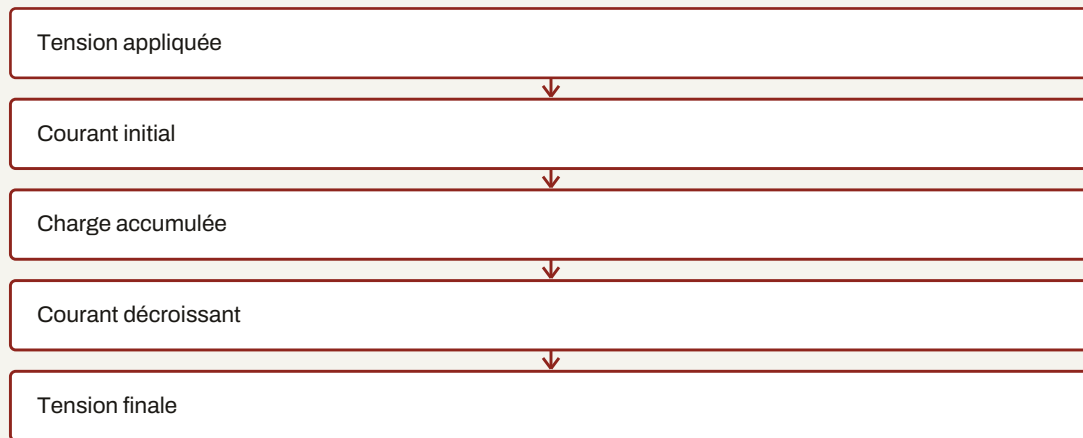


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Le modèle suppose un générateur idéal, une résistance linéaire et un condensateur sans fuite. À long terme, une fuite modifierait la tension finale et maintiendrait un courant.

### Exercices progressifs

1. Deux résistances de  $100\ \Omega$  en parallèle ?
2.  $R = 2\ \text{M}\Omega$ ,  $C = 5\ \text{nF}$  :  $\tau$  ?
3. Le champ est  $200\ \text{V/m}$  et  $q = -2\ \text{nC}$ .
4. Trois résistances de  $6\ \text{k}\Omega$  sont associées en parallèle. Résistance équivalente ?
5. Un condensateur de  $5\ \mu\text{F}$  porte  $20\ \mu\text{C}$ . Tension et énergie ?
6. Dans une décharge RC, quelle fraction de tension reste après trois constantes de temps ?

### Corrections argumentées

1.  $R_{\text{eq}} = 50\ \Omega$ . En série elles donneraient  $200\ \Omega$ .
2.  $2 \times 10^6 \times 5 \times 10^{-9} = 0,010\ \text{s} = 10\ \text{ms}$ .
3. La force vaut  $qE$  ; sa norme est  $4 \times 10^{-7}\ \text{N}$ , dans le sens opposé au champ.
4.  $1/R_{\text{eq}} = 3/6000$ , donc  $R_{\text{eq}} = 2000\ \Omega$ . La résistance équivalente est inférieure à chacune des branches.
5.  $U = q/C = 4\ \text{V}$  et énergie =  $CU^2/2 = 40\ \mu\text{J}$ . La charge et la capacité doivent être converties avec le même soin.
6.  $\exp(-3) = 0,04979$ , soit environ 4,98 %. Le seuil « presque déchargé » dépend de la tolérance retenue.



## Références et portée

- Source 1 : [openstax.org](https://openstax.org)
- Source 2 : [www.bipm.org](https://www.bipm.org)

Sources consultées le 1er octobre 2026 pour les notions signalées. Développements, situations et calculs pédagogiques OSSIK ; données fictives. La concordance complète avec les supports universitaires de l'année et la relecture scientifique humaine restent à réaliser. Les modèles biomédicaux ne fournissent aucune décision thérapeutique individuelle.



## Partie 3 · Champ magnétique, force de Lorentz et induction

### 1. Distinguer les champs électrique et magnétique

Le champ électrique  $E$  se définit par son action sur une charge, même au repos. Le champ magnétique  $B$  agit sur une charge en mouvement par une force dépendant de la vitesse. Dans le modèle classique,  $F = q(E + v \times B)$ . La vitesse est celle de la charge dans le référentiel choisi. Le produit vectoriel est perpendiculaire à  $v$  et  $B$  ; il faut connaître leur orientation, pas seulement leurs normes.

$B$  s'exprime en teslas, équivalents à  $N/(A \cdot m)$ . Le champ magnétique n'est pas une force ; sa valeur seule ne fournit pas la trajectoire d'une particule sans connaître charge, masse, vitesse et autres interactions. Les courants électriques créent des champs magnétiques. Les aimants permanents ont aussi une origine microscopique liée aux propriétés magnétiques de la matière.

Nous utilisons des géométries idéales, des vitesses non relativistes et, sauf indication contraire, un milieu assimilé au vide. Les exemples ne décrivent ni un protocole d'IRM ni la compatibilité d'un implant. Les risques mécaniques et électromagnétiques d'un appareil réel nécessitent ses règles professionnelles propres.

### 2. Sens et travail de la force magnétique

La norme de la partie magnétique est  $|q|vB \sin \theta$ , avec  $\theta$  angle entre  $v$  et  $B$ . Elle est nulle lorsque la vitesse est parallèle au champ et maximale lorsqu'elle est perpendiculaire. Le sens de  $v \times B$  se détermine par l'orientation du repère direct ; une charge négative inverse ensuite ce sens.

La puissance magnétique sur une charge ponctuelle vaut  $q(v \times B) \cdot v = 0$ . Un champ magnétique statique ne modifie donc pas directement l'énergie cinétique de cette charge par cette force, même s'il courbe sa trajectoire. Cela ne signifie pas qu'un dispositif comportant un aimant ne puisse transférer aucune énergie : des champs électriques induits, sources et pièces mobiles peuvent intervenir.

Une force perpendiculaire à la vitesse explique une accélération sans changement de norme de la vitesse. Cette situation reprend le mouvement circulaire du cours 11-01, partie 2 et évite de confondre « vitesse constante en norme » avec « accélération nulle ».

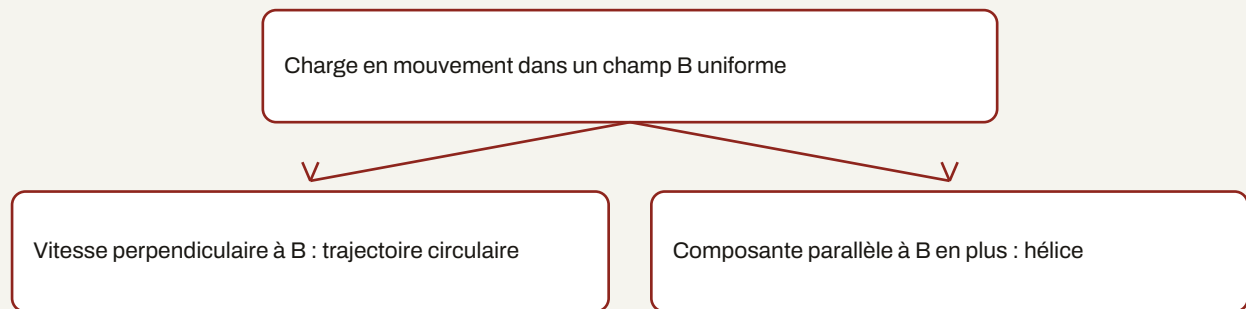
### 3. Trajectoire circulaire et hélicoïdale

Si  $v$  est perpendiculaire à un champ  $B$  uniforme et qu'aucune autre force n'intervient,  $|q|vB = mv^2/r$ . Le rayon vaut  $r = mv/(|q|B)$ . La pulsation cyclotron non relativiste est  $\omega_c = |q|B/m$ , et la période  $2\pi m/(|q|B)$ . Le rayon dépend de  $v$  tandis que cette période idéale n'en dépend pas.

Si une composante de vitesse est parallèle à  $B$ , elle reste constante dans ce modèle. La composante perpendiculaire produit la rotation ; l'ensemble forme une hélice. Le rayon utilise  $v_{\text{perp}}$ , non la vitesse totale. Le pas de l'hélice est  $v_{\text{parallel}}$  fois la période.



## Deux trajectoires en champ uniforme



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

Une particule accélérée par une différence de potentiel reçoit l'énergie cinétique  $K = |qU|$  si elle part du repos et si les conditions électriques conviennent. Sa vitesse classique vaut  $\sqrt{2K/m}$ . Combiner cette équation au rayon permet de relier géométrie, énergie et rapport charge/masse. À haute énergie, l'approximation classique doit être remplacée par une relation relativiste.

## 4. Champ créé par des courants

Pour un fil rectiligne très long, le champ à distance  $r$  vaut  $B = \mu_0 I / (2\pi r)$  dans le vide. Les lignes sont des cercles centrés sur le fil, orientés par le sens du courant. Cette symétrie diffère de celle du champ radial d'une charge ponctuelle. Une inversion de courant inverse le champ.

À l'intérieur d'un solénoïde long idéal, loin des extrémités,  $B \approx \mu_0 n I$  avec  $n$  nombre de spires par mètre. Le champ réel aux extrémités n'est pas uniforme. Un noyau matériel peut modifier fortement la réponse ; on ne remplace pas toute matière par une perméabilité constante sans vérifier son régime et ses propriétés.

Une portion de conducteur parcourue par un courant dans un champ extérieur subit une force résultante  $I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$  lorsque la géométrie et le champ sont uniformes. Les moteurs utilisent ces interactions. Le courant représente un déplacement collectif de charges et il ne faut pas attribuer à chaque porteur la vitesse macroscopique du fil.

## 5. Flux magnétique : un produit orienté

Le flux à travers une surface est  $\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ . Pour un champ uniforme et une surface plane  $S$ ,  $\Phi_B = BS \cos \theta$ , avec  $\theta$  angle entre le champ et la normale à la surface. L'unité est le weber,  $T \cdot m^2$ . Une surface parallèle au champ a une normale perpendiculaire à  $B$  et donc un flux nul.

Changer  $B$ , l'aire ou l'orientation peut modifier le flux. Une boucle peut ainsi subir une induction alors que la norme de  $B$  est constante, si elle tourne. À l'inverse, un champ constant traversant une boucle immobile ne crée pas de force électromotrice par variation de flux.



### Trois façons de modifier le flux

Changer le champ B

Changer l'aire de la surface

Changer l'orientation de la surface

Repères complémentaires, sans séquence causale

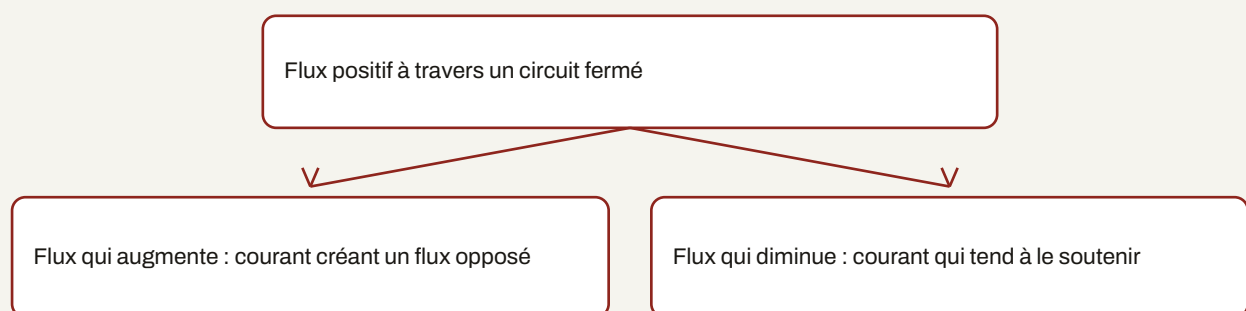
Le choix d'une normale fixe le signe du flux et le sens positif de parcours de la boucle. Les deux conventions doivent rester liées. Pour  $N$  spires recevant le même flux chacune, le flux lié total est  $N\Phi_B$  ; une bobine dont toutes les spires n'ont pas la même géométrie demande une somme plus générale.

## 6. Faraday et Lenz

La force électromotrice induite dans une boucle vaut  $e = -d\Phi_B/dt$ , ou  $-N d\Phi_B/dt$  pour  $N$  spires identiques. Malgré son nom,  $e$  est une tension, en volts. Le signe moins exprime l'opposition de la réponse induite à la variation de flux qui la produit : c'est la loi de Lenz.

Si un flux positif augmente, le courant induit dans un circuit fermé tend à créer un flux de signe opposé. Si le même flux positif diminue, le courant tend à le soutenir. Il ne s'oppose donc pas systématiquement au champ existant, mais à sa variation. Le circuit peut présenter une tension induite même s'il est ouvert ; l'absence de courant ne démontre pas l'absence d'induction.

### Loi de Lenz en deux cas



Deux branches distinctes • ce schéma ne relie pas les deux issues entre elles

Pour une résistance  $R$  seule dans l'approximation appropriée,  $i = e/R$ . Une inductance ou une capacité modifierait la dynamique. Calculer une intensité en divisant par une résistance sans discuter les autres éléments peut donner une réponse fausse pour un transitoire rapide.

## 7. Inductance et énergie

Dans un circuit linéaire, le flux lié à la bobine peut être proportionnel au courant :  $N\Phi = LI$ .

L'auto-induction oppose une variation rapide de courant. Avec une convention récepteur, la tension aux bornes de l'inductance idéale vaut  $u_L = L \, di/dt$ . L'inductance s'exprime en henrys,  $V \cdot s/A$ .

L'énergie stockée dans une inductance idéale vaut  $LI^2/2$ , obtenue en intégrant la puissance  $u_i = L \, i \, di/dt$ . Cette expression est analogue à  $CU^2/2$  pour le condensateur mais concerne une autre variable d'état. Dans un circuit RL série soumis à une tension constante  $U$ , le courant partant de zéro suit  $i(t) = (U/R)[1 - \exp(-tR/L)]$ . La constante de temps est  $L/R$ .

Un modèle idéal ne permet pas de décrire une interruption instantanée arbitraire du courant sans forte tension : le circuit réel possède pertes, capacités parasites et limitations. Cette conclusion explique la nécessité d'une analyse du montage ; elle n'est pas une procédure de manipulation.

## 8. Lien avec les mesures et l'IRM

Une variation de flux dans une bobine peut fournir un signal mesurable. Il faut distinguer le champ permanent qui organise un système, les excitations temporelles et le dispositif de réception. Pour la résonance magnétique, la fréquence de Larmor est proportionnelle au champ statique pour un noyau donné ; les relaxations et gradients ajoutent d'autres dimensions au signal.

Une forte valeur de champ statique ne signifie pas une émission de rayons X. « Non ionisant » n'est toutefois pas synonyme d'absence de toute contrainte. Le présent cours explique seulement les distinctions physiques ; 12-02, partie 2 étudie les mécanismes de contraste, sans fournir d'indication clinique.

### Application de synthèse : un générateur en rotation

Une boucle plane tourne dans un champ uniforme. Si la normale fait l'angle  $\theta(t) = \omega t$  avec le champ, le flux vaut  $BS \cos(\omega t)$ . Pour  $N$  spires identiques, la tension induite vaut  $NBS\omega \sin(\omega t)$ , avec un signe cohérent avec la convention de parcours. La tension maximale se produit lorsque le flux traverse zéro avec sa variation la plus rapide ; elle ne se produit pas au maximum du flux. Cette distinction entre une grandeur et sa dérivée est la même que pour position et vitesse d'un oscillateur.

Si la boucle est branchée à une résistance, un courant et une puissance dissipée apparaissent. La rotation doit fournir de l'énergie mécanique pour maintenir le régime : la loi de Lenz impose un effet qui s'oppose à la cause du changement. Il ne s'agit donc pas d'obtenir continuellement de l'énergie en plaçant simplement une bobine immobile dans un champ statique.

**Question supplémentaire.** Doubler la vitesse de rotation peut-il être interprété seulement comme un doublement de tension, sans autre conséquence ? **Réponse.** L'amplitude de la tension est proportionnelle à  $\omega$  dans le modèle, mais sa fréquence change aussi. Le courant et les pertes dépendent alors de l'ensemble du circuit ; avec une inductance ou une capacité, la réponse n'est plus celle d'une résistance pure à toutes les fréquences.

Pour une mesure, une tension observée peut venir d'un mouvement involontaire du circuit, d'une variation du champ ou d'un couplage avec un autre dispositif. Avant d'attribuer le signal à la grandeur d'intérêt, il faut identifier les surfaces effectives et les variations de flux. Le raisonnement de Faraday sert ainsi autant à expliquer un générateur qu'à repérer certaines origines de signaux parasites.

## 9. Exercices progressifs

1. Une charge  $+2 \mu\text{C}$  se déplace à  $300 \text{ m/s}$  perpendiculairement à  $B = 0,50 \text{ T}$ . Calculer la force. Que devient-elle si la vitesse est parallèle ?
2. Un proton de masse  $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ , charge  $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$  et vitesse perpendiculaire  $10^6 \text{ m/s}$  traverse  $B = 0,50 \text{ T}$ . Calculer  $r$ .
3. Le même proton possède en plus une vitesse parallèle. Cette composante change-t-elle le rayon ?
4. Prendre  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$  pour l'exercice. Calculer  $B$  à  $2 \text{ cm}$  d'un fil long parcouru par  $5 \text{ A}$ .
5. Une boucle de  $20 \text{ cm}^2$  dans  $0,20 \text{ T}$  a sa normale inclinée de  $60^\circ$ . Calculer le flux.
6. Une bobine de  $100$  spires de  $10 \text{ cm}^2$  est perpendiculaire à  $B$ . Le champ passe de  $0,10$  à  $0,30 \text{ T}$  en  $0,020 \text{ s}$ . Calculer la tension induite moyenne en valeur absolue.
7. Un circuit a  $L = 0,20 \text{ H}$ ,  $R = 10 \Omega$  et  $U = 5 \text{ V}$ . Calculer constante de temps, courant final et courant à une constante de temps.
8. Une personne dit « Lenz signifie que le champ induit s'oppose toujours au champ appliqué ». Donner un contre-exemple.

## 10. Corrections en étapes

1.  $|F| = 2 \times 10^{-6} \times 300 \times 0,5 = 3,0 \times 10^{-4} \text{ N}$ . Pour un mouvement parallèle,  $\sin \theta = 0$  et la force magnétique s'annule ; une force électrique éventuelle resterait à examiner.
2.  $r = (1,67 \times 10^{-27} \times 10^6) / (1,60 \times 10^{-19} \times 0,5) = 0,020875 \text{ m}$ , soit  $2,09 \text{ cm}$ . Les données sont non relativistes à cette vitesse.
3. Non, à  $v_{\text{perp}}$  fixée. La composante parallèle donne une translation le long de  $B$  et donc un pas d'hélice ; remplacer  $v_{\text{perp}}$  par la norme totale surestime le rayon.
4.  $B = (4\pi \times 10^{-7} \times 5) / (2\pi \times 0,02) = 5,0 \times 10^{-5} \text{ T}$ . Il faut convertir les centimètres en mètres avant d'appliquer la formule.
5.  $S = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  ;  $\Phi = 0,2 \times 0,002 \times 0,5 = 2,0 \times 10^{-4} \text{ Wb}$ . L'angle concerne la normale et non le plan.
6.  $S = 10^{-3} \text{ m}^2$  ;  $|e_{\text{moy}}| = 100 \times 10^{-3} \times 0,20 / 0,020 = 1 \text{ V}$ . Le signe serait déterminé après choix de la normale. Cette moyenne n'affirme pas que la tension instantanée est constante si  $B$  varie non linéairement.
7.  $\tau = L/R = 0,020 \text{ s}$  ;  $i_{\text{inf}} = U/R = 0,50 \text{ A}$  ;  $i(\tau) = 0,50(1 - e^{-1}) = 0,3161 \text{ A}$ . L'énergie finale vaut  $LI^2/2 = 0,025 \text{ J}$ .
8. Si le flux appliqué positif diminue, le courant induit tend à produire un flux positif pour freiner cette diminution. Son champ peut donc avoir le même sens que le champ appliqué. La variation, pas la valeur seule, fixe la réponse.

## Références et portée

OpenStax, force magnétique ; OpenStax, loi de Faraday ; OpenStax, inductance. Vérification documentaire le 2 octobre 2026. Constantes arrondies annoncées pour les exercices ; complément de physique, exigibilité locale à confronter aux supports universitaires.

## Partie 4 • Instrumentation, filtrage et acquisition des signaux

### Prérequis et objectifs

Connaître résistance, condensateur, fréquence et incertitude. Les signaux étudiés peuvent être électriques sans correspondre à une mesure clinique réelle.

À l'issue de ce cours, vous devez pouvoir :

- Évaluer l'effet de charge d'un instrument.
- Relier filtrage et constante de temps.
- Distinguer échantillonnage, quantification et bruit.

### Fondements du thème

#### Lire un signal sans le modifier excessivement

Un dispositif de mesure peut perturber le système observé. Un voltmètre idéal possède une résistance d'entrée infinie ; il ne prélève aucun courant. Un ampèremètre idéal possède une résistance nulle lorsqu'il est placé en série. Les appareils réels s'écartent de ces idéaux : mesurer n'est pas toujours observer passivement.

Prenons une source idéale de 10 V alimentant deux résistances de 1 MΩ en série. Sans appareil, chaque résistance porte 5 V. Un voltmètre de résistance d'entrée 1 MΩ placé aux bornes de la seconde résistance la met en parallèle avec une résistance égale : l'ensemble vaut 0,5 MΩ. Le diviseur devient 1 MΩ en série avec 0,5 MΩ, et la tension lue vaut  $10 \times 0,5/1,5 = 3,33$  V.

La différence ne traduit pas un calcul faux de l'appareil : sa connexion a changé le circuit. Un voltmètre de résistance beaucoup plus grande réduirait cette charge. Le même principe apparaît dans de nombreux capteurs : prélever de la chaleur, du courant ou du fluide pour mesurer peut altérer la grandeur. L'adéquation de l'instrument fait partie du modèle expérimental.

#### Réponse temporelle et filtrage

Un circuit RC amortit certaines variations rapides. Pour un filtre passe-bas où la sortie est prise aux bornes du condensateur, la fréquence de coupure idéale vaut  $f_c = 1/(2\pi RC)$ . À cette fréquence, l'amplitude est réduite d'un facteur  $1/\sqrt{2}$  par rapport au gain à très basse fréquence. La puissance correspondante est divisée par deux pour des conditions de comparaison identiques, d'où l'expression usuelle de -3 dB.

Si  $R = 10$  kΩ et  $C = 1$  μF,  $RC = 0,010$  s et  $f_c \approx 15,9$  Hz. Une variation beaucoup plus lente traverse avec une faible atténuation ; une oscillation beaucoup plus rapide est davantage atténuée. Le filtre introduit aussi un déphasage. Une courbe enregistrée peut donc être plus lisse et retardée par rapport au phénomène réel.

Cette propriété aide à comprendre pourquoi on ne peut comparer deux signaux sans connaître la bande passante des appareils. Filtrer diminue certains bruits, mais peut supprimer une composante informative. Il faut choisir le compromis selon les fréquences utiles, puis documenter les transformations appliquées. Une trace propre n'est pas automatiquement une trace fidèle.

## Échantillonner et distinguer résolution et exactitude

La numérisation mesure un signal à des instants séparés et attribue à chaque mesure un niveau discret. La fréquence d'échantillonnage doit dépasser deux fois la fréquence maximale présente dans un signal strictement limité en bande pour permettre sa reconstruction idéale. En pratique, un filtre anti-repliement et une marge sont nécessaires. Un signal rapide peut autrement apparaître comme un signal lent, phénomène d'aliasing.

La résolution d'un convertisseur décrit le pas entre deux niveaux. Pour une plage de 0 à 10 V codée sur 10 bits, 1024 niveaux donnent un pas d'environ 9,77 mV selon la convention de bornes. Ce pas ne garantit pas une exactitude de 9,77 mV : bruit, calibration, non-linéarité et dérive thermique s'ajoutent. Une mesure avec beaucoup de chiffres peut rester biaisée.

## Développements et raisonnements

### Un capteur et sa chaîne de mesure forment un système

Une tension mesurée résulte d'une source, de son impédance interne et de l'appareil raccordé. Modélisons la source par une tension idéale  $E$  en série avec  $R_s$ . Un voltmètre de résistance d'entrée  $R_{in}$  lit  $E \cdot R_{in} / (R_s + R_{in})$ . Pour limiter l'erreur à 1 %, il faut  $R_{in}$  au moins 99 fois  $R_s$  dans ce modèle. Une résolution très fine n'élimine pas cette perturbation du signal.

Un amplificateur transforme ensuite le signal selon un gain et une bande de fréquences. Il peut saturer si sa sortie dépasse son domaine. Un signal écrêté ne se répare pas en multipliant ensuite les points enregistrés. Il faut également distinguer le bruit aléatoire, un décalage continu et une dérive lente : ils ne demandent pas la même correction.

### Fréquence de coupure d'un filtre RC

Pour un filtre passe-bas RC avec sortie sur le condensateur, le gain en amplitude vaut  $1/\sqrt{1 + (2\pi fRC)^2}$ . La fréquence  $f_c = 1/(2\pi RC)$  donne un gain  $1/\sqrt{2}$ , soit environ 0,707. Le niveau d'amplitude baisse de 3,01 dB, ce qui correspond à une puissance divisée par deux dans des conditions d'impédance appropriées. La fréquence de coupure n'est pas une frontière où tout signal disparaît.

Le filtre retarde aussi les composantes selon leur fréquence. Une onde complexe peut donc changer de forme même si ses composantes restent dans une bande partiellement transmise. L'intégrité d'un signal dépend de l'amplitude et de la phase. Un lissage trop fort peut supprimer un pic bref biologiquement intéressant ; il ne faut pas confondre un tracé esthétique avec une mesure fidèle.

### Ce que l'échantillonnage permet de reconstruire

Échantillonner à  $f_s$  fournit un point toutes les  $1/f_s$  secondes. Pour un signal limité en bande, une fréquence supérieure à deux fois sa plus haute fréquence est une condition théorique de reconstruction. En pratique, il faut un filtre anti-repliement et une marge adaptée. Une composante au-dessus de  $f_s/2$  peut apparaître comme une oscillation plus lente : c'est le repliement spectral.

La quantification remplace une amplitude continue par un niveau discret. Un convertisseur  $N$  bits propose  $2^N$  codes. Le pas idéal vaut approximativement  $\text{étendue}/2^N$  selon la convention des bornes. Le nombre de bits ne garantit ni le même nombre de bits utiles ni une exactitude correspondante : bruit, non-linéarité et référence de tension peuvent dominer.



## Atelier de calcul et analyse de sensibilité

Une source de 1,00 V possède une résistance interne de 10 k $\Omega$ . Avec un voltmètre de 100 k $\Omega$ , la lecture est  $1 \times 100/110 = 0,9091$  V, soit une erreur de charge de -9,09 %. Avec 10 M $\Omega$ , elle devient 0,999001 V, erreur -0,0999 %. Les deux appareils peuvent afficher le millivolt ; leur résolution d'affichage ne prédit pas la perturbation de la source.

Pour  $R = 10$  k $\Omega$  et  $C = 1$   $\mu$ F, la constante de temps est 0,010 s et  $f_c = 15,915$  Hz. À 5 Hz, le gain vaut 0,9540 ; à 50 Hz, il vaut 0,3033. Un signal rapide est fortement atténué, mais pas annulé. Si l'objectif était de mesurer un événement de quelques millisecondes, ce filtre pourrait modifier son amplitude et sa durée apparentes.

Un convertisseur idéal de 12 bits sur 0 à 5 V possède un pas proche de 1,221 mV. Un bruit de 5 mV dépasse déjà plusieurs pas. À  $f_s = 100$  Hz, une sinusoïde de 70 Hz produit des échantillons compatibles avec une composante à 30 Hz, car 70 et 100 - 30 se replient dans la même bande. Après acquisition, il manque l'information nécessaire pour décider sans hypothèse laquelle était présente. Le filtre anti-repliement doit donc agir avant la numérisation.

## Approfondissement et contrôle du modèle

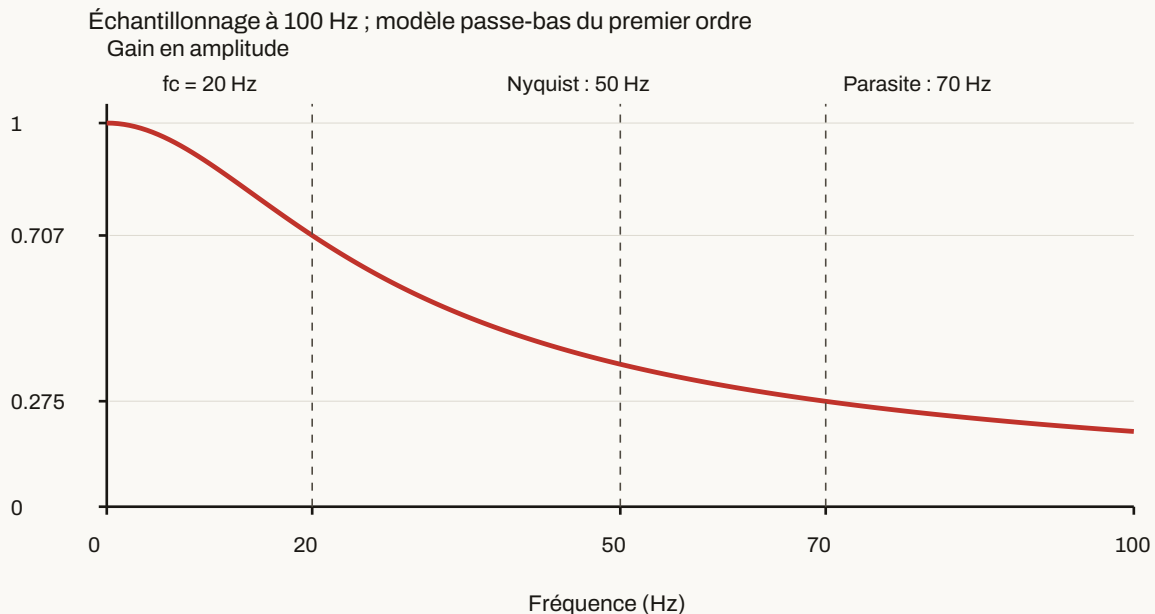
### Séparer fidélité temporelle et fidélité d'amplitude

Une chaîne de mesure peut conserver correctement la moyenne d'un signal tout en atténuant ses pics rapides. Elle peut aussi produire un retard temporel sans erreur notable sur l'amplitude d'une composante lente. Vérifier seulement une valeur constante ne caractérise donc pas sa réponse dynamique. Une excitation connue, par exemple un échelon ou plusieurs fréquences, aide à mesurer ces propriétés séparément.

Lorsqu'on compare deux capteurs, leur synchronisation compte autant que leur calibration si le phénomène varie vite. Un décalage de quelques millisecondes peut donner une différence importante entre mesures pourtant exactes à leurs instants respectifs. Les horodatages, la bande passante et les traitements numériques doivent être documentés. Une comparaison point par point n'a de sens que si les deux séries représentent la même grandeur, au même endroit ou selon une relation connue, et au même instant effectif.

## Lecture visuelle : Filtre RC : atténuer ne suffit pas toujours avant l'échantillonnage

### Filtre RC : atténuer ne suffit pas toujours avant l'échantillonnage



Le passe-bas a une coupure à 20 Hz. Avec un échantillonnage à 100 Hz, Nyquist est à 50 Hz. Le parasite à 70 Hz conserve environ 27,5 % de son amplitude après ce filtre idéal du premier ordre ; l'échantillonnage peut ensuite le replier vers 30 Hz.

**Question de lecture.** Le filtre transforme-t-il physiquement 70 Hz en 30 Hz ?

**Correction.** Non. Il atténue la composante à 70 Hz. L'ambiguïté vers 30 Hz naît de l'échantillonnage ; il faut distinguer filtre analogique et repliement spectral.

### Mise à l'épreuve : Une fréquence de coupure ne suffit pas contre le repliement

**Problème.** Une sinusoïde parasite de 70 Hz et d'amplitude 1 V traverse un passe-bas RC de coupure 20 Hz avant une acquisition à 100 Hz. Quelle amplitude subsiste et où apparaîtra-t-elle dans la bande échantillonnée ?

**Résolution.** Le gain vaut  $1/\sqrt{1 + (70/20)^2} = 0,2747$ . Il subsiste donc 0,275 V environ. À 100 échantillons/s, cette composante se replie à 30 Hz. Le filtre a réduit le parasite sans le supprimer ; la simple présence d'un RC ne valide donc pas l'acquisition. Il faut définir une atténuation requise, connaître les fréquences parasites et, si nécessaire, augmenter l'ordre du filtre ou la fréquence d'acquisition. Un filtrage numérique après acquisition ne permet pas de séparer cette fausse composante à 30 Hz d'un signal utile réellement présent à 30 Hz.

## Numériser : domaine, pas de code et bruit

### Du signal analogique aux codes

Un convertisseur de  $N$  bits fournit  $2^N$  codes. Pour une plage de largeur  $V_{\text{plage}}$ , un pas idéal peut être défini par  $\Delta = V_{\text{plage}}/2^N$  selon la convention de codage ; certains documents expriment un espacement entre valeurs extrêmes autrement. Il faut lire la définition avant de comparer deux nombres. Le bit supplémentaire divise approximativement le pas par deux, mais ne supprime ni bruit analogique ni défaut de calibration.

Sous un modèle d'erreur de quantification uniforme et suffisamment décorrélée du signal, son écart-type est  $\Delta/\sqrt{12}$ . Ce modèle peut échouer pour un signal constant ou périodique aligné sur les codes. L'affichage de nombreux chiffres ne remplace donc pas l'analyse de la chaîne analogique.

### Exercice chiffré : résolution utile

Un convertisseur idéal de 12 bits couvre une plage totale de 4 V, de  $-2$  à  $+2$  V. Calculer  $\Delta$  et l'écart-type de quantification. Le bruit analogique indépendant vaut 2 mV rms : quel bruit combiné attendre dans ce modèle ?

**Correction.**  $\Delta = 4/4096 = 0,0009766$  V, soit 0,9766 mV. L'écart-type de quantification vaut 0,2819 mV. La combinaison donne  $\sqrt{(2^2 + 0,2819^2)} = 2,0198$  mV. Le bruit analogique domine ; passer à plus de bits sans agir sur lui apporte peu à cette mesure. Les hypothèses d'indépendance et d'uniformité sont essentielles au résultat.

### Exercice de diagnostic : un signal déformé

Un signal d'amplitude 3 V arrive sur cette entrée limitée à  $\pm 2$  V. Peut-on retrouver le signal en augmentant la fréquence d'échantillonnage ? **Non.** Les sommets ont saturé : l'information d'amplitude au-delà de la plage n'a pas été encodée. Échantillonner plus souvent un signal écrêté ne restaure pas les valeurs perdues. Il faut distinguer cette déformation du repliement spectral et du bruit.

La fréquence d'échantillonnage et le domaine d'amplitude sont ainsi deux contraintes indépendantes. Une chaîne peut respecter Nyquist pour la bande utile tout en saturant ; elle peut aussi rester dans sa plage mais replier une composante hors bande. L'anti-repliement doit agir avant la conversion, tandis qu'un traitement numérique ultérieur ne peut généralement pas identifier de façon unique deux fréquences devenues indiscernables à l'échantillonnage.



## Schéma de raisonnement

### Chaîne de mesure

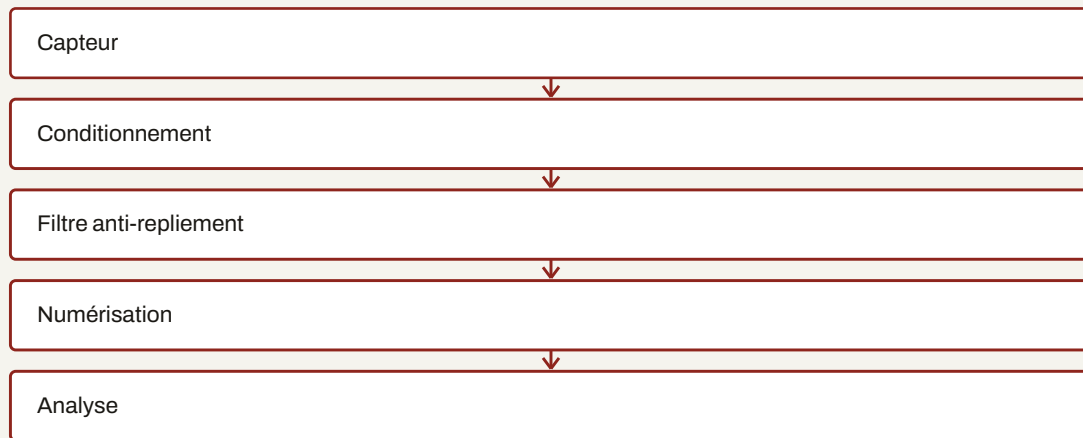


Schéma de principe original • lire les conditions et limites dans le texte

Chaque bloc peut modifier le signal. La représentation ne garantit pas la fidélité : gain, bande passante, saturation et incertitude doivent être vérifiés sur la chaîne entière.

### Exercices progressifs

1. Pourquoi branche-t-on un voltmètre en parallèle ?
2. Avec  $R = 100 \text{ k}\Omega$  et  $C = 100 \text{ nF}$ , quelle est la constante de temps ?
3. Un capteur a un pas numérique très faible mais un décalage constant. Est-il nécessairement juste ?
4. Une acquisition à  $250 \text{ Hz}$  sépare deux points de combien de millisecondes ?
5. Un convertisseur 10 bits couvre  $4 \text{ V}$ . Pas idéal ?
6. Un filtre RC a  $\tau = 0,020 \text{ s}$ . Fréquence de coupure ?

## Corrections argumentées

1. Il compare les potentiels de deux points. Une grande résistance d'entrée limite le courant détourné et donc la perturbation du circuit.
2.  $RC = 10^5 \times 10^{-7} = 10^{-2} \text{ s} = 10 \text{ ms}$ . Deux couples R et C différents peuvent avoir la même dynamique idéale si leur produit est identique.
3. Non. La finesse de quantification et le biais sont deux propriétés distinctes. Une calibration ou un changement de méthode peut être nécessaire pour corriger le décalage.
4.  $\Delta t = 1/250 \text{ s} = 0,004 \text{ s} = 4 \text{ ms}$ . Une fréquence d'échantillonnage ne s'exprime pas en millisecondes, mais son inverse oui.
5.  $4/1024 = 0,00390625 \text{ V}$ , soit 3,906 mV. Cela décrit les codes idéaux, pas l'incertitude totale de la mesure.
6.  $f_c = 1/(2\pi \times 0,020) = 7,958 \text{ Hz}$ . Une fréquence égale à cette valeur donne un gain d'amplitude de 0,707 dans le modèle du passe-bas.

## Références et portée

- Source 1 : [openstax.org](https://openstax.org)
- Source 2 : [www.bipm.org](https://www.bipm.org)

Sources consultées le 1er octobre 2026 pour les notions signalées. Développements, situations et calculs pédagogiques OSSIK ; données fictives. La concordance complète avec les supports universitaires de l'année et la relecture scientifique humaine restent à réaliser. Les modèles biomédicaux ne fournissent aucune décision thérapeutique individuelle.